

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 09

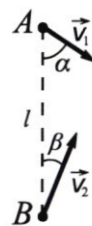
Вариант 09-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без влс

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

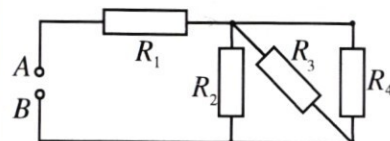
2) На сколько Δt ($^\circ\text{C}$) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг $\cdot^\circ\text{C}$). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

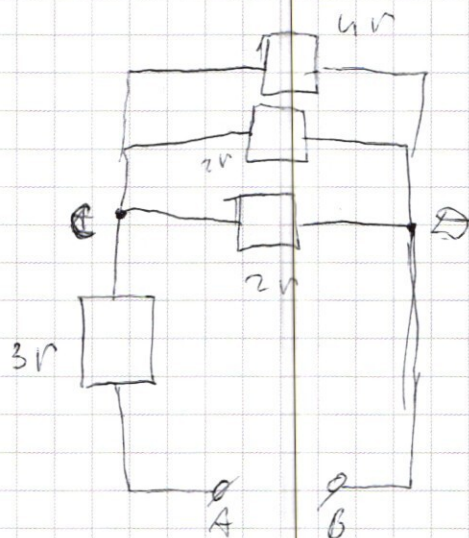
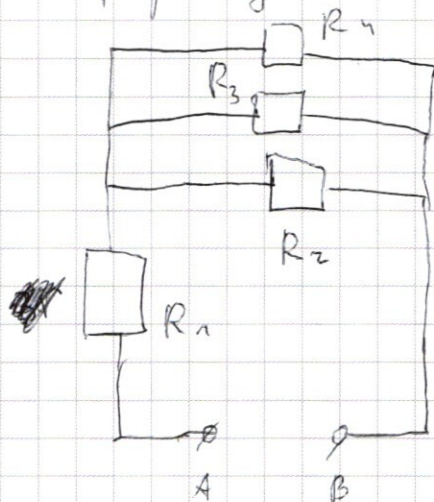
2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5.

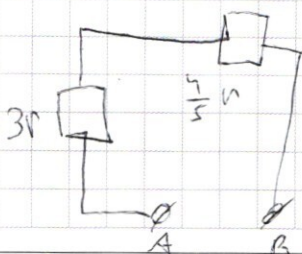
Проверяем схему



R_2, R_3, R_4 соединены параллельно.

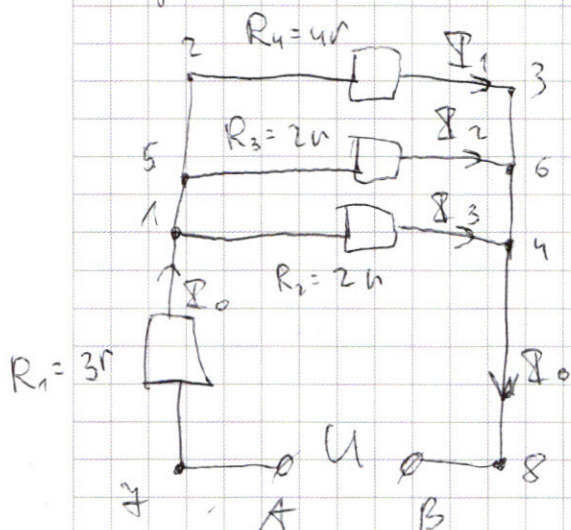
$$R_{с\partial} = \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_2 R_4} = \frac{2r \cdot 2r \cdot 4r}{2r \cdot 2r + 2r \cdot 4r + 2r \cdot 4r} = \frac{16r^3}{4r^2 + 8r^2 + 8r^2} = \frac{16}{20}r = \frac{4}{5}r$$

