

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.

2) Найти время полета гайки.

3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

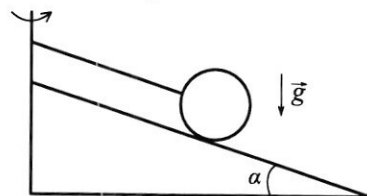
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.

2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

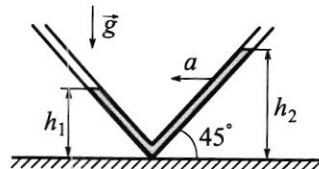


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?

2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



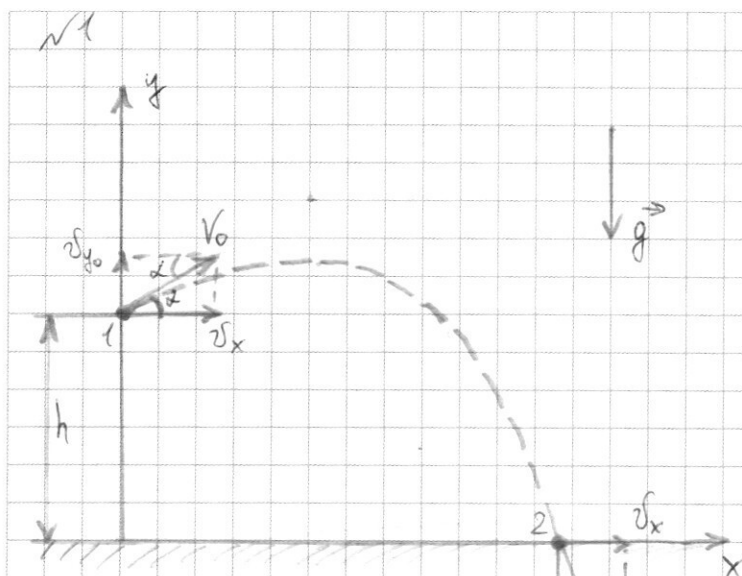
5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Решение:

Пусть v_{y0} — вертикальная составляющая начальной скорости, v_{yk} — вертикальная составляющая конечной скорости, v_x — горизонтальная составляющая скорости, тогда

$$v_{y0} = V_0 \sin \alpha, \quad v_x = V_0 \cos \alpha.$$

$$v_{yk} \downarrow \quad \downarrow 2V_0 \quad 1) (2V_0)^2 = (v_x)^2 + (v_{yk})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{yk} = -\sqrt{4V_0^2 - v_x^2} = -\sqrt{4V_0^2 - V_0^2 \cos^2 \alpha} = -V_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} =$$

$$= -V_0 \sqrt{3 + \sin^2 \alpha} = -10 \sqrt{3 + \frac{1}{4}} = -10 \sqrt{\frac{13}{4}} = -5\sqrt{13} \text{ (м/с)} - \text{вертикальная составляющая конечной скорости (знак „-“ означает, что гайка падает)}.$$

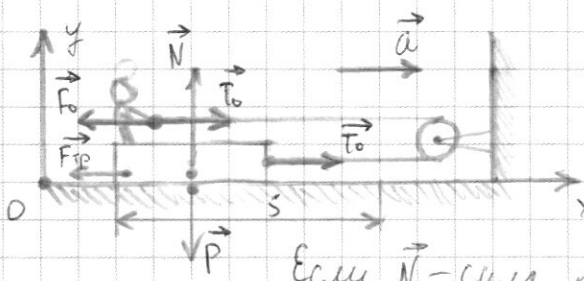
2) Вертикальные составляющие скоростей ^{и время} связаны следующим законом: $v_y(t) = v_{y0} - gt$. Пусть $v_y(\tau) = v_{yk}$, т.е. τ — время полёта гайки, тогда $v_{yk} = v_{y0} - g\tau \Rightarrow$

$$\Rightarrow \tau = \frac{v_{y0} - v_{yk}}{g} = \frac{5 + 5\sqrt{13}}{10} = \frac{\sqrt{13} + 1}{2} \text{ (с)}$$

3) Пусть m — масса гайки, Запишем закон сохранения энергии ^{и время} или для гайки в точках 1 и 2: $mgh + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{m(2V_0)^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow h = \frac{3V_0^2}{2g} = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 10} = 15 \text{ (м)}.$$

Ответ: $v_{yk} = -5\sqrt{13} \text{ м/с}$; $\tau = \frac{\sqrt{13} + 1}{2} \text{ с}$; $h = 15 \text{ м}$.



