

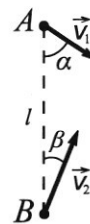
Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Вариант 09-02

Класс 09

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 0,8$ км друг от друга (см. рис.) Скорость корабля $V_1 = 8$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$, угол $\beta = 30^\circ$. Скорость V_2 торпеды такова, что торпеда попадет в цель.



1) Найдите скорость V_2 торпеды.

2) На каком расстоянии S будут находиться корабль и торпеда через $T = 25$ с?

2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол α , $\sin \alpha = 0,6$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом β к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 1,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом β к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите максимальную дальность L стрельбы из такого миномета на горизонтальной поверхности. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. Величина ускорения бруска $a = 2$ м/с². Пластиновый шарик, движущийся по вертикали, падает на брусок и прилипает к нему, а брусок останавливается. Продолжительность полета шарика до соударения $T = 0,2$ с. Начальная скорость шарика нулевая.

1) Найдите скорость V_1 шарика перед соударением.

2) Найдите скорость V_2 бруска перед соударением.

Движение шарика до соударения – свободное падение. Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластины заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два одинаковых шарика движутся по взаимно перпендикулярным прямым и слипаются в результате абсолютно неупругого удара. После слипания скорость шариков $V = 25$ м/с. Скорость одного из шариков перед слипанием $V_1 = 30$ м/с.

1) С какой скоростью V_2 двигался второй шарик перед слипанием?

2) Найдите удельную теплоемкость c материала, из которого изготовлены шарики, если известно, что в результате слипания температура шариков повысилась на $\Delta t = 1,35$ °C. Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

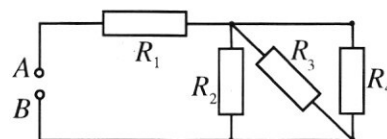
5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 2 \cdot r$,

$R_2 = R_3 = 4 \cdot r$, $R_4 = r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 8$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какая суммарная мощность P будет рассеиваться на резисторах R_2 ,

R_3 и R_4 при $r = 6$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Построим треугольник скоростей

Сумма углов для треугольника $ABC - 180^\circ$, значит

угол C в нем равен $180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$.

То есть $\triangle ABC$ - прямоугольный. C - точка попадания.

1) Заметим, что равны расстояния ~~между~~ AA'

~~и~~ AC и BC .

$AC = v_1 t$, где t - время от начального момента времени до столкновения.

$BC = v_2 t$

Заметим синус и косинус угла β :

$$\sin \beta = \frac{v_1 t}{l} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\cos \beta = \frac{v_2 t}{l} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Тогда $\frac{v_1 t}{l} = \frac{v_2 t}{\sqrt{3} l} \quad v_2 = \sqrt{3} v_1 \approx 1,73 v_1 = 13,84 \text{ м/с}$

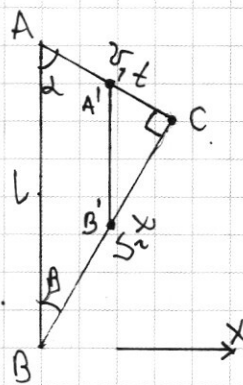
2) Рассмотрим проекции скоростей на введенную ось x , перпендикулярную прямой AB . Перемещения по ней корабля и торпеды за время t равны, а значит и проекции скоростей тоже равны.

Найдем время t от данного момента до попадания

По (1): $\frac{v_1 t}{l} = 0,5 \Rightarrow t = \frac{0,5 l}{v_1} = \frac{0,5 \cdot 800}{8} = 50 \text{ с.}$

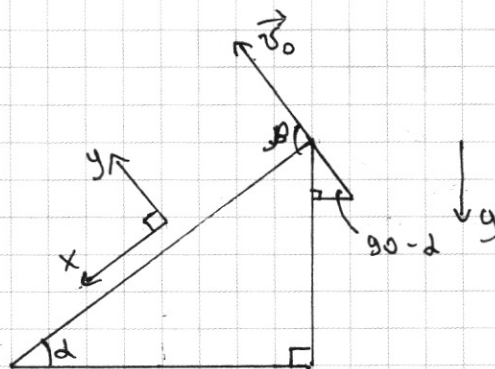
То есть $T = \frac{1}{2} t$. Отметим на рисунке положения корабля и торпеды через время T . То $AA' = A'C$ и $BB' = B'C$ (проходятся за одинаковое время T)
То есть $A'B'$ - средняя линия $\triangle ABC$ и $A'B' = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} l = 400 \text{ м}$

