Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

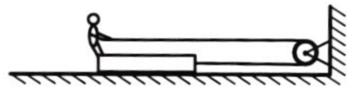
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
2) Найти время полета гайки.
3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10\,\text{м/с}^2$. Сопротивление воздуха не учитывать.

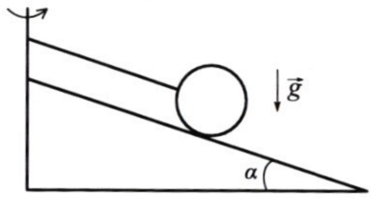
2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ.



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F $(F > F_0)$ к канату?

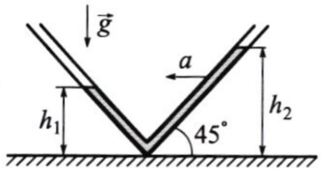
3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L, привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^0$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с^2 уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?



Ускорение свободного падения $g = 10\,\text{м/с}^2$. Действие сил трения пренебрежимо мало.

5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27 ^{0}C и давлении $P = 3{,}55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5{,}6$ раза.

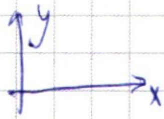
Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см^3, $\mu = 18$ г/моль.

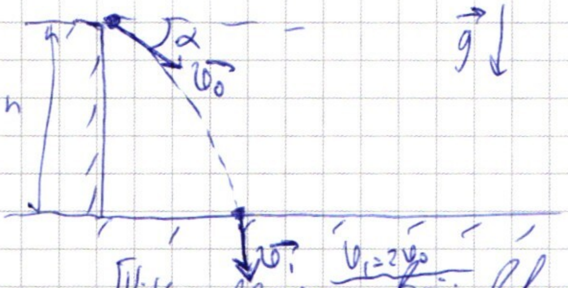
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.





Дано:
$v_0 = 10$ м/с
$\alpha = 30°$
$2v_0$; $g = 10\frac{м}{с^2}$
v_{y1} - ?
τ - ?
h - ?

Т.к., частица всё время приближалась к гориз. поверхности Земли, что её бросили вниз. Изначально проекции скорости $v_{0x} = v_0 \cancel{\sin\alpha} \cos\alpha$

$v_{0y} = -v_0 \cancel{\cos\alpha} \sin\alpha$.

В конце проекция по x на оси $v_{1x} = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

$v_{1y} = -\sqrt{v_1^2 - v_{1x}^2} =$

$= -\sqrt{4v_0^2 - v_0^2\cos^2\alpha} = -v_0\sqrt{4 - \cos^2 30°} =$

$= -v_0 \cdot \sqrt{4 - \frac{3}{4}} = -\frac{v_0}{2}\sqrt{13} \approx -1{,}8 v_0$.

Далее, для равноуск. движ. частицы $v_{1y} = v_{0y} + g_y\tau$

$\Downarrow$

$\tau = \frac{-v_{0y} + v_{1y}}{g_y} = \frac{-1{,}8v_0 - (-v_0 \cdot \sin 30°)}{g_y} =$

$= \frac{10\frac{м}{с}}{-10\frac{м}{с^2}} \cdot (-1{,}8 + 0{,}5) = 1{,}3с.$

По ур-ю движения, $\Delta y = v_{0y}\tau + \frac{g_y\tau^2}{2} = -v_0\sin\alpha\,\tau + \frac{g_y\tau^2}{2} =$

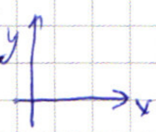
$= -10\frac{м}{с}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1{,}3с - \frac{10\frac{м}{с^2}\cdot(1{,}3с)^2}{2} = -\frac{13}{2}(1{,}3 + 1)м = -\frac{3{,}9 - 1}{2}м = \cancel{1{,}89м}$ 14,95м

$h = |\Delta y|$

Ответ: 1) $|v_y| \approx 1{,}8 v_0 = 18\frac{м}{с}$, напр. вниз. 2) $\tau = 1{,}3с$. 3) $h = \cancel{1{,}89м}$ 14,95м.