Эквивалентная схема:



$$R_{AB} = 3r + \frac{4}{5}r = \frac{15 + 4}{5}r = \frac{19}{5}r = 3,8r$$

Рассчитать токи в цепи при заданном источнике напряжения ~~и сопротивлении~~



1-ое ур. Кирхгофа:

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$

2-ое ур. Кирхгофа:

Контур 56415:

$$2I_2 \cdot 1 - 2I_3 \cdot 1 = 0$$

$$I_2 = I_3$$

Контур 23652:

$$4I_1 \cdot 1 - 2I_2 \cdot 1 = 0$$

$$I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{I_3}{2}$$

$$I_0 = \frac{I_3}{2} + 2I_3 = 2,5 I_3$$

~~$$I_0 = \frac{I_3}{2} + 2I_3$$~~

Контур 72387:

$$U = 3I_0 + 4I_1 = 7,5 I_3 + 2I_3 = 9,5 I_3$$

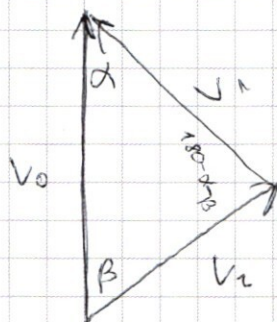
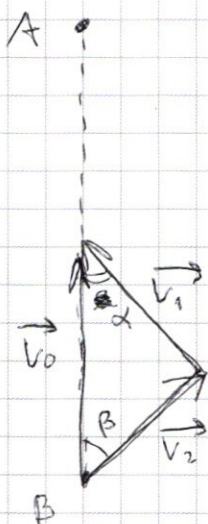
$$I_3 = \frac{U}{9,5} = \frac{38 \text{ В}}{95 \Omega} = \frac{2}{5} \text{ А}$$

$$I_1 = \frac{I_3}{2} = \frac{1}{5} \text{ А}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Перейдём в систему отсчёта корабля А. Тогда требуется, чтобы посылка в корабль, относительно корабля нулю не двигалась по линии, соединяющей их (на рисунке — пунктир) с относительной скоростью $\vec{V}_0$.



По теореме синусов для треугольника скоростей находим:

$$\frac{V_2}{\sin \alpha} = \frac{V_1}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \beta}{V_1} = \frac{\sin \alpha}{V_2}$$

$$\sin \beta = \frac{V_1}{V_2} \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{10}{20} \sin 60 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\beta = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha + \beta = \arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) + \frac{\pi}{3}$$

$$180^\circ = \pi$$

~~По теореме косинусов~~

$$V_0^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2 V_1 V_2$$

По теореме синусов:

$$\frac{V_2}{\sin \alpha} = \frac{V_0}{\sin(\pi - (\alpha + \beta))} = \frac{V_0}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$V_0 = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} V_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\alpha + \beta) V_2$$

Когда расстояние между торпедой и кораблём будет $S = 770$ м, относительно корабля торпеда пройдёт

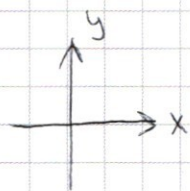
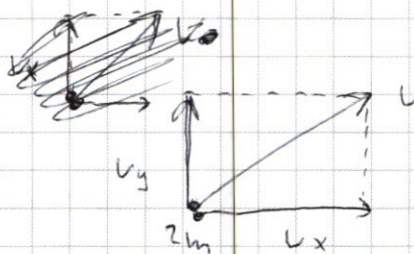
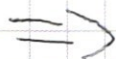
$$\Delta S = 1000 - 770 = 230 \text{ м}$$

$$\Delta S = V_0 T \quad T = \frac{\Delta S}{V_0}$$

$$T = \frac{\Delta S}{\frac{2}{\sqrt{3}} \sin \left(\arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) + \frac{\pi}{3} \right) V_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$v_x; v_y$ — проекции v на Ox и Oy .