Ответ: 1) $13,84 \text{ м/с}$; 2) 400 м



№2

1) Максимальная дальность полёта достигается, когда проекция скорости на нормаль к плоскости максимальна. В нашем случае угол наклона вектора скорости к плоскости должен равняться 45° . Значит $\beta = 90^\circ$ (проекция равна скорости выстрела)



2) Найдём скорость снаряда после выстрела v_0 .

Рассмотрим равноускоренное движение снаряда.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}$$

$$Ox: x - x_0 = v_{0x} t + \frac{g x t^2}{2}$$

$$S = \frac{g \cdot \sin \alpha \cdot t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{g \sin \alpha}} \quad (1)$$

$$Oy: 0 = v_{0y} t + \frac{g y t^2}{2}$$

$$0 = v_0 t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2}$$

$$v_0 = \frac{g \cos \alpha t}{2} \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2): v_0 = 0,5 g \cos \alpha \cdot \sqrt{\frac{2S}{g \sin \alpha}} = \sqrt{0,5 S \cdot g \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha}$$

На горизонтальной поверхности максимальная дальность полёта L будет достигаться при выстреле под углом 45° к горизонту.

П.к. движение снаряда равноускоренное:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}$$

$$Ox: x - x_0 = v_{0x} t + \frac{g x t^2}{2}$$

$$(1) L = v_0 \cdot \cos \alpha t$$

$$Oy: 0 = v_{0y} t + \frac{g y t^2}{2}$$

$$0 = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$

$$(3) \rightarrow (4): L = 2 v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha / g$$

$$t = 2 v_0 \sin \alpha / g \quad (3)$$

$$L = 2 \cdot 0,5 S g \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha / g$$

$$L = \frac{S \cos^2 \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1800 \cdot 0,8^2 \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{0,6} = 960 \text{ м}$$

Ответ: 1) 90° ; 2) 960 м

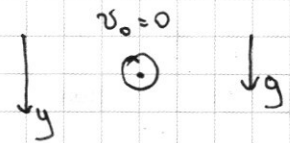
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

- 1) Движение шарика - равноускоренное
прямолинейное

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot T$$

начальная скорость шарика



0y: $v_{1y} = v_{0y} + g_y T$
 $v_1 = v_0 + g T = 0 + 10 \cdot 0,2 = 2 \text{ м/с}$

- 2) Рассмотрим равнозамедленное
движение бруска до столкновения:

По II закону Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр1}}$$

0x: $ma = F_{\text{тр1}} - mg \sin \alpha$

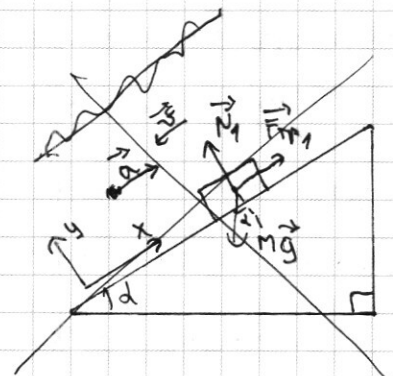
0y: $0 = N_1 - mg \cos \alpha \quad N_1 = mg \cos \alpha$

По определению сил сухого трения скольжения:

$$F_{\text{тр1}} = \mu N_1 \Rightarrow F_{\text{тр1}} = \mu mg \cos \alpha$$

$$ma = mg(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$a = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$



Рассмотрим состояние бруска после остановки

По II закону Ньютона:

$$m\vec{a}_2 = 2m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр2}}$$

0x: $0 = F_{\text{тр2}} - 2mg \sin \alpha$

0y: $0 = N_2 - 2mg \cos \alpha$

продолжение на следующей странице

N3 (продолжение)

