

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без влс

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.

2) Найти время полета гайки.

3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

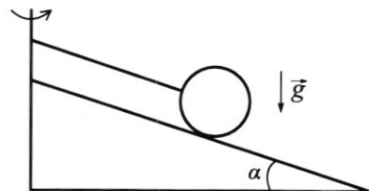
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.

2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

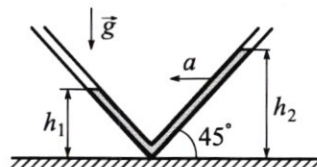


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?

2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Заметим, что если бы бросок был направлен под углом α выше горизонта, то вначале гайка ~~двигалась бы~~ удалялась бы от земли, что противоречит условию $\Rightarrow$ гайка была брошена под углом α ниже горизонта (см. рис. 1.)

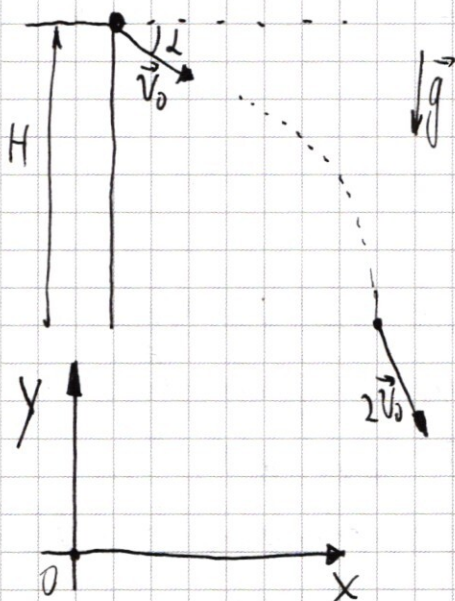


рис. 1.

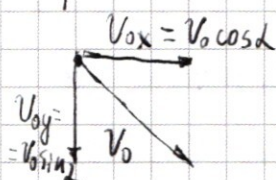


рис. 2.

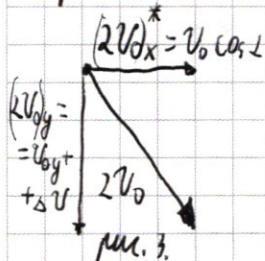


рис. 3.

Пусть ΔV — изменение вертикальной составляющей рассмотрим разложение вектора скорости по базису $(\vec{Ox}, \vec{Oy})$ в начальный и конечный моменты времени (см. рис. 2 и 3 соотв.)

Запишем теорему Пифагора для рис. 3:

$$(2V_0)^2 = (2V_{0x})^2 + ((2V_{0y})^2 \Leftrightarrow$$

$$4V_0^2 = (V_0 \cos \alpha)^2 + (V_0 \sin \alpha + \Delta V)^2$$

горизонтальная составляющая не менялась

т.к. на гайку действует только сила тяжести.

III. К. $\alpha = 30^\circ$ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$4V_0^2 = \frac{3}{4}V_0^2 + \frac{V_0^2}{4} + \Delta V^2 + 2\Delta V \cdot \frac{V_0}{2} \Rightarrow \Delta V^2 + V_0 \Delta V - 3V_0^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta V = \frac{-V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 12V_0^2}}{2}, \text{ т.к. сила тяжести действует}$$

на увеличение скорости, то $\Delta V > 0 \Rightarrow$

$$\Delta V = \frac{-V_0}{2} + \frac{\sqrt{13}V_0}{2}, \sqrt{13} \approx 3,6 \Rightarrow \Delta V = \approx 1,3V_0.$$

Продолжение на стр. 2.

* $(2V_0)_x$ — скорости поставлены, чтобы показать, что проекция $2V_0$ на V_0 .

№1 продолжение

погда вертикальная составляющая скорости при падении на землю $(2v_0)_y = \Delta v + v_{0y} = 1,3v_0 + \frac{v_0}{2} = 1,8v_0 = 18 \text{ м/с}$.

Время полета можно найти зная, что $\Delta v = g\tau$, где τ - время полета, т.к. Δv - изменение скорости под действием силы тяжести, дающей ускорение $g \Rightarrow \tau = \frac{\Delta v}{g} = \frac{1,3v_0}{g} = 1,3 \text{ с}$.