Решение:

1) Пусть $\vec{P}$ — сила, с которой эцек с человеком давят на пол.

Если $\vec{N}$ — сила реакции пола, действующая на систему „человек + эцек“, тож по III-му Ньютону $\vec{N} = -\vec{P}$.

Масса данной системы равна $(m+M)$, а т.к. $M=2m$, то она равна $(3m)$. Сила давления эцка с человеком на пол равна силе тяжести эцка с человеком, т.е. $P = 3mg$.

2) Пусть $\vec{F}_0$ — исконая минимальная сила, тогда на канате будет возникать сила натяжения $\vec{T}_0$ такая, что $\vec{T}_0 = -\vec{F}_0$.

Тогда на систему „эцек + человек“ будут действовать следующие силы: сила тяжести $3mg$; сила натяжения каната $\vec{T}_0$; сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр} = \mu \vec{N}$. Направим ось Oy вертикально, а ось Ox горизонтально вдоль движения эцка. Тогда

$$Ox: \vec{F}_{тр} + \vec{T}_0 = 0 \Rightarrow T_0 = F_{тр} = \mu N = 3\mu mg.$$

$$Oy: \vec{N} + 3mg = 0 \Rightarrow N = 3mg. \text{ Так как } F_0 = T_0, \text{ то } F_0 = 3\mu mg.$$

3) Теперь пусть человек прикладывает силу $F > F_0$ и в канате возникает сила натяжения $\vec{T}$ ($\vec{F} = -\vec{T}$). Тогда система начнет двигаться с постоянным ускорением $\vec{a}$.

$$Oy: \vec{N} + 3mg = 0 \Rightarrow N = 3mg$$

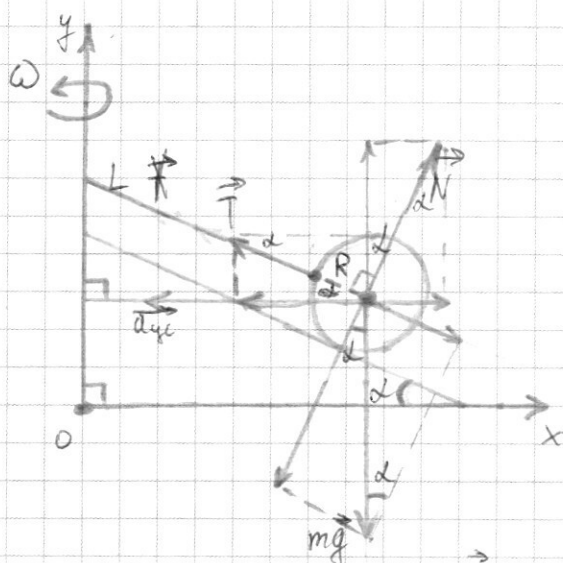
$$Ox: \vec{F}_{тр} + \vec{T} = 3m\vec{a} \Rightarrow 3ma = T - 3\mu mg \Rightarrow a = \frac{T - 3\mu mg}{3m} = \frac{F - 3\mu mg}{3m}.$$

$$\text{Если } t - \text{исконое время, то } S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{6mS}{F - 3\mu mg}}$$

$$\text{Ответ: } P = 3mg; F_0 = 3\mu mg; t = \sqrt{\frac{6mS}{F - 3\mu mg}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



1) По II закону Ньютона сила давления $\vec{P}$ шара на клин равна силе реакции опоры $\vec{N}$, что направлена противоположно $\vec{P}$ и перпендикулярна поверхности клина.

Пусть система покоится, тогда на шар действуют следующие силы:

Сила реакции опоры $\vec{N}$, сила тяжести $\vec{mg}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$, приведем

$\vec{T} + \vec{N} + \vec{mg} = 0$. Разложив силу тяжести $\vec{mg}$ на составляющие $mg \cos \alpha$ и $mg \sin \alpha$ найдем, что $T = mg \sin \alpha$ и $N = mg \cos \alpha$, т.е. искомая сила давления $P = mg \cos \alpha$.