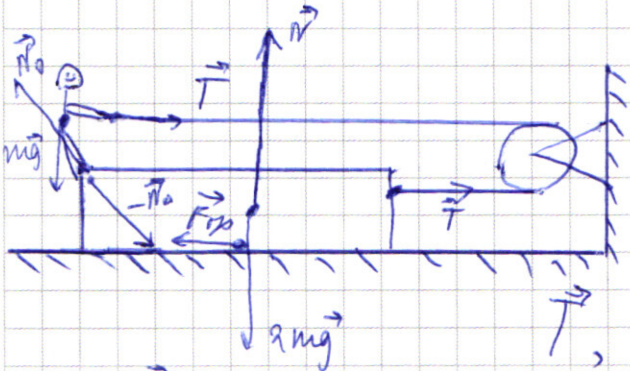
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№2



Дано: S, m, M=2m, μ

P - ? F_0 ~~min~~ ? t - ?



Расставим силы, действующие на человека (ч) и лодку (л) (натяжение $\vec T$, реакц. опоры пола $\vec N$, сила трения $\vec F_{тр}$ и силы тяжести $m\vec g$ и $2m\vec g$, сила взаимод. чел-ка и лодки $\vec N_0$ и $-\vec N_0$). Объединим ч и л в одну систему тел, и запишем для неё 2 з-н Ньют.:

x: $(m+2m)a_x = 2T - F_{тр}$ (1) (мы считаем, что он движется поступ. и един., т.е. перемещается вправо)

y: $0 = N - mg - 2mg$. (2)

Из (2) $N = 3mg$, ~~а то и л~~ а сила давл. ч и л на пол $\vec P = -\vec N$ по III з-ну Ньютона $\Rightarrow P = 3mg$.
(Если имеется в виду полное воздействие, т.е., с учётом $F_{тр} = \mu N = 3\mu mg$, то не т. тогда оно $\sqrt{(3mg)^2 + (3\mu mg)^2} = 3mg\sqrt{1+\mu^2}$)

Далее, по III з-ну Ньют. с какой силой чел-к тянет канат, с такой же канат тянет человека. Иначе говоря, $T = F$. А сила минимальна, когда он и лодка движутся ($F_{тр} = \mu N$, он скользит), но с пост. скоростью, $a_x = 0$. Т.е.,

$$0 = 2T - F_{тр}$$

$$F_{min} = T = \frac{F_{тр}}{2} = \frac{\mu N}{2} = \frac{3}{2}\mu mg.$$ Это и есть $F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$

Далее, (в условии явно не указано, что такое F_0, которое $F_0 < F$, но я полагаю, что это то, что надо найти в п. 2 ~~я назвал F_{min}~~) из ур-я (1) $a_x = \frac{2T - F_{тр}}{m+2m} = \frac{2F - 3\mu mg}{3m}$

Тогда если путь S он проходит за t, то имеем
(т.к. $F > F_0 \Rightarrow a_x \neq 0$).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S = \frac{a_x \tau^2}{2}$

$\Downarrow$

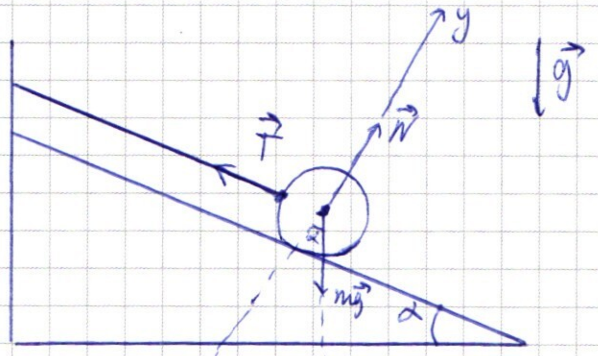
$\tau = \sqrt{\frac{2S}{a_x}} = \sqrt{\frac{6mS}{2F - 3\mu mg}}$

Ответ: ① $P = 3mg$ (если имелось в виду полное взаимодействие, а не только по нормали, то ответ не $3mg$, а $3mg\sqrt{1+\mu^2}$)

② $F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$

③ $\tau = \sqrt{\frac{6mS}{2F - 3\mu mg}}$.

