

Олимпиада «Физтех» по физике, 10 класс

Вариант 10-02

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без бланка не принимаются.

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.

2) Найти время полета гайки.

3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

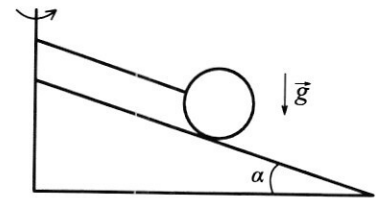
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.

2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

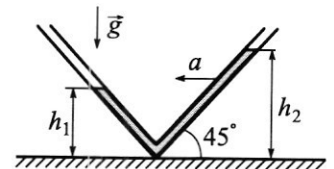


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?

2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

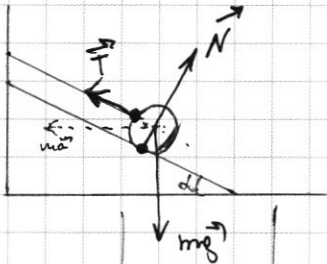
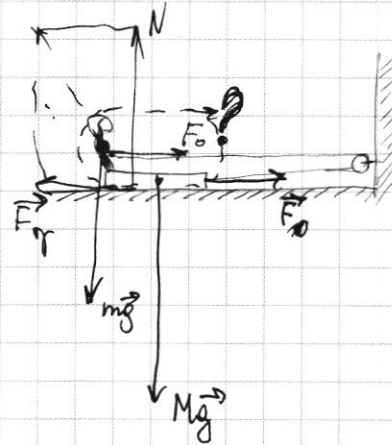
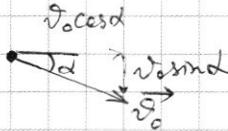
2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{4 - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$



5

$$\begin{array}{l} T = 300 \text{ K} \\ p = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Pa} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 355 \\ 18 \\ \hline 2440 \\ 355 \\ \hline 5990 \end{array}$$

$$8,31 \cdot 3 = 24,93$$

$$59,90 \overline{) 24,93}$$

$$\approx \frac{2}{10^5} = 2 \cdot 10^{-5}$$

$$pV = \nu RT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$\frac{pM}{RT} = \rho_n$$

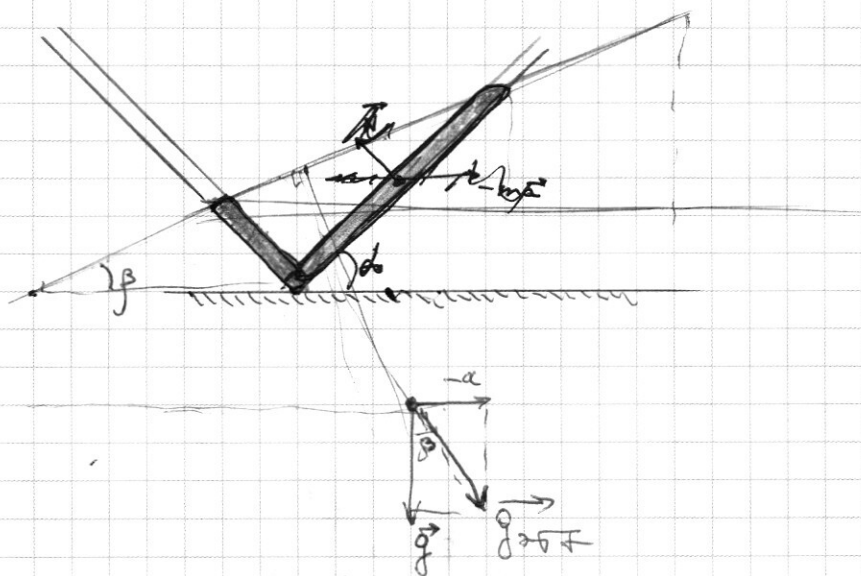
$$\frac{\rho_n}{\rho} = \frac{\mu p}{RT \rho} = \frac{0,018 \cdot 3,55 \cdot 10^3}{1000 \cdot 8,31 \cdot 300}$$

$$= \frac{18 \cdot 3,55 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 3 \cdot 1000}$$

$$= \frac{18 \cdot 3,55}{3 \cdot 8,31 \cdot 1000} =$$

$$\gamma = 5,6$$

$$V_n = \frac{V_{n0}}{\gamma} ; \Delta V = \frac{-\Delta V_{\text{пара}} \cdot p_n}{p_B} = V_{n0}$$