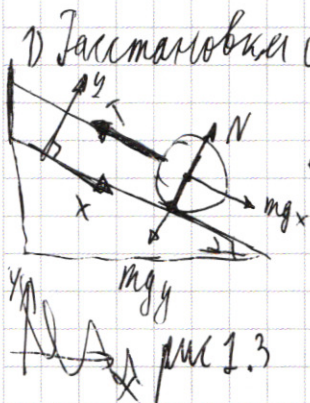
Высоту найдем из уравнения расстояния без времени:

$-H = \frac{v_k^2 - v_0^2}{-g}$ (т.к. v_k (расматривало проекцию на ось OY), поэтому расстояние отрицательное т.к. шар опустился) $\Rightarrow$

$$H = \frac{(2v_0)_y^2 - (v_0)_y^2}{g} = \frac{(1,8v_0)^2 - 0,25v_0^2}{g} = \frac{3,24v_0^2 - 0,25v_0^2}{g} = 2,09 \text{ м}$$

Ответ: 1) 18 м/с 2) 1,3 с 3) 2,09 м.

№3.



Векторы сил на рис. 1.3. Т.к. клин гладкий, то реакция опоры только нормальная $\Rightarrow$ на шарик действует 3 силы: сила натяжения T (вдоль оси X), сила нормальной реакции опоры (вдоль оси Y), сила тяжести (имеет две составляющих $mg_x = mg \sin \alpha$ и $mg_y = mg \cos \alpha$ вдоль осей X и Y соотв.), сила реакции

опоры имеет равная сила давления шара на клин, запишем 2-й 3-й законы в проекции на ось Y : $-mg_y + N = 0$ (т.к. шар покоится) $\Rightarrow$

$$N = mg \cos \alpha$$

2) Векторы сил не изменились, но теперь у шара есть ускорение $\vec{a}$, направленное под углом 90° к оси X , $a = \omega^2 r$, где r - расстояние от центра шара до оси.

* относится только к пункту 2.

продолжение на стр 3.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 продолжение.

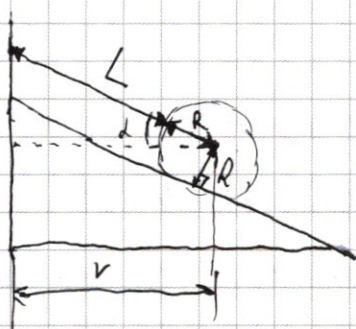


рис. 2.3

На рис. 2.3 представлена схема крепления
нити. Легко понять, что $r = (L + R) \cos \alpha \Rightarrow$

$$a = \omega^2 (L + R) \cos \alpha$$

Запишем 2-ой з-н Ньютона в проекции на
ось Y: $-mg_y + N = -ma \sin \alpha \Rightarrow$

$$N = m(g \cos \alpha - \omega^2 (L + R) \cos \alpha \sin \alpha) \text{ и т.д., что равно}$$

Ответ: сила давления на клин (аналогично пункту 1)

Ответ: 1) $mg \cos \alpha$ 2) $m \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \sin \alpha)$

№5.

Пусть p_{π} — плотность пара в опыте, из уравнения Менделеева -

- Клапейрона $pV = \nu RT \Leftrightarrow pV = \frac{m}{M} RT \Leftrightarrow p = \frac{p_{\pi}}{M} RT \Rightarrow p_{\pi} = \frac{pM}{RT} \Rightarrow$

В опыте плотностей пара и воды: $\frac{p_{\pi}}{p_0} = \frac{pM}{RTp_0} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300 \cdot 1000}$ (считая)

(считая в СИ) $\Rightarrow \frac{p_{\pi}}{p_0} = \frac{3,55 \cdot 18}{8,31 \cdot 3} \cdot 10^{-5} = 2,56 \cdot 10^{-5}$

Заметим, что при медленном изотермическом сжатии насыщенного
пара, не будет меняться его температура и давление $\Rightarrow$ при
уменьшении в γ раз объема, кол. во. пара уменьшится в γ раз (т.е. $(1 - \frac{1}{\gamma})$)
от начального газа конденсируется, в начале было V_0)

$\frac{V_{\pi}}{V_0}$, V_{π} — объем пара после уменьшения в γ раз, V_0 — объем воды к началу
момента. $V_{\pi} = \frac{m_{\pi}}{\rho_{\pi}}$, $m_{\pi} = \frac{V_0}{\gamma} \mu$, $V_0 = \frac{m_0}{\rho_0}$, $m_0 = (1 - \frac{1}{\gamma}) V_0 \mu$

продолжение на стр 4.