№3



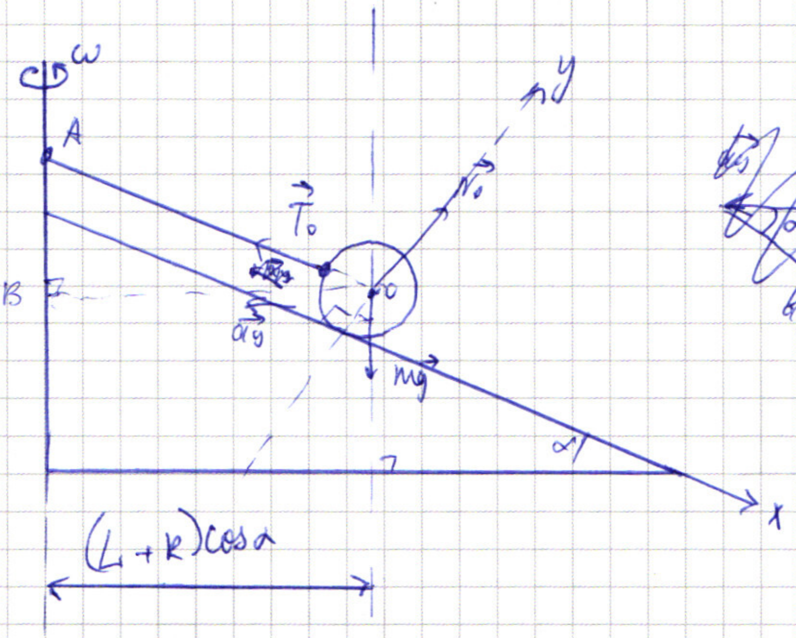
Дано:
m, R, α, L
ω

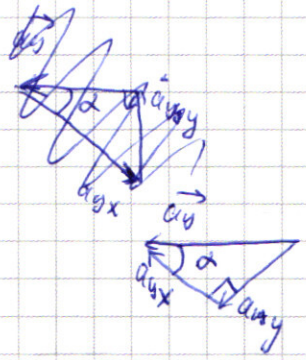
$P - ?$
$P_0 - ?$

① Расставим силы, действующие на шар. Введём Oy, ⊥ поверхности клина. Т.к., шар покоится, то II з-н Ньют. выглядит так: (N – сила реакц. опоры, T – сила натяж. нити).

y: $0 = N - mg\cos\alpha \Rightarrow N = mg\cos\alpha$. По III з-ку Ньют., сила давл. шара на клин $\vec{P} = -\vec{N} \Rightarrow P = N = mg\cos\alpha$.

② Расставим силы, действ. на шар.





Введём оси X и Y. Заметим, что центростремит. ускорение есть $a_{ц} = \omega^2 (L+R)\cos\alpha$, т.к. расст. ~~от оси~~ AO = L+R, а ~~расст.~~ BO = AO cos α. (∠AOB = α).

II з-н Ньют.:

X: $ma_{цx} = -T_0 + mg\sin\alpha$

Y: $ma_{цy} = N_0 - mg\cos\alpha$

$$\begin{cases} -m\cdot\omega^2(L+R)\cos\alpha\cdot\cos\alpha = -T_0 + mg\sin\alpha \\ -m\omega^2(L+R)\cos\alpha\sin\alpha = N_0 - mg\cos\alpha \end{cases}$$

⇔

$$N_0 = m\cos\alpha\cdot(g-\omega^2(L+R)\sin\alpha).$$

По III з-ну Ньют., $\vec{P_0} = -\vec{N_0} \Rightarrow P_0 = N_0 = m\cos\alpha(g-\omega^2(L+R)\sin\alpha)$.

Ответ: ① $P = mg\cos\alpha$

② $P = m\cos\alpha(g-\omega^2(L+R)\sin\alpha)$.

№4.

Дано:
$\alpha = 45°$
$a = 4\ \frac{м}{с^2}$
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$h_1 = 10$ см

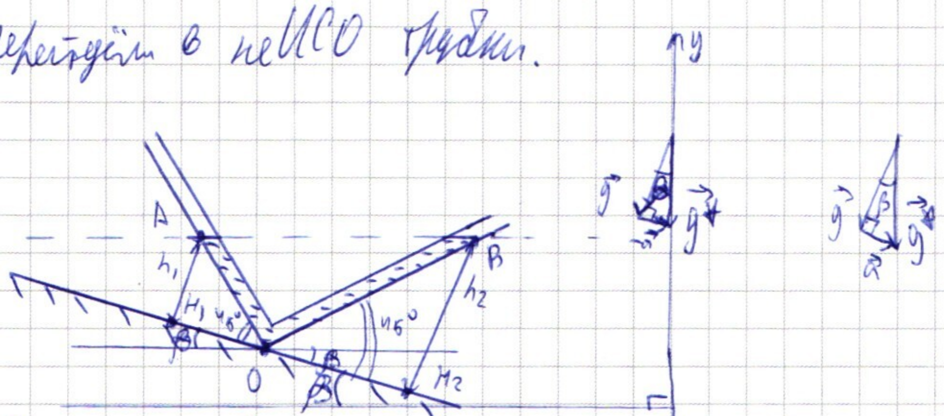
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Перейдём в неИСО трубки.