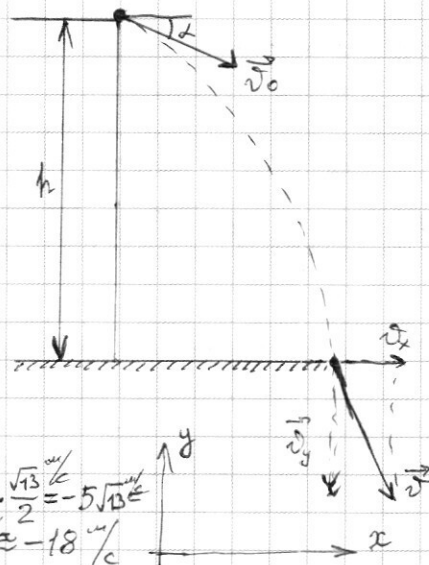


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

- 1) Т.к. гайка приближалась к поверхности Земли все время полёта, то она была брошена "вниз" под углом α к горизонту, а не вверх.

Скорость гайки по оси x не менялась в течение всего полёта, т.к. во время полёта на гайку действует только "вертикальная" сила тяжести. При этом $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$.



Пусть $\vec{v}$ — конечная скорость.

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v^2 = v_x^2 + v_y^2,$$

$$v_y^2 = (2v_0)^2 - (v_0 \cos \alpha)^2 = v_0^2 (4 - \cos^2 \alpha);$$

$$v_y < 0, \text{ поэтому } v_y = -v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} = -10 \cdot \sqrt{4 - \frac{3}{4}} = -10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = -5\sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} = -\sqrt{325} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx -18 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- 2) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$, где t — время полёта.

$$Oy: -v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} = -v_0 \sin \alpha - gt;$$

$$t = \frac{v_0}{g} (\sqrt{4 - \cos^2 \alpha} - \sin \alpha) = \frac{10}{10} \left(\frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2} \right) \text{с} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \text{с} \approx \frac{3,6 - 1}{2} \text{с} \approx 1,3 \text{с}.$$

- 3) $\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$. Пусть h — исходная высота.

$$Oy: -h = -v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2};$$

$$\begin{aligned} h &= (v_0 \sin \alpha + gt)t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} \cdot \frac{v_0}{g} (\sqrt{4 - \cos^2 \alpha} - \sin \alpha) - \frac{v_0^2}{2g} (\sqrt{4 - \cos^2 \alpha} - \sin \alpha)^2 \\ &= \frac{v_0^2}{2g} (8 - 2\cos^2 \alpha - 2\sin \alpha \sqrt{4 - \cos^2 \alpha}) - \frac{v_0^2}{2g} (4 + \cos^2 \alpha - h^2 + 2\sin \alpha \sqrt{4 - \cos^2 \alpha}) \\ &= \frac{v_0^2}{2g} (4 - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{v_0^2}{2g} \cdot 3 = \frac{3v_0^2}{2g} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 10^5}{2 \cdot 10} \text{ м} = 15 \text{ м}. \end{aligned}$$

Вычисления:

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ \hline 325 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

- Ответ: 1) $|v_y| = v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} = 5\sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 18 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 2) $t = \frac{v_0}{g} (\sqrt{4 - \cos^2 \alpha} - \sin \alpha) = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \text{с} \approx 1,3 \text{с}$,
3) $h = \frac{3v_0^2}{2g} = 15 \text{ м}.$

Задача 2

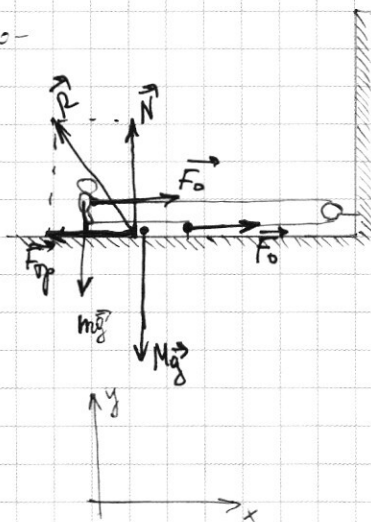
- 1) Иначе говоря, требуется найти вес человека и ящика. По третьему закону Ньютона этот вес равен по модулю и противоположен по направлению силе полной реакции опоры, действующей на ящик.

Рассмотрим систему тел: «ящик, человек».

$$\text{II з. Н. Оу: } N = mg + Mg; \\ N = (m + M)g.$$

Т.к. система движется, μ — сила трения является силой трения скольжения, т.е.