~~По определению сил сухого трения скольжения:~~

$$F_{тр2} = \mu N_2 \Rightarrow F_{тр2} = 2\mu mg \cos \alpha$$

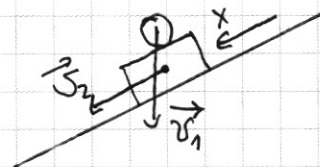
$$m \cdot 0 = 2\mu mg \cos \alpha - 2mg \sin \alpha$$

$$0 = \mu \cos \alpha - \sin \alpha$$

2) Сделаем ~~для~~ схему столкновения

Если $v_2 \neq 0$, то после столкновения

(v_2 не изменится, т.к. по условию



действие сил тяжести, а значит и сила трения ^{пренебрежимо} ~~мало~~

скорость бруска должна увеличиться (v_1 добавит бруску импульс вдоль оси x). Если у нас он останавливается, то

возможен только случай, когда $v_2 \rightarrow 0$, то есть v_2 пренебрежимо мало, но ускорение у бруска всё ещё есть.

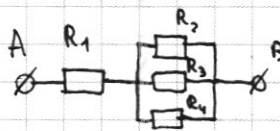
Если импульс ^{пренебрежимо} ~~мал~~ ^{мал}, то ускорения бруска не произойдут. Это есть $v_2 \rightarrow 0$ единственный возможный ответ.

Ответ: 1) 2 м/с ; 2) $v_2 \rightarrow 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

1) Нарисуем цепь, эквивалентную данной.



В цепь включены последовательно 4 резистора

сопротивлениями R_1 и группа из параллельно соединенных резисторов
сопротивлениями R_2 , R_3 и R_4 .

$$R_{AB} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = 2 \Gamma + \frac{1}{\frac{1}{4 \Gamma} + \frac{1}{4 \Gamma} + \frac{1}{\Gamma}} = 2 \Gamma + \frac{1}{\frac{1}{2 \Gamma} + \frac{1}{\Gamma}} = 2 \Gamma + \frac{1}{\frac{3}{2 \Gamma}} =$$

$$2 \Gamma + \frac{2}{3} \Gamma = 2 \frac{2}{3} \Gamma.$$

2) Найдем R_{AB} численно, зная, что $\Gamma = 6 \text{ Ом}$. $R_{AB} = 2 \frac{2}{3} \cdot 6 = 16 \text{ Ом}$

Найдем силу тока в цепи I_{AB} . $I_{AB} = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{8}{16} = 0,5 \text{ А}$.

Сила тока
через резистор
сопротивлением R_1

Найдем отношения сил тока через резисторы
сопротивлениями R_2 , R_3 и R_4 .

$$I_2 : I_3 : I_4 = \frac{U_2}{R_2} : \frac{U_3}{R_3} : \frac{U_4}{R_4} = \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \frac{1}{R_4} = 1 : 1 : 4$$

силы токи
через соотв. резисторы

$U_2 = U_3 = U_4$, т.к. они соед.
параллельно

$$I_2 + I_3 + I_4 = I_{AB} \Rightarrow I_2 = \frac{I_{AB}}{6}; I_3 = \frac{I_{AB}}{6}; I_4 = \frac{I_{AB}}{6/4}$$

мощности, выделяющиеся
на соотв. резисторах

$$I_2 = \frac{1}{12} \text{ А} \quad I_3 = \frac{1}{12} \text{ А} \quad I_4 = \frac{1}{3} \text{ А}$$

$$P = P_2 + P_3 + P_4 = I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot (4 \cdot 6 + 4 \cdot 6) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 6 =$$

$$= \frac{48}{144} + \frac{6}{9} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \text{ Вт}$$

Ответ: 1) $2 \frac{2}{3} \Gamma$ 2) 1 Вт.

№ 4.