Закон сохранения импульса для шариков:

$$m\vec{v}_1 + m_0\vec{v}_2 = 2m\vec{v}$$

на Oy :

$$mv_2 = 2mv_y$$

$$v_y = \frac{v_2}{2}$$

на Ox :

$$mv_1 = 2mv_x$$

$$v_x = \frac{v_1}{2}$$

По теореме Пифагора

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{\frac{V_1^2}{4} + \frac{V_2^2}{4}} = \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2}{4}} = \frac{\sqrt{60^2 + 80^2}}{2} = \frac{\sqrt{10000}}{2} = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Закон сохранения энергии для шариков (Q - выделившееся тепло)

$$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = \frac{2mV^2}{2} + Q$$

$$Q = \frac{m}{2}(V_1^2 + V_2^2 - 2V^2)$$

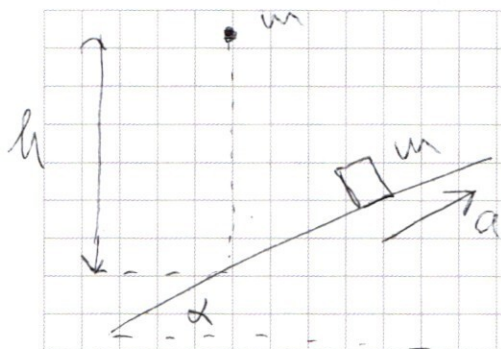
В то же время

$$Q = 2mc\Delta t \quad (\text{температуры перед столкновением одинаковы})$$

$$2mc\Delta t = \frac{m}{2}(V_1^2 + V_2^2 - 2V^2)$$

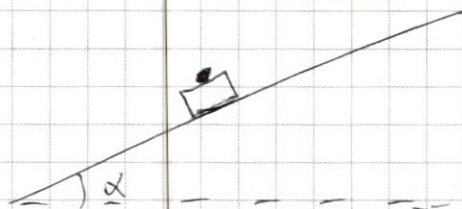
$$\Delta t = \frac{V_1^2 + V_2^2 - 2V^2}{4c} = \frac{60^2 + 80^2 - 2 \cdot 50^2}{4 \cdot 130} = \frac{5000}{4 \cdot 130} = \frac{1250}{130} = \frac{125}{13} \approx 9,6^\circ\text{C}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N3.

=>



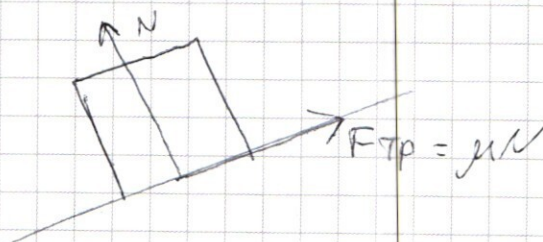
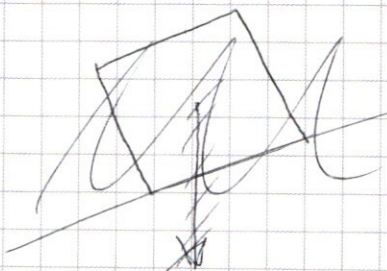
Закон сохранения энергии для шарика:

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2}$$

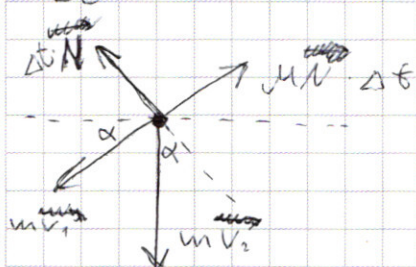
$$v_2^2 = 2gh$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 0,8 \cdot 10} = \sqrt{16} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Пусть время торможения Δt (Δt мало). Коэффициент трения между бруском и плоскостью μ . Средняя сила норм. реакции опоры за время Δt — N , средняя сила трения — μN . Разставим силы на брусок: (трениевая сила направлена)