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu (m + M)g. \\ R = \sqrt{F_{\text{тр}}^2 + N^2} = \sqrt{\mu^2 + 1} (M + m)g = 3\sqrt{\mu^2 + 1} mg.$$



- 2) Опять рассмотрим систему тел «ящик, человек». Кроме сил тяжести и полной реакции опоры, на систему действуют еще две внешние силы: две силы натяжения каната — в точке крепления с ящиком и человеком. Эти силы равны как по модулю, так и по направлению, поскольку канат можно считать невесомым и трения в блоке нет.

$$\text{II з. Н.: } \vec{R} + (m + M)\vec{g} + 2\vec{F}_0 = (m + M)\vec{a}_c = \vec{0}, \text{ т.к. в «предельном» крайнем случае движение можно считать равномерным.}$$

$$\text{Ох: } 2F_0 = F_{\text{тр}}; \\ F_0 = \frac{\mu(M + m)g}{2} = \frac{\mu 3mg}{2}$$

- 3) Аналогично: согласно II з. Н.:

$$\vec{R} + (m + M)\vec{g} + 2\vec{F} = (m + M)\vec{a}_c;$$

$$\text{Ох: } -F_{\text{тр}} + 2F = (M + m)a; \\ a = \frac{2F}{(M + m)} - \mu g = \frac{2F}{3m} - \mu g$$

Движение этой системы тел («ящик, человек») равноускоренное, $\vec{v}_0 = \vec{0}$.

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2};$$

$$\text{Ох: } S = \cancel{v_0 t} + \frac{a t^2}{2}; \quad t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2S(M + m)}{2F - \mu(M + m)g}}.$$

$$\text{Ответ: 1) } R = 3\sqrt{\mu^2 + 1} mg; \quad 2) F_0 = \frac{3\mu mg}{2}; \quad 3) t = \sqrt{\frac{6Sm}{2F - 3\mu mg}}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

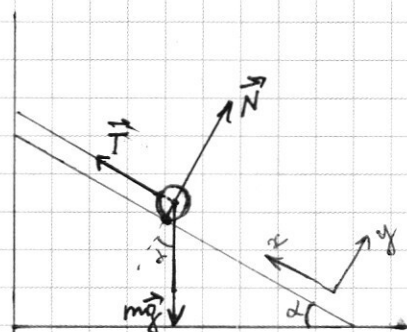
- 1) Согласно II закону Ньютона для шарика:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_c = \vec{0}, \text{ т.к. система покоится.}$$

Оу: $N = mg \cos \alpha$; ~~т.е.~~

Т.к. трения нет, то полная реакция опоры совпадает с нормалью и равна по модулю (но противоположна по направлению) весу шарика.

Это и есть сила давления шара на клин: $P = mg \cos \alpha$.



- 2) Найдём ускорение центра масс шарика.

Т.к. $\omega = \text{const}$, шар не оторвётся от клина, то $\vec{a}_c = \omega^2 \vec{r}$, где $\vec{r}$ — вектор, начало которого — центр масс шарика, конец — на оси вращения, и перпендикулярный оси вращения.

Т.е. $a_c = \omega^2 (L+R) \cos \alpha$.

Иначе говоря, $\vec{a}_c$ — нормальное ускорение центра масс.

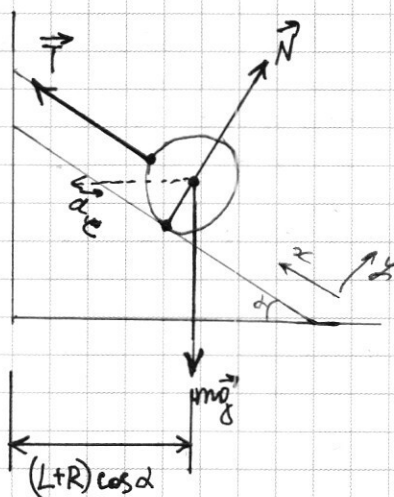
II з.Н. для шара:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_c$$

Оу: $N - mg \cos \alpha = -ma_c \sin \alpha$;

$$N = m(g \cos \alpha + a_c \sin \alpha) = m(g \cos \alpha + \omega^2 (L+R) \cos \alpha \sin \alpha).$$

Это и есть (аналогично п.1) искомая величина.



Ответ: 1) $P_1 = mg \cos \alpha$;

2) $P_2 = m \cos \alpha (g + \omega^2 (L+R) \sin \alpha)$.