2) Если система движется с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси Oy , то возникает центростремительное ускорение $a_{цс} = \omega^2 r$, где r — расстояние от центра шара до вертикальной оси. $r = (L + R) \cos \alpha \Rightarrow a_{цс} = \omega^2 (L + R) \cos \alpha$. Направим ось Ox вдоль горизонтальной поверхности клина.

$$Oy: mg = N \cos \alpha + T \sin \alpha \Rightarrow T = \frac{mg - N \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$Ox: m a_{цс} = T \cos \alpha - N \sin \alpha \Rightarrow m a_{цс} = (mg - N \cos \alpha) \cot \alpha - N \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m a_{цс} = mg \cot \alpha - N (\cos \alpha \cot \alpha + \sin \alpha).$$

$$\cos \alpha \cot \alpha + \sin \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} + \sin \alpha = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} \Rightarrow N = mg \cot \alpha \sin \alpha -$$

$$- m a_{цс} \sin \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha - m \omega^2 (R + L) \sin \alpha \cos \alpha.$$

Ответ: $P = mg \cos \alpha$; $P = mg \cos \alpha - m \omega^2 (R + L) \sin \alpha \cos \alpha$.

№5

1) Пусть V - начальный объем водяного пара, $P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$ - его начальное давление, ν_1 - его начальное кол-во. Тогда по ур-ию Менделеева - Клапейрона $PV = \nu_1 RT \Rightarrow PV = \frac{m_1}{\mu} RT \Rightarrow$

$\Rightarrow P = \frac{\rho \mu}{\mu} RT \Rightarrow \rho = \frac{P \mu}{RT}$. В итоге, учитывая, что $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $T = (27 + 273) \text{ К} = 300 \text{ К}$ и $R \approx 8$, найдем

$$\frac{\rho}{P} = \frac{P \mu}{RT P} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 300 \cdot 10^3} \approx 2,7 \cdot 10^{-5}$$

2) Пусть P_0 и V_0 - конечное давление и объем пара, тогда по условию $\frac{V_1}{V_0} = \gamma = 5,6$. Если ν_1 и ν_2 - начальное и конечное кол-во

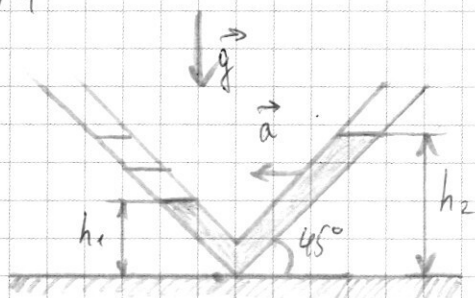
пара, то $\Delta \nu = \nu_1 - \nu_2$ - кол-во образовавшейся воды. Из 2 ур-ий Менделеева - Клапейрона: $PV = \nu_1 RT$
 $P_0 V_0 = \nu_2 RT \Rightarrow \Delta \nu = \frac{PV - P_0 V_0}{RT}$.

Если Δm - масса образовавшейся воды, ΔV - объем образовавшейся воды, то $\Delta m = \mu \Delta \nu$, $\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{\mu \Delta \nu}{\rho}$. Тогда

$$\frac{V_0}{\Delta V} = \frac{\rho}{\mu} \cdot \frac{V_0}{\Delta \nu} = \frac{\rho RT}{\mu} \cdot \frac{V_0}{PV - P_0 V_0} = \frac{\rho RT}{\mu(\gamma P - P_0)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$$\alpha = 45^\circ, a = 4 \text{ м/с}^2, h_1 = 10 \text{ см}, h_2 = ?$$

$$a_n = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{16} = \sqrt{4 \cdot 29} = 2\sqrt{29} \text{ м/с}^2$$



$$\begin{array}{r} 10,65 \overline{) 4} \\ \underline{8} \\ 26 \\ \underline{24} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,55 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