Рассмотрим систему шарик + брусик
в момент отрыва. Началь-
ный импульс системы $\vec{p}_0 = m(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$
Изменение импульса — импульс
сил контр. реакции остоа и силы
трения. Нарисуем вектора импуль-
сов



Напишем закон сох-
ранения импульса в
проекциях на Oy и Ox



~~$$Oy: 0 - mv_2 \cos \alpha = -N \Delta t$$

$$Ox: 0 - (-mv_1) = \mu N \Delta t$$~~

(Конечный импульс системы — 0)

$$Oy: \{ 0 - mv_2 \cos \alpha = -N \Delta t$$

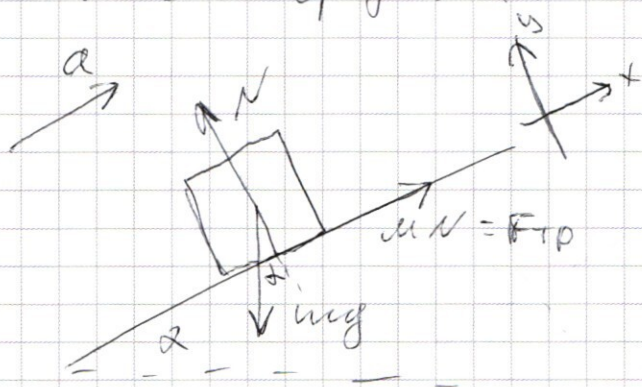
$$Ox: \{ 0 - (-mv_1) - (-mv_2 \sin \alpha) = \mu N \Delta t$$

Отсюда найдем

$$\mu = \frac{mv_1 + mv_2 \sin \alpha}{mv_2 \cos \alpha} = \frac{v_1 + v_2 \sin \alpha}{v_2 \cos \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим равнозамедленное движение бруска:



a - ускорение бруска

2-й закон Ньютона: ~~$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр}$~~
 $m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр}$

В проекциях:

$$Oy: N = mg \cos \alpha$$

$$Ox: ma = \mu N - mg \sin \alpha$$

$$ma = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha =$$

$$= mg(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

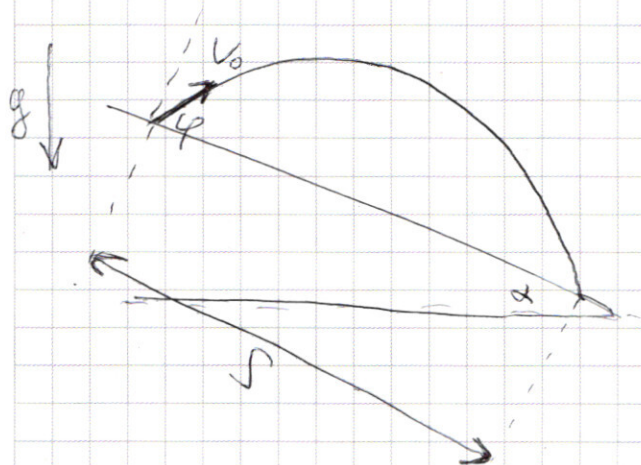
Подставляем μ :

$$mg \left(\frac{v_1 + v_2 \sin \alpha}{v_2} - \sin \alpha \right) = mg \left(\frac{v_1}{v_2} + \sin \alpha - \sin \alpha \right) =$$

$$= mg \frac{v_1}{v_2}$$

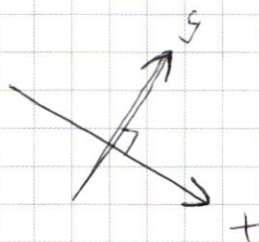
$$\mu a = \mu g \frac{v_1}{v_2} =$$

$$a = g \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{4} g = 2,5 \frac{m}{c^2}$$



N 2

$$\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}$$



Движение тела в проекции на OX:

$$v_0 \cos \varphi t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} = S \quad (1)$$