Задача 5.

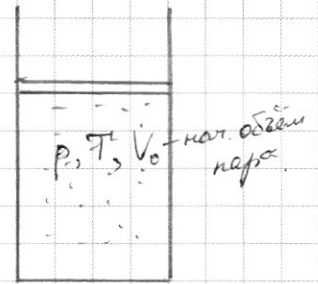
1) Для ~~идеального~~ насыщенного пара, как и для идеального газа, имеет место уравнение состояния:

$$pV_0 = \nu RT; \quad pV_0 = \frac{m_0}{\mu} RT; \quad p_n = \frac{\mu p}{RT}$$

Поэтому искомого отношение равно:

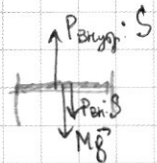
$$\frac{p_n}{p_0} = \frac{\mu p}{RT p_0} = \frac{0,018 \cdot 3,55 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 300 \cdot 10^3} = \frac{18 \cdot 3,55}{3 \cdot 8,31 \cdot 10^5} \approx 2,56 \cdot 10^{-5}$$

$\begin{array}{r} \times 3,55 \\ 18 \\ \hline + 2840 \\ 355 \\ \hline 63,90 \end{array}$	$\begin{array}{r} 63,9 : 3 = 21,3 \\ \hline 21,3 \overline{) 831} \\ \underline{1661} \\ 4690 \\ \underline{4158} \\ 5350 \\ \underline{4986} \\ \dots \end{array}$
--	--



2) ~~Т.к. пар насыщенного пара...~~ Этот изотермический процесс является и изобарическим. Это следует из того, что внутреннее давление равно внешнему давлению ($p_{вн.} + \frac{\rho g h}{2}$, где m — масса поршня) — см. II. з. Н. для поршня.

Т.к. $p = \text{const}$, $T = \text{const}$, то пар всегда остается насыщенным, при этом его плотность является постоянной величиной.



$$V_n = \frac{V_0}{\gamma} - \text{конечный объем пара}; \quad \Delta V_n = \frac{V_0}{\gamma} - V_0 = V_0 \left(\frac{1-\gamma}{\gamma} \right)$$

$$\text{Т.к. } p_n = \text{const} = \frac{\mu p}{RT}, \text{ то } \Delta m_n = \frac{\mu p V_0}{RT} \left(\frac{1-\gamma}{\gamma} \right)$$

$$\Delta m_B = -\Delta m_n = \frac{\mu p V_0}{RT} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

$$\text{Поэтому } V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{\Delta m_B}{\rho_B} = \frac{\mu p V_0}{\rho RT} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

$$\begin{aligned} \text{Т.о. } \frac{V_n}{V_B} &= \frac{V_0}{\gamma} \cdot \frac{\rho RT \cdot \gamma}{\mu p V_0 (\gamma-1)} = \frac{\rho RT}{\mu p (\gamma-1)} = \frac{10^3 \cdot 8,31 \cdot 3 \cdot 10^2}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3,55 \cdot 10^3 \cdot 4,6} = \\ &= 10^5 \cdot \frac{8,31}{3,55 \cdot 4,6} \approx 0,509 \cdot 10^5 \end{aligned}$$

$\begin{array}{r} \times 3,55 \\ 4,6 \\ \hline + 2130 \\ 1420 \\ \hline 16,330 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8310 1631 \\ 8158 \overline{) 1631} \\ \underline{15500} \\ -19878 \\ \hline 24520 \dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 1631 1631 \\ 9 8 \\ \hline 15679 13048 \end{array}$
---	--	--

Ответ: а) $\frac{p_n}{p_0} = \frac{\mu p}{RT p_0} \approx 2,56 \cdot 10^{-5}$; б) $\frac{V_n}{V_B} = \frac{\rho RT}{\mu p (\gamma-1)} \approx 5,09 \cdot 10^4$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

- 1) Переход в систему отсчета трубки.
Эта система не является инерциальной.

Этот переход эквивалентен изменению $\vec{g}$ на $\vec{g}_{\text{эфф}}$, где $\vec{g}_{\text{эфф}} = \vec{g} - \vec{a}$.

(Равносильность очевидно следует из II з. Н.)

Свободная поверхность жидкости перпендикулярна вектору $\vec{g}_{\text{эфф}}$.

Пусть β — угол между ней и горизонтальной.