№5

$$t = 27^\circ\text{C}; T = 300\text{K}; P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па. Изотермический процесс} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \text{const}, V \downarrow \rho_0 = 12 \text{ г/см}^3, \mu = 18 \text{ г/моль}$$

$$\frac{V_{n1}}{V_{n2}} = \gamma = 5,6, V_n - \text{объем пара}, \frac{\rho_n}{\rho_0} = ?; \frac{V_{n2}}{V_0} = ?$$

$$PV_{n1} = \nu_{n1} RT$$

$$pV = \nu RT, pV = \frac{m}{M} RT \text{ или } p = \frac{\rho}{M} RT \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}; \rho_n = \frac{P_n M_n}{RT} = \frac{P_n \mu}{RT} \quad \frac{\rho_n}{\rho_0} = \frac{P_n \mu}{RT \rho_0} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 300 \cdot 10^3}$$

$$\text{Процесс изотермический} \Rightarrow T = \text{const} = 300\text{K} \text{ и } p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Пусть $P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$ и V — начальное давление и объем пара, p_0 и V_0 — конечное давление и объем пара. По

$$\text{условию } \frac{V}{V_0} = \gamma = 5,6 \quad \text{Поскольку } PV = p_0 V_0 \Rightarrow p_0 = \frac{V}{V_0} P =$$

$$P \cdot 5,6 = 5,6 \cdot 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па} = 19,88 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

V_1 — кол-во пара начальное
 V_2 — кол-во пара конечное
 $\Delta V = V_1 - V_2$ — кол-во образовавшейся воды

$$PV = \nu_1 RT$$

$$p_0 V_0 = \nu_2 RT$$

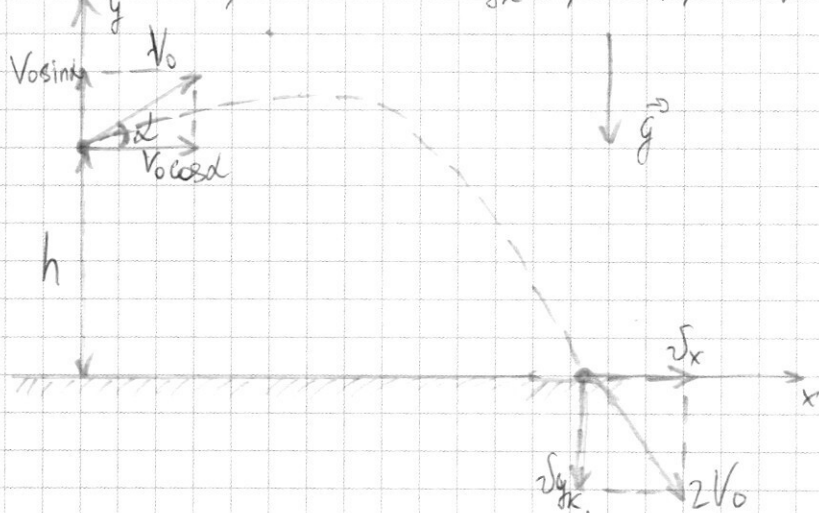
$$\Delta V = \frac{(pV - p_0 V_0)}{RT}$$

$$\begin{array}{r} 3,55 \\ \times 5,6 \\ \hline 2130 \\ 1770 \\ \hline 19880 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$V_0 = 10 \text{ м/с}$, $\alpha = 30^\circ$. $v_{yк}$?, t ?, h ?



Решение:

$$1) v_x = V_0 \cos \alpha$$

$$v_{y0} = V_0 \sin \alpha$$

$$2) (2V_0)^2 = (v_x)^2 + (v_{yк})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{yк} = \sqrt{(2V_0)^2 - (v_x)^2} =$$

$$= \sqrt{4V_0^2 - V_0^2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= V_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} =$$

$$= V_0 \sqrt{3 + \sin^2 \alpha} = 10 \cdot \sqrt{3 + \frac{1}{4}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{13}{4}} = 5\sqrt{13} \text{ (м/с)}$$

$$v_{yк} = -5\sqrt{13} \text{ (м/с)}$$

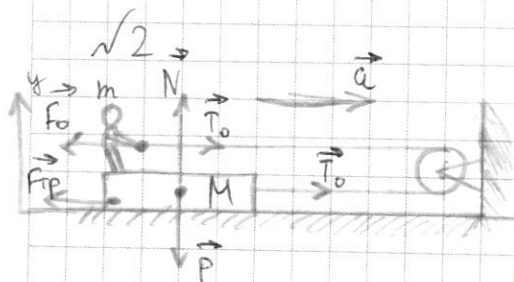
$$3) v_y = v_{y0} - gt, \quad v_{yк} = v_{y0} - gt \Rightarrow t = \frac{v_{y0} - v_{yк}}{g} =$$