или Oy:

$$v_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{g t}{2} \cos \alpha = v_0 \sin \varphi$$

$$v_0 = \frac{g t}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin \varphi} \quad (3)$$

(3) $\rightarrow$ (1):

$$\frac{g t^2}{2} \frac{\cos \varphi \cdot \cos \alpha}{\sin \varphi} + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} = S$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{g t^2}{2} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \right) = S$$

$$t^2 = \frac{2S}{g} \cdot \frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}}$$

t max при t^2 max

t^2 максимально, когда ~~максимально~~ ^{уменьшается} ~~максимально~~ ^{минимален}
 $\frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}}$

$$\left(\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \right)_{\min}$$

$$\sin \alpha = \text{const}$$

$$\cos \alpha = \text{const}$$

$$\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

минимально при $\left(\frac{\cos 90}{\sin 90} = 0 \right)$

$$\varphi = 90^\circ$$

тогда

$$t^2 = \frac{2S}{g} \cdot \frac{1}{\sin \alpha + 0 \cdot \cos \alpha} = \frac{2S}{g \sin \alpha}$$

~~$$t = \sqrt{\frac{2S}{g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 800}{10 \cdot \frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{1600}{5}} = \sqrt{320}$$~~

$$t = \sqrt{\frac{2S}{g \sin \alpha}}$$

Рассчитаем v (3)

$$v_0 = g \frac{\sqrt{\frac{2S}{g \sin \alpha}}}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \varphi}$$

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= 1 \\ \cos \alpha &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \alpha &= 0,5 \end{aligned}$$

$$v_0 = \cos \alpha \cdot \sqrt{\frac{Sg}{2 \sin \alpha}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{Sg}{8 \sin \alpha}} =$$

$$= \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{800 \cdot 10}{8 \cdot 0,5}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2000} = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 =$$

$$= 20 \sqrt{15} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 78 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$V_0 = \frac{g \sqrt{\frac{2s}{g \sin \alpha}}}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{g^2 \cdot 2s}{4g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{gs}{1}} = \sqrt{8000}$$

$$10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = 20 \sqrt{15}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,8 \\ 3,8 \\ \hline + 304 \\ 114 \\ \hline 14,44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,9 \\ 3,9 \\ \hline + 341 \\ 117 \\ \hline 15,11 \end{array}$$

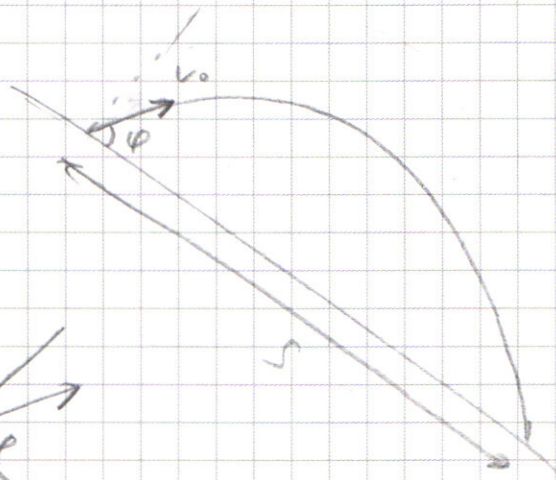
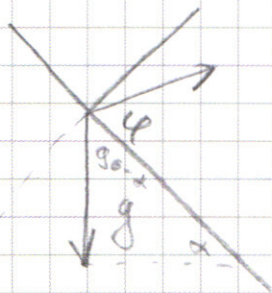
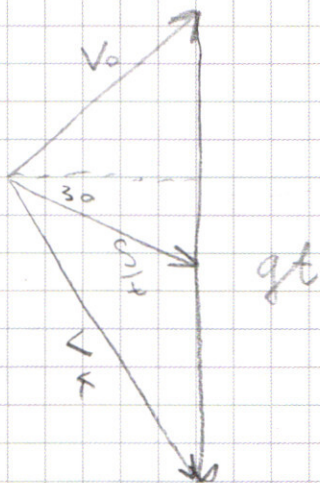
$$\begin{array}{r} \times 3,9 \\ 20 \\ \hline 0 \\ \hline \times 39 \\ 2 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$-V_0 \sin \beta t + \frac{gt^2}{2} = h$$