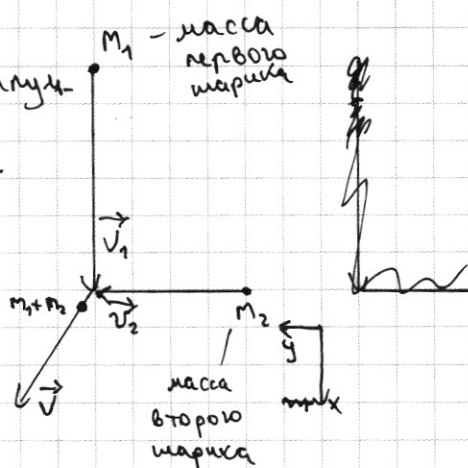
- 1) Запишем закон сохранения импульса для системы из двух шариков.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

$m_1 = m_2 = m$ — масса каждого из шариков

$$m(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = 2m \vec{v}$$

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 2\vec{v}$$



$$Ox: v_1 = 2v_x \quad (1)$$

$$Oy: v_2 = 2v_y \quad (2)$$

Возведём (1) и (2) в квадрат:

$$(1) \begin{cases} v_1^2 = 4v_x^2 \\ v_2^2 = 4v_y^2 \end{cases}$$

$$v_1^2 + v_2^2 = 4(v_x^2 + v_y^2)$$

$$v_1^2 + v_2^2 = 4v^2 \quad (3)$$

$$v_2 = \sqrt{4v^2 - v_1^2} = \sqrt{4 \cdot 25^2 - 30^2} = 40 \text{ м/с}$$

- 2) Запишем закон сохранения энергии для данной системы:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + Q; \quad m_1 = m_2$$

$$\frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2) = m v^2 + Q$$

выделяющаяся при ударе шариков теплота

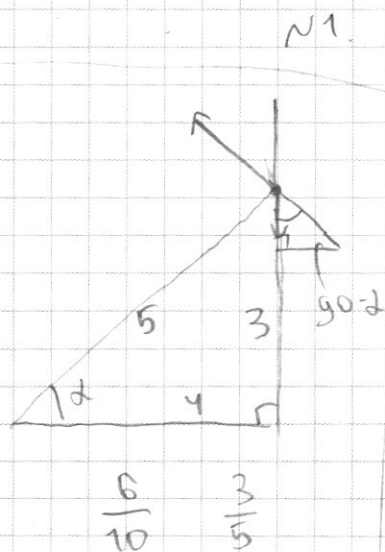
По (3): $2m v^2 = m v^2 + Q$

$$Q = m v^2$$

$$Q = c \cdot 2m \cdot \Delta t \Rightarrow c = \frac{Q}{2m \Delta t} = \frac{m v^2}{2m \Delta t} = \frac{v^2}{2 \Delta t} = \frac{25^2}{2 \cdot 1,35} = 231,5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Ответ: 1) 40 м/с; 2) 231,5 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{array}{r} 22 \\ 173 \\ \times 173 \\ \hline 519 \\ 173 \\ \hline 29929 \end{array}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{v_1 t}{L} = 0,5$$

$$\cos \beta = \frac{v_2 t}{L} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{v_1 t}{L} = \frac{v_2 t}{\sqrt{3} L}$$

$$v_2 = \sqrt{3} v_1 = 13,84 \text{ м/с}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ 173 \\ \times 8 \\ \hline 1384 \end{array}$$