Здесь ~~на~~ ~~тр~~ трубка находится в поле результирующего ускорения $\vec g^* = \vec g - \vec a$. Стало быть, в проекции на оси Oy ~~—~~, ($Oy \uparrow\uparrow \vec g^*$), выполняется закон сообщающихся сосудов. Тогда, $tg\beta = \frac{a}{g}$ (см. Δ векторов). Ясно, $\beta < \pi$ (т.о. напр. однозн. определено) $\Rightarrow \beta = arctg\left(\frac{a}{g}\right)$.

Также, $OA = AH_1/\sin 45 = \sqrt{2}h_1$, аналогично $OB = \sqrt{2}h_2$. Тогда проекции их на y будут $OA\sin(45+\beta)$ и $OB\sin(45-\beta)$, причём $OA\sin(45+\beta) = OB\sin(45-\beta)$.

$$\sqrt{2}h_1\sin(45+\beta) = \sqrt{2}h_2\sin(45-\beta)$$

$$\Downarrow$$

$$h_2 = h_1 \cdot \frac{\sin(45+\beta)}{\sin(45-\beta)}, \text{ где } \beta = arctg\left(\frac{a}{g}\right).$$

②. ~~Запишем ЗСЭ (с уровнем потенциальной энергии берём на земле) для момента сразу после остановки и момента~~ Далее, если вся масса жидкости m, её плотность ρ, сечение трубки S, её толщина много меньше длины, то $m = \rho S(OA+OB)$, масса жид. в левом колене $\rho S OA = \sqrt{2}\rho S h_1$, в правом — $\sqrt{2}\rho S h_2$. ~~В то~~ Стало быть, центр ~~ма~~ масс находится на высоте h_0 от земли такой, что

$$h_0 = \frac{\frac{h_1}{2}\cdot\sqrt{2g}Sh_1 + \frac{h_2}{2}\cdot\sqrt{2g}Sh_2}{\sqrt{2g}Sh_1 + \sqrt{2g}Sh_2} = \frac{h_1^2+h_2^2}{2(h_1+h_2)}.$$

(Очевидно, что ц. масс жидк. в каждой из трубок — на половине высоты столба).

Запишем ЗСЭ для ситуации, когда от стенки ещё прошла и когда у жидк. скорость $\vec{v}$ (нул. уров. пот. энергии — на пов. земли):

$$mgh_0 = mg\frac{h_1+h_2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

(После выравнивания ~~трубе~~ уровней в обеих ~~трубках~~ половинах стало h, из несжимаемости $2Sh = Sh_1 + Sh_2$

$\Downarrow$ $h = \frac{h_1+h_2}{2}$

центр масс жидкости однородной (в трубке пост. сечения), верхний край находящейся на высоте, h равной, будет на высоте $\frac{h}{2}$)

$$v = \sqrt{g\left(2h_0 - \frac{h_1+h_2}{2}\right)} = \sqrt{g\left(\frac{2h_1^2+2h_2^2 - h_1^2 - 2h_1h_2 - h_2^2}{2(h_1+h_2)}\right)} =$$

$$= \sqrt{g\frac{(h_1-h_2)^2}{2(h_1+h_2)}}$$

Подставим числ.

$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{g}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{5}\right)$. $\operatorname{tg}\beta = \frac{2}{5}$, $\left.\begin{array}{l}\beta < \pi \\ \operatorname{tg}\beta > 0\end{array}\right\} \Rightarrow \beta$ — острый (не тупой).

$1 + \operatorname{tg}^2\beta = \frac{1}{\cos^2\beta} \Rightarrow \frac{1}{\cos\beta} = \sqrt{1+\frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{29}{25}}$

$\Downarrow$

$\cos\beta = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

$\sin\beta = \frac{2}{\sqrt{29}}$.