из рис. 1: $\tan \beta = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1}$,

из рис. 2: $\tan \beta = \frac{a}{g}$

Т.о. $\frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} = \frac{a}{g}$; $1 - \frac{2h_1}{h_1 + h_2} = \frac{a}{g}$; $\frac{2h_1}{h_1 + h_2} = 1 - \frac{a}{g}$; $h_2 = 2h_1 \cdot \frac{g}{g-a} - h_1 =$

$= h_1 \left(2 \cdot \frac{g}{g-a} - 1 \right) = h_1 \cdot \frac{g+a}{g-a} = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \frac{14}{6} \text{ см} = 10 \cdot \frac{7}{3} = \frac{70}{3} \text{ см} \approx 23,3 \text{ см}.$

- 2) Т.к. трения практически нет, то имеет место закон сохранения энергии:
(и др. неконсервативных сил)

в системе отсчета равномерно движущейся трубки (или же в этой с.о. работа сил реакции опоры равна 0).

$$W_{n_0} + W_{k_0} = W_n + W_k ;$$

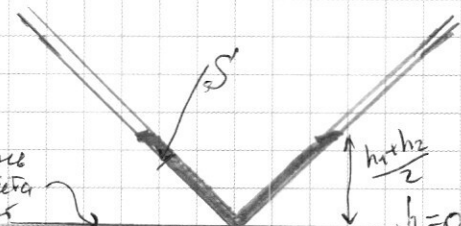
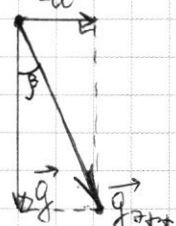
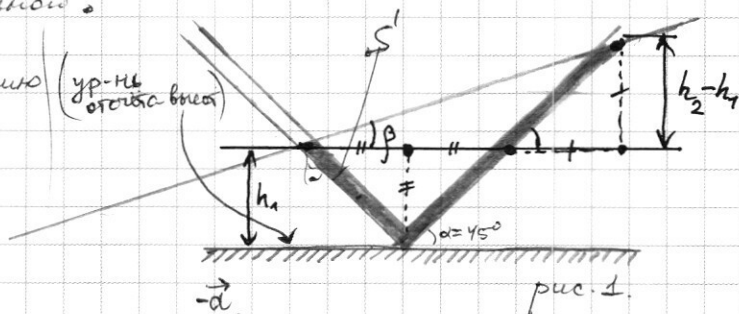
сразу после исчезновения ускорения

в момент равенства уровней.

$$\left(\frac{h_1}{\cos 45^\circ} \cdot \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{\cos 45^\circ} \cdot \frac{h_2}{2} \right) \rho g =$$

$$= \left(\frac{h_1 + h_2}{\cos 45^\circ} \cdot \frac{h_1 + h_2}{4} \right) \rho g + \frac{(h_1 + h_2) \rho g v^2}{\cos 45^\circ \cdot 2} ; \quad | \cdot 4$$

(скорость каждой частицы жидкости одинакова, т.к. жидкость неразрывна)



$$2(h_1^2 + h_2^2)g = (h_1 + h_2)^2 g + 2(h_1 + h_2)v^2;$$

$$(h_1^2 + h_2^2 - 2h_1h_2)g = 2(h_1 + h_2)v^2;$$

$$(h_1 - h_2)^2 g = 2(h_1 + h_2)v^2;$$

$$h_1 + h_2 = h_1 \cdot \frac{2g}{g-a};$$

$$h_1 - h_2 = h_1 \cdot \frac{-2a}{g-a}$$

$$v^2 = \frac{(h_1 - h_2)^2 g}{2(h_1 + h_2)} = h_1 \cdot \frac{\left(\frac{-2a}{g-a}\right)^2}{2 \cdot \frac{2g}{g-a}} = h_1 \cdot \frac{4a^2 \cdot (g-a)}{(g-a)^2 \cdot 4} = h_1 \cdot \frac{a^2}{g-a}.$$

$$T.O. \quad v = \sqrt{h_1 \cdot \frac{a^2}{g-a}} = \sqrt{0,1 \text{ м} \cdot \frac{16 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = \sqrt{\frac{16}{60}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{2\sqrt{15}}{15} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx$$

Ответ: 1) $h_2 = h_1 \cdot \frac{g+a}{g-a} \approx 23,3 \text{ см}$; 2) $v \approx \sqrt{h_1 \cdot \frac{a^2}{g-a}} \approx \frac{2\sqrt{15}}{15} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx \frac{\sqrt{60}}{15} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