$$v_1 t = 0,51$$

$$t = \frac{0,51}{v_1} = \frac{0,400}{8} = 50 \text{ с}$$

$$\text{по } \frac{1}{2} \text{ с}$$

Решение

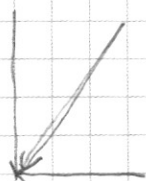
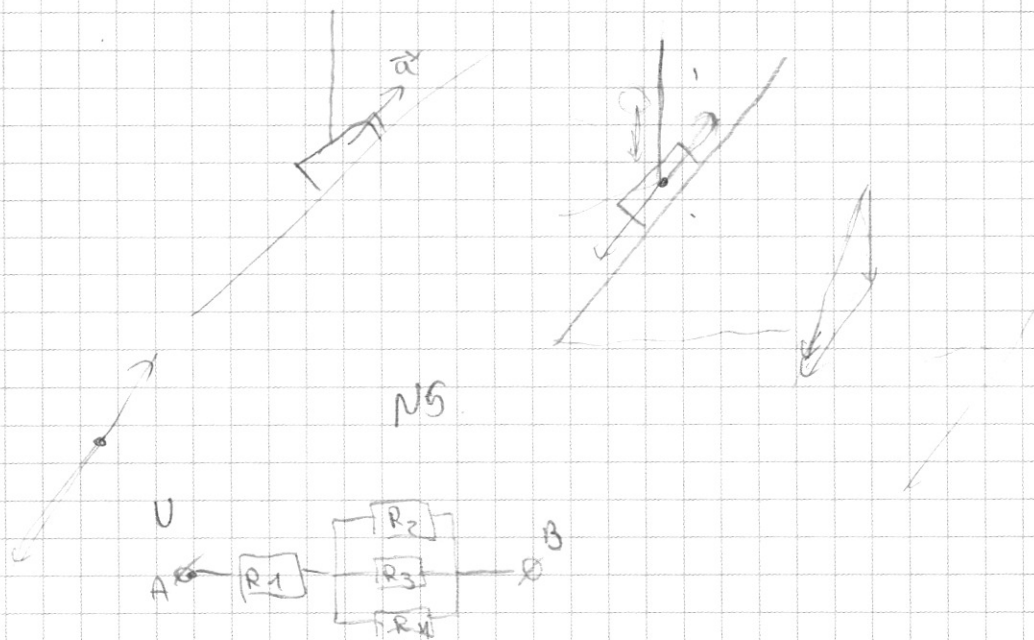
$$v_{y1} = v_1 \cdot \sin \alpha$$

$$v_y = v_2 \cdot \sin \beta$$

$$\frac{0,64}{0,6 \cdot 2} =$$

$$= \frac{0,64}{1,2}$$

$$v_y = v_2 \cdot \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{120} = \frac{64}{120} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15} \cdot 1800 = \frac{8 \cdot 600}{5} = 120 \cdot 8 = 960$$



$$25 + \frac{1}{\frac{1}{45} + \frac{1}{45} + \frac{1}{5}} = 25 + \frac{1}{\frac{3}{25}} = 25 + \frac{2}{3} \cdot 25 = 25 + \frac{50}{3} = \frac{75 + 50}{3} = \frac{125}{3} = R_0$$

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{8}{12 + \frac{125}{3}} = \frac{8}{16} = 0.5 \text{ A}$$

$$(m_1 + m_2) \vec{V} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$$

$$\text{Ox: } (m_1 + m_2) V_x = m_2 V_2$$

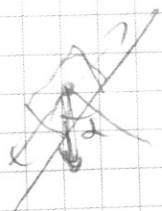
$$(m_1 + m_2) V_y = m_1 V_1$$

$$(m_1 + m_2)^2 \cdot V^2 = m_1^2 V_1^2 + m_2^2 V_2^2$$

$$4m^2 V^2 = m^2 (V_2^2 + V_1^2)$$

$$4V^2 = V_1^2 + V_2^2$$

$$V_2 = \sqrt{4V^2 - V_1^2} = 40$$



$$\begin{array}{r} 12500 \mid 54 \\ -108 \\ \hline 170 \\ -162 \\ \hline 80 \\ -54 \\ \hline 260 \\ -216 \\ \hline 440 \end{array}$$

$$m a = F_{\text{тр}} - m g \sin \alpha$$

0

$$\begin{array}{r} 12500 \mid 54 \\ -108 \\ \hline 170 \\ -162 \\ \hline 80 \\ -54 \\ \hline 260 \\ -216 \\ \hline 440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12500 \mid 54 \\ -108 \\ \hline 170 \\ -162 \\ \hline 80 \\ -54 \\ \hline 260 \\ -216 \\ \hline 440 \end{array}$$

$$2900 - 900$$

65

$$\begin{array}{r} 135 \mid 5 \\ -10 \\ \hline 25 \\ -20 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\frac{625}{2.5 \cdot 0.27} =$$

$$= \frac{125}{0.54} =$$

40



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