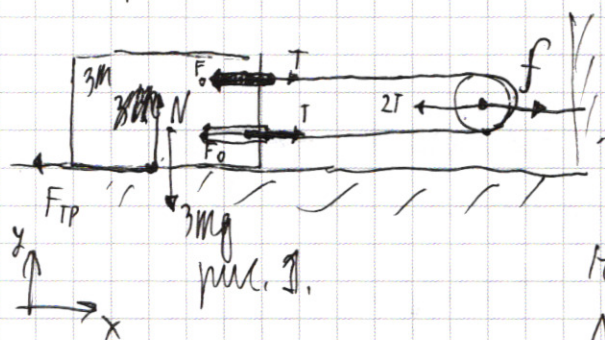
N°5 продолжение.

$$\text{тогда } \frac{V_{17}}{V_6} = \frac{m_{17} p_{17}}{m_6 p_{17}} = \frac{\frac{20\pi}{\gamma}}{(1-\frac{1}{\gamma})20\pi} \cdot \frac{1}{2,56 \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{\gamma-1} \cdot \frac{10^5}{2,56} = \frac{10^5}{4,6 \cdot 2,56} = \frac{10^5}{11,776} \approx 8,3 \cdot 10^3$$

Ответ: 1) $2,56 \cdot 10^{-5}$ 2) $8,3 \cdot 10^3$

N°2

Рассмотрим человека с ящиком, как единую систему массой $m+M=3m$ (рис. 1)



Заметим, что сила давления ящика с человеком на пол, равнодействующая нормальной реакции опоры, запишем 2-й з-н Ньютона в проекции на ось Y:

$$N - 3mg = 0 \text{ т.к. по вертикали}$$

система не движется $\Rightarrow N = 3mg$.

При движении доски с человеком $F_{TP} = \mu N$, запишем 2-й з-н Ньютона в проекции на ось X (для системы человек + брус, так же как и в прошлый раз): $2T - F_{TP} \geq 0$ (т.к. система движется) из равенств сил $T = F_0 \Rightarrow$

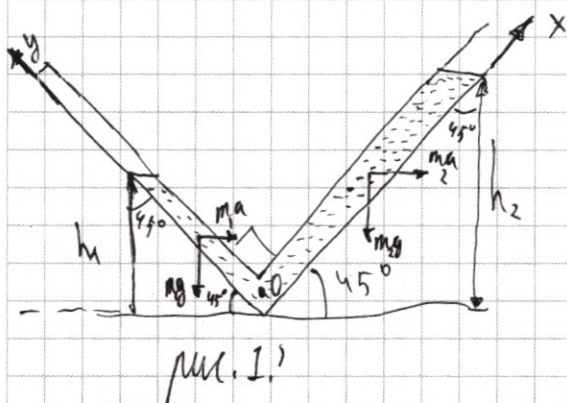
$$2F_0 \geq F_{TP} = \mu N = 3\mu mg \Rightarrow F_0 \geq \frac{3}{2}\mu mg \text{ т.к. } F_0 - \text{минимальная сила, значит } F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$$

Если человек прикладывает силу F , то $T = F$ из равенств сил (нити не растягиваются), запишем второй з-н Ньютона в проекции на ось X: $3ma = 2T - F_{TP} = 2F - 3\mu mg \Rightarrow a = \frac{2}{3} \frac{F}{m} - \mu g$, тогда $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, т.к. в начале брус покоится, то $v_0 = 0 \text{ м/с} \Rightarrow$ время движения $t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \text{ м}}{2F - 3\mu mg}}$ ответ на стр 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N°2 Ответ: 1) 3 мс 2) $F_0 = \frac{3}{2} \text{ мкс}$ 3) время = $\sqrt{\frac{65 \text{ м}}{2F - 3 \text{ мкс}}}$

N°4.