$$= \frac{5 + 5\sqrt{13}}{10} = \frac{\sqrt{13} + 1}{2} \text{ (с)}$$

$$4) mgh + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{m \cdot (2V_0)^2}{2} \quad gh = \frac{3V_0^2}{2} \Rightarrow h = \frac{3V_0^2}{2g} =$$

$$= \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 10} = 15 \text{ (м)}$$

Ответ: $5\sqrt{13} \text{ м/с}$, $v_{yк} = -5\sqrt{13} \text{ м/с}$; $t = \frac{\sqrt{13} + 1}{2} \text{ с}$; $h = 15 \text{ м}$.



$$\vec{T}_0 = -\vec{F}_0, \quad \vec{N} = \vec{P}, \quad 1) P = (m+M)g = 3mg$$

$$2) O_y: \vec{N} + \vec{P} = 0$$

$$O_x: \vec{T}_0 + \vec{F}_{тр} = 0$$

$$\vec{F}_{тр} = \mu \vec{N}$$

$$F_0 = T_0 = F_{тр} = \mu N = 3\mu mg$$

$$3) \vec{T} = -\vec{F} \quad (F > F_0).$$

$$O_y: \vec{N} + \vec{P} = 0$$

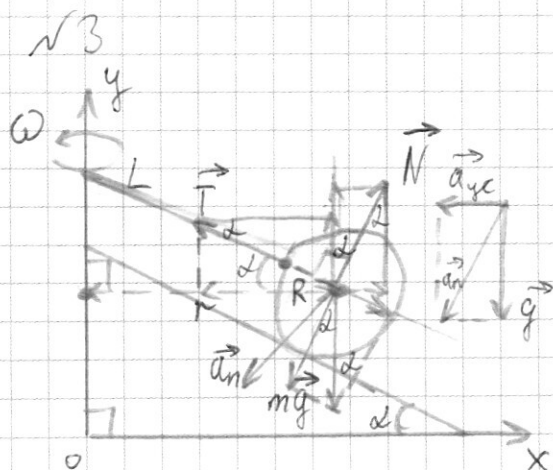
$$O_x: \vec{T} + \vec{F}_{TP} = (m+M)\vec{a} = 3m\vec{a}$$

$$F - 3\mu mg = 3ma \Rightarrow a = \frac{F - 3\mu mg}{3m}$$

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad v_0 = 0 \Rightarrow S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{2S}{a} = \frac{6mS}{F - 3\mu mg}$$

$$t = \sqrt{\frac{6mS}{F - 3\mu mg}}$$

$$\text{Ответ: } P = 3mg; \quad F_0 = 3\mu mg; \quad t = \sqrt{\frac{6mS}{F - 3\mu mg}}$$



$$1) \vec{N} + \vec{T} + m\vec{g} = 0, \quad \vec{N} = -\vec{P}$$

$$T = mg \sin \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$P = mg \cos \alpha$$

$$2) r = (R+L) \cos \alpha$$

$$a_{yc} = \omega^2 r = \omega^2 (R+L) \cos \alpha$$

$$a_n = \sqrt{a_{yc}^2 + g^2} = \sqrt{\omega^4 (R+L)^2 \cos^2 \alpha + g^2}$$

$$O_y: mg = N \cos \alpha + T \sin \alpha \Rightarrow T = \frac{mg - N \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$O_x: m a_{yc} = T \cos \alpha - N \sin \alpha \Rightarrow m a_{yc} = (mg - N \cos \alpha) \operatorname{ctg} \alpha -$$

$$- N \sin \alpha, \quad m a_{yc} = mg \operatorname{ctg} \alpha - N \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha - N \sin \alpha$$

$$N(\cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \sin \alpha) = mg \operatorname{ctg} \alpha - m a_{yc}$$

$$N = (mg \operatorname{ctg} \alpha - m a_{yc}) \sin \alpha = mg \cos \alpha - a_{yc} \sin \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha - m \omega^2 (R+L) \sin \alpha \cos \alpha$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