$\sin(45 \pm \beta) = \sin 45^\circ \cos\beta \pm \cos 45^\circ \sin\beta =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{5\pm 2}{\sqrt{58}}$. $\sin(45+\beta) = \frac{7}{\sqrt{58}}$, $\sin(45-\beta) = \frac{3}{\sqrt{58}}$.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 6

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь $h_2 = h_1 \cdot \frac{\sin(45+\beta)}{\sin(45-\beta)} = 10\text{см} \cdot \frac{7/\sqrt{58}}{3/\sqrt{58}} = \frac{70}{3}\text{см} \approx 23{,}3\text{ см} = \frac{7}{30}\text{ м}.$

$$v = \sqrt{g\frac{(h_1-h_2)^2}{2(h_1+h_2)}} = \cancel{\sqrt{10\cdot\frac{(23{,}3-0{,}1)}{}}}$$

$$= \sqrt{10\tfrac{м}{с^2}\cdot\frac{(0{,}1м-0{,}233м)^2}{2(0{,}1м+0{,}233м)}} = \sqrt{5\cdot\frac{\left(\frac{10}{3}\right)^2}{30}}$$

$$\cancel{=\sqrt{5\cdot\left(\frac{1}{10}-\frac{70}{3}\right.}} \quad \cancel{=\sqrt{5\cdot\left(\frac{1}{10}-\frac{70}{3}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{5\cdot\frac{\left(\frac{3}{30}-\frac{7}{30}\right)^2}{\frac{3}{30}+\frac{7}{30}}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{5\cdot\frac{\frac{4\cdot4}{30\cdot30}}{\frac{10}{30}}}\,\frac{м}{с} =$$

$$= \sqrt{\frac{20\cdot4}{30\cdot10}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{\frac{8}{30}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{\frac{4}{15}}\,\frac{м}{с} = \frac{2}{\sqrt{15}}\,\frac{м}{с} \approx \frac{2}{3{,}9}\,\frac{м}{с} \approx 0{,}51\,\frac{м}{с}.$$

Ответ: $h_2 \approx 23{,}3$ см; $v \approx 0{,}51\ \frac{м}{с}$.

$t = 27°C \Rightarrow T = 300K.$

$p = 3{,}55\cdot10^3$ Па.

$\gamma = 5{,}6$

$\rho = 1\ г/см^3$

$\mu = 18\ г/моль$

$\frac{\rho_0}{\rho} - ?$ $\alpha - ?$

№5

Обозначим плотность пара через ρ_0 (в течение опыта он насыщ., поэтому плотн. постоянна), изнач. объем V, массу m, кол-во ν.

Ур-е Менделеева–Клапейрона:

$pV = \nu RT.$

$p = \frac{\rho_0}{\mu} RT$

$$\rho_0 = \frac{p\mu}{RT} = \frac{3{,}56\cdot 10^3\,Па \cdot 18\cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}}{8{,}31\,\frac{Па\cdot м^3}{моль\cdot К}\cdot 300К} = \cancel{\frac{3{,}56\cdot 18}{8{,}31\cdot 3}\,\frac{кг}{м^3}}$$

$$= \cancel{\frac{3{,}56\cdot 1{,}8}{8{,}31\cdot 3}}\cdot 10 = \frac{3{,}56\cdot 18}{8{,}31\cdot 3}\cdot 10^{-2}\,\frac{кг}{м^3} = \frac{3{,}56\cdot 6}{8{,}31}\cdot 10^{-2}\frac{кг}{м^3} =$$

$$= \frac{21{,}3}{83{,}1}\cdot 10^{-2}\,\frac{кг}{м^3} \approx 2{,}57\cdot 10^{-2}\,\frac{кг}{м^3}.$$

Тогда $\frac{\rho_0}{\rho_в} = \frac{2{,}57\cdot 10^{-2}\,\frac{кг}{м^3}}{1000\,\frac{кг}{м^3}} \approx 2{,}57\cdot 10^{-5}$.

Объём пара был V, станет $\frac{V}{\gamma}$ - стало быть, сконденсиру~~ить~~ется масса $\rho_0\left(V - \frac{V}{\gamma}\right) = \rho_0 V\cdot\frac{\gamma-1}{\gamma}$, но эта вода имеет объём $V\cdot\frac{\rho_0}{\rho_1}\cdot\frac{\gamma-1}{\gamma}$, а у пара объём $\frac{V}{\gamma}$.