$$V_0 \cos \beta t = l_0$$

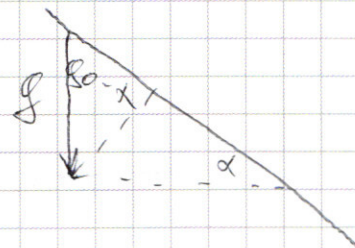
$$t = \frac{l_0}{V_0 \cos \beta}$$

$$tg \beta l_0 + \frac{gl^2}{V_0^2 \cos^2 \beta} = h$$



$$V_0 \cos \varphi t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} = S$$

$$V_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} = 0$$



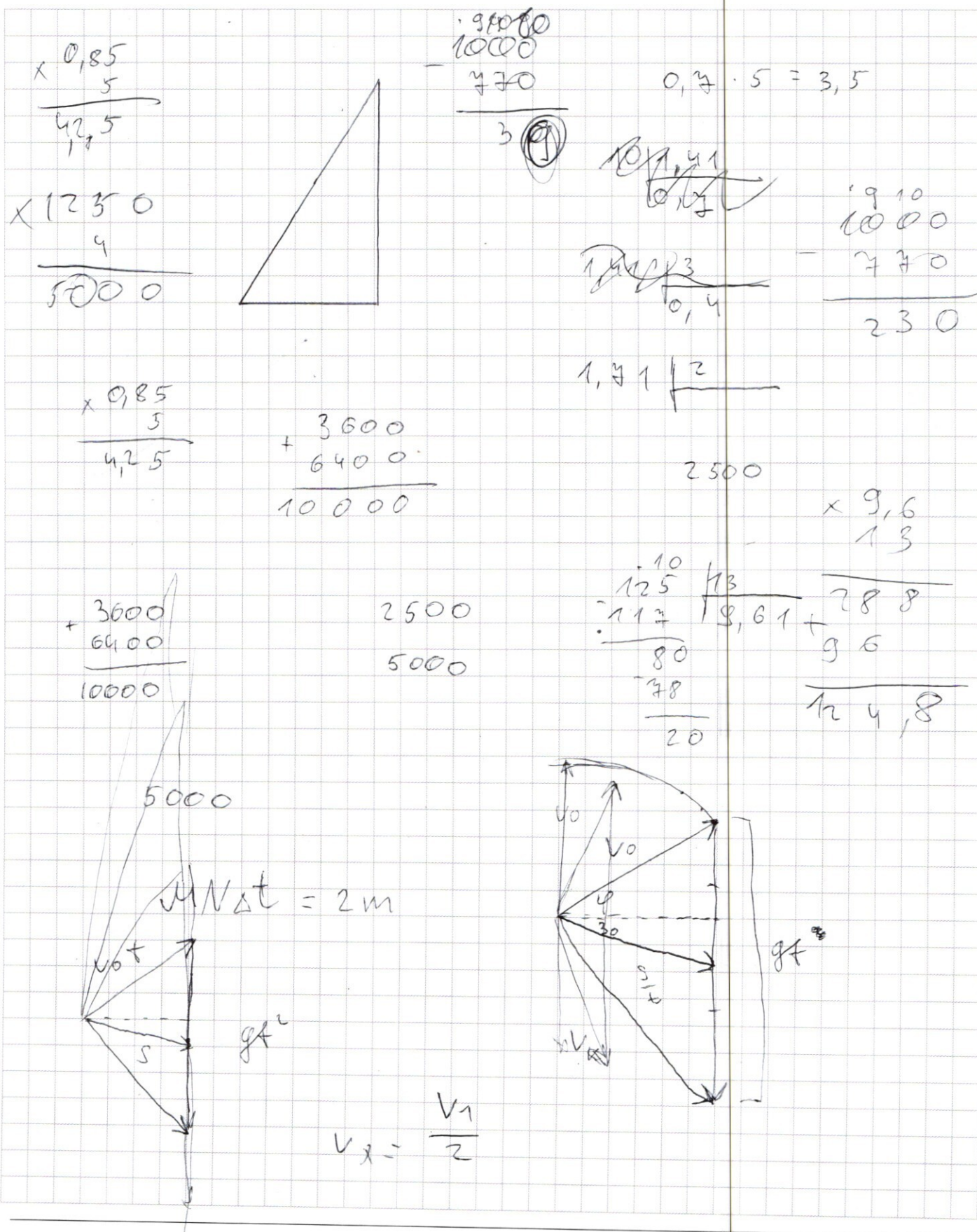
$$g \sin \alpha$$

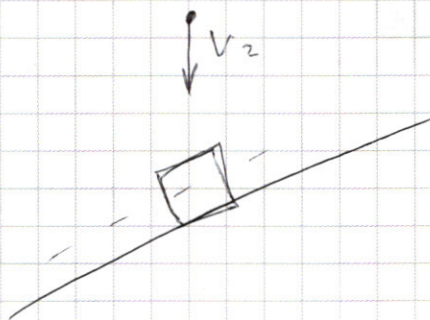
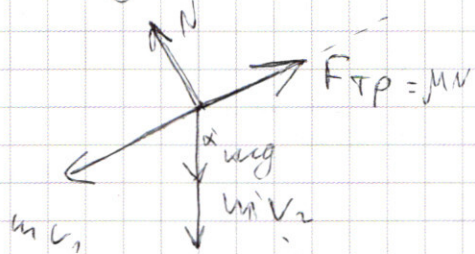
$$V_0 = \frac{gt}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin \varphi}$$

$$\frac{1}{2} \frac{gt^2}{2} \frac{\cos \alpha \cdot \cos \varphi}{\sin \varphi} + \frac{gt^2}{2} \sin \alpha = S$$

$$t^2 = \frac{2S}{g} \left(\frac{1}{\cos 30 \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} + \sin \alpha} \right)$$