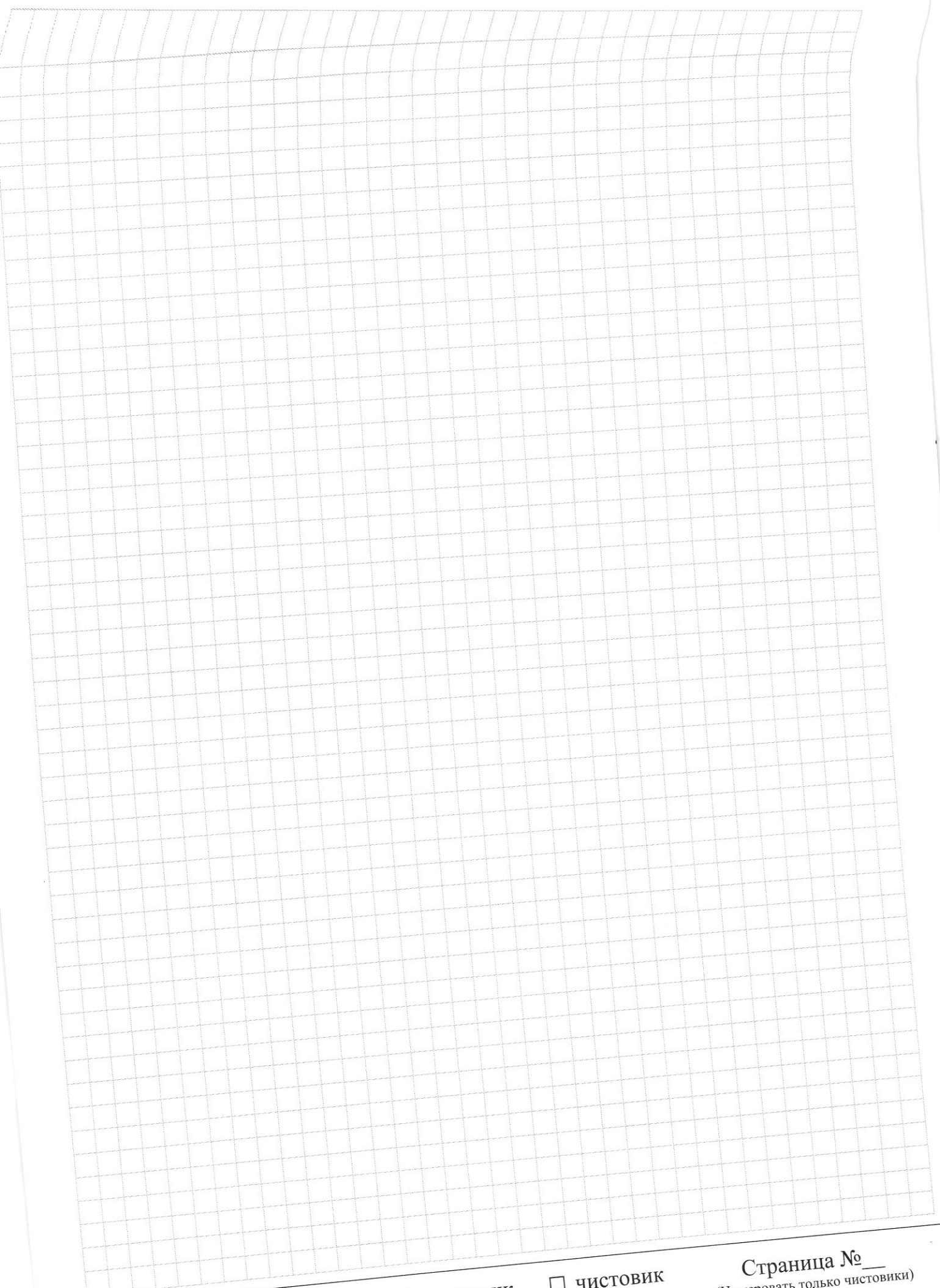
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик

(Поставьте галочку)

☐ чистовик



☐ черновик

☐ чистовик
(подле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)