Перейдем в С.О. трубки (ненормированную С.О. см. рис. 1)

Заметим, что масло в левом колене будет создавать давление в точке O, только за счет проекции сил тяжести на ось X, для масла в правом колене

аналогично для оси X, тогда

$P_0 = P_0 + \rho_{\text{ж}} g_x \cdot h_1 \cdot \frac{1}{\cos 45^\circ} + \rho_{\text{м}} a_x \cdot h_1 \cdot \frac{1}{\cos 45^\circ}$ (вспомним, что в поле сил mg , давление — $\rho_{\text{ж}} g h$, где $\rho_{\text{м}}$ — плотность масла, из-за поле сил mg_x и ma_x , соответственно вылет $h_1 \cdot \frac{1}{\cos 45^\circ}$, P_0 — давление атмосферы, P_0 — давление в точке O), аналогично $P_0 = P_0 + \rho_{\text{м}} \frac{h_2}{\cos 45^\circ} (g_x - a_x)$, приравняем:

$$h_1 (g_x + a_x) = h_2 (g_x - a_x) \Rightarrow h_2 = h_1 \frac{g_x + a_x}{g_x - a_x} = h_1 \frac{g \cos 45^\circ + a \cos 45^\circ}{g \cos 45^\circ - a \cos 45^\circ} =$$

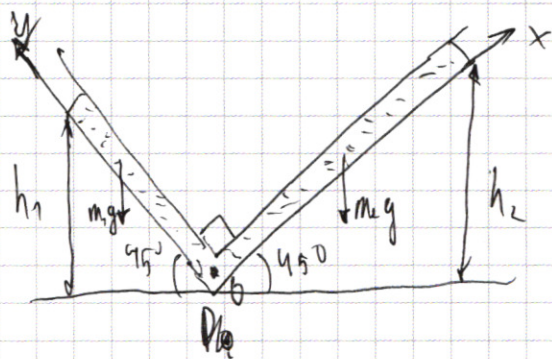
$$= 10 \cdot \frac{10 + 4}{10 - 4} = \frac{70}{3} \approx 23,3 \text{ см}$$

Если ускорение исчезнет, то в первый момент времени масло будет двигаться со скоростью $v=0$ относительно трубки т.к.

до этого момента ось координат относительной трубки (а за Δt ^{маленький} промежуток времени скорость масла не могла измениться), продолжение на стр. 6.

* т.к. проекция на другую ось будет $\perp$ стенкам и будет уравновешиваться реакцией опоры.

№ 4 продолжение,



Перейдем в С.О. равномерно движущейся трубы
Аналогично с предыдущим
расчетом (в начале задачи)
Затем силы давления P_1 и P_2
левого и правого колен в точке O соотв.

$$P_1 = P_0 + \rho_m \frac{h_1}{\cos 45^\circ} g_y$$

$$P_2 = P_0 + \rho_m \frac{h_2}{\cos 45^\circ} g_x$$

$\Rightarrow$ На жидкость в равновесии будет
действовать избыточная сила $F =$

$$= (P_2 - P_1) S = \rho_m \frac{h_2 - h_1}{\cos 45^\circ} g \cdot \cos 45^\circ S = \rho_m h g S,$$

где h — разность высот правого и левого колен (работает
для V момента времени, ~~и жидкость из правого колена будет двигаться~~
~~из-под дна~~ Тогда эта сила совершит некую работу A , по
увеличению скорости масса: $A = \frac{m v^2}{2}$, где $m = \rho_m (h_1 + h_2) \cos 45^\circ \cdot S$,

$$A = \int_{h_1}^{h_2} \rho_m h g S dh = \rho_m g S \frac{h^2}{2} \Big|_{h_1}^{h_2} = \rho_m g S \frac{(h_2 - h_1)^2}{2} \Rightarrow g \frac{(h_2 - h_1)^2}{2} = \frac{(h_1 + h_2)}{\cos 45^\circ} \cdot \frac{v^2}{2} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{v^2}{2} \frac{g(h_2 - h_1)^2}{(h_1 + h_2)}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} \cdot 10 \cdot (\frac{70}{3} - \frac{30}{3})^2}{\frac{70}{3} + \frac{30}{3}}} = \sqrt{\frac{40^2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2}}{300}} = \sqrt{\frac{1600\sqrt{2}}{30}}$$

Ответ: 1) $h_2 \approx 23,3 \text{ м}$ 2) в начале движения, при равных
уровнях $v = \sqrt{\frac{1600\sqrt{2}}{3}} \text{ м/с}$.