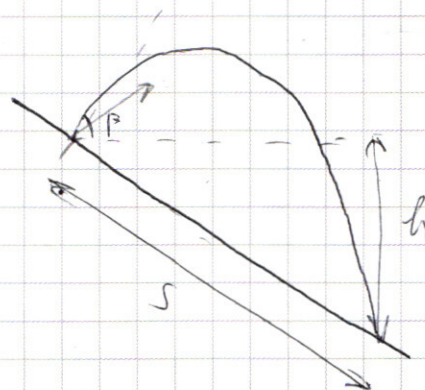
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$1,6 \cdot 10 = 16$$

$$m v_2 \sin \alpha = N \Delta t$$



$$m v_1 + m v_2 \sin \alpha = \mu N \Delta t$$

$$a = \mu g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$v_y t - \frac{g t^2}{2} - h = 0$$

$$v_0 \sin \beta t - \frac{g t^2}{2} + h = 0$$

$$D = v_0^2 \sin^2 \beta +$$

$$\frac{g t^2}{2} - v_0 \sin \beta t = h$$

$$\frac{g t^2}{2} - v_0 \sin \beta t - h = 0$$

$$D = v_0^2 \sin^2 \beta + 2 g h$$

$$\mu = \frac{m v_1 + m v_2 \sin \alpha}{m v_2 \cos \alpha} =$$

$$= \frac{v_1 + v_2 \sin \alpha}{v_2 \cos \alpha}$$

$$38 = 19 \cdot 2$$

$$95 = 19 \cdot 5$$