Отношение этих объёмов $\alpha = \frac{V/\gamma}{V\cdot\frac{\rho_0}{\rho_в}\cdot\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{\rho}{\rho_0}\cdot\frac{1}{\gamma-1}$

$$\alpha = \frac{1}{2{,}57\cdot 10^{-5}}\cdot\frac{1}{5{,}6-1} = 10^5\cdot\frac{1}{2{,}57\cdot 4{,}6} \approx 10^5\cdot 0{,}085 \approx$$

$$\approx 8{,}5\cdot 10^3.$$

Ответ: ① $\frac{\rho_0}{\rho} \approx 2{,}57\cdot 10^{-5}$

② $\alpha \approx 8{,}5\cdot 10^3$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3,5 \cdot 3,5 = 12,25$

$3,6 \cdot 3,6 = 12,96$

$3,7 \times 3,7$: 259, 111, 1369

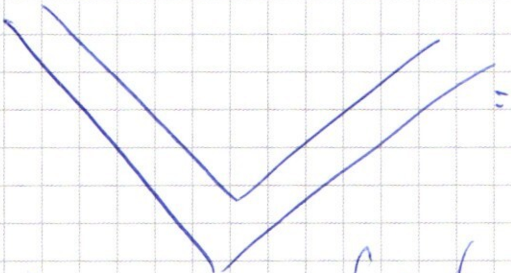
ω,

$p = \int_{x_1}^{x_2} m$

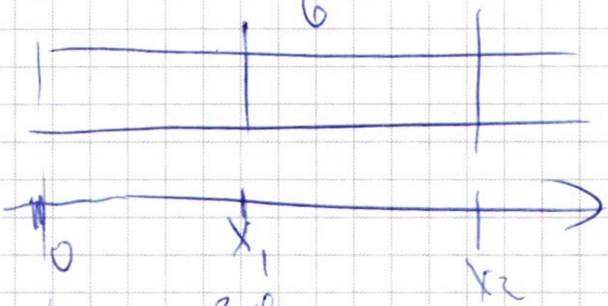
$\Delta p = \frac{\rho \omega^2}{2}(x_2 - x_1)(v_2 + v_1) = \frac{\rho(v_2^2 - v_1^2)}{2} = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}$

$\rho \cdot S(x_2 - x_1)$

$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const$



$\int dp = \int \frac{\sigma\, dx\, \omega^2 x}{S}$; $\boxed{p = \frac{\rho v_2^2}{2}}$,



$\Delta p = \frac{\sigma \omega^2}{S} \int_{x_1}^{x_2} x\,dx \Rightarrow$

$= \frac{\sigma \omega^2}{S} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2}$

$3,9 \times 3,9$: 351, 117, 15,21

200 | 3,9 — 195 | 0,0513; 50; 39; 110

$\rho = \frac{m}{V}$, $\sigma = \frac{m}{l}$ $\Rightarrow \rho = \frac{\sigma}{S}$

$\omega x_2 - v_2$

$\omega x_1 - v_1$

$\Delta p = \frac{\sigma \omega^2}{S} \cdot \frac{x_2^2 - x_1^2}{2}$,

$\boxed{\Delta p = \frac{\sigma \omega^2}{2S}(x_2^2 - x_1^2)}$.

$\boxed{\Delta p = \frac{\rho \omega^2}{2}(x_2^2 - x_1^2)}$

$\boxed{\Delta p = \rho \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}}$;

$\Rightarrow \frac{\frac{кг}{м} \cdot c^{-2}}{м^2} \cdot м^2 = \frac{кг}{м \cdot c^2} = Па$.

$T = const.$

$p = const.$

$\varphi = \frac{p_n}{p_0} = \frac{\rho_n}{\rho_0}$

$pV = \nu RT$

$pV = \frac{m}{M} RT$

$p = \frac{\rho}{M} RT$

$\rho_n = \frac{pM}{RT}$

21,3

2130 | 8,31 — 2,5663

$N \sin\alpha\, t = v_2 \sin\alpha$

$\mu N t = v_2 \cos\alpha + v_1$

$\mu = \frac{v_2 \cos\alpha + v_1}{v_2 \sin\alpha}$

$a = g(\mu \cos\alpha - \sin\alpha)$

2,57 · 4,6 = 11,822

100000 | 11,822 — 0,084

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)