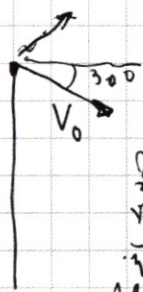
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

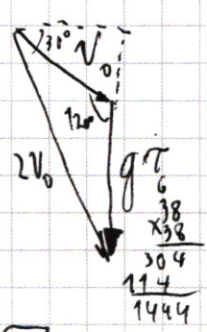
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$\begin{array}{r} 89 \\ 39 \\ \hline 117 \end{array}$$



$$3V_0^2 = V_0^2 + g^2\tau^2 + 2V_0g\tau\cos 60^\circ$$

$$3V_0^2 - g^2\tau^2 - 2V_0g\tau\cos 60^\circ = 0$$

$$(g^2\tau^2 + V_0g\tau - 3V_0^2) = 0$$



$$g\tau = \frac{-V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 12V_0^2}}{2}$$

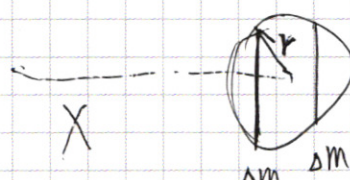
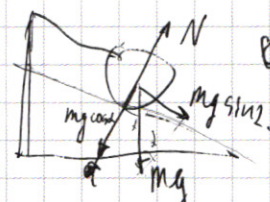
$$(g\tau) = \frac{-V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 12V_0^2}}{2} = \frac{-V_0 \pm \sqrt{13}V_0}{2}$$



$$\Delta V = \frac{-V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 12V_0^2}}{2}$$

$$= \frac{-V_0 + \sqrt{13}V_0}{2}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \hline 36 \\ 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$



$$(V_0\cos 2)^2 + (V_0\sin 2)^2 = V_0^2$$

$$(V_0\cos 2)^2 + (V_0\sin 2 + \Delta V)^2 = 4V_0^2$$

$$\frac{2}{4}V_0^2 + \frac{V_0^2}{4} + \Delta V^2 + 2V_0\Delta V\sin 2 = 4V_0^2$$

$$V_{sep} = \Delta V + \frac{V_0}{2} = \frac{-V_0}{2} + \frac{\sqrt{13}V_0}{2} + \frac{V_0}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2}V_0 \approx \frac{3.6}{2}V_0 = 1.8V_0$$

$$\Delta V^2 + 2V_0\Delta V\sin 2 = 3V_0^2 = 0$$

$$273 \quad PV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$\mu_{H_2} P = \frac{P_0}{\mu} RT$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{PM}{\mu} = P_0$$

$$\frac{P_H}{P_0} = \frac{PM}{RT\rho_0}$$

$$PV = \frac{V_H}{\gamma} RT$$

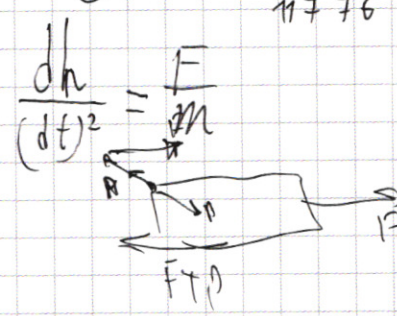
$$V_H - \frac{V_H}{\gamma} = \frac{\gamma-1}{\gamma} V_H = \log a$$

$$\frac{V_0}{V_H} = \frac{P_H}{P_0} \frac{m_0}{m_H} \left(\frac{P_H}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} =$$

$$\frac{m_0}{m_H} = \frac{V_0}{V_H} = \frac{\gamma-1}{\frac{1}{\gamma}} = \gamma-1$$

$$F = m \frac{dv}{dt}$$

$$F dt = m dv$$



$$h_2 = \frac{70}{3} \quad h_1 = 10$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)