

Олимпиада «Физтех» по физике, физико-математическому соревнованию

Вариант 09-01

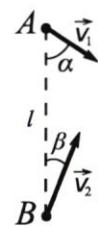
Класс 09

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вложения не принимаются.

- 1.** Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



- 2.** Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

- 3.** Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брускок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брускок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брускок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

- 4.** Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

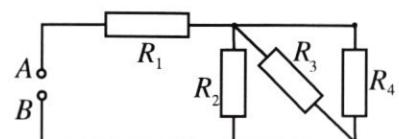
2) На сколько Δt (^0C) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг· ^0C). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

- 5.** Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$U = 38V$$

$$R_1 = 3r$$

$$R_2 = R_3 = 2r$$

$$R_4 = 4r$$

$$r = 10 \Omega$$

$$R_{AB} = ?$$

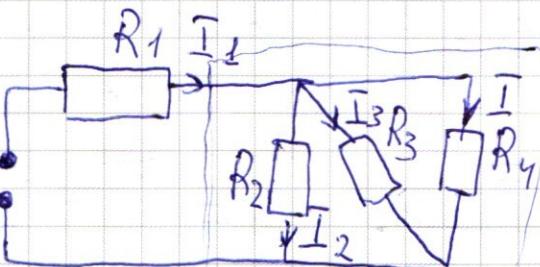
$$I = ?$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{A}{B}$$

$$= \frac{R_4 R_3 + R_2 R_4 + R_2 R_3}{R_2 R_3 R_4}$$

$$R_0 = \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}$$

н5.



путь
сопротивления
этого участка = R_0

$$R_{AB} = R_1 + R_0 = R_1 + \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} = 3r + \frac{2 \cdot 2 \cdot 4r^3}{4r^2 + 8r^2 + 8r^2}$$

$$= 3r + \frac{16}{20}r = 3,8r = 38 \Omega$$

$I_1; I_2; I_3$ - токи, текущие через резисторы R_1, R_2 и R_3 соответственно.

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 + I \\ I_1 = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{38}{38} = 1 A. \end{cases}$$

$$(*) \quad I = \frac{I_3 \cdot R_3}{R_4} = \frac{I \cdot R_3}{R_4} \quad I_3 = \frac{I \cdot R_4}{R_3} \quad I_2 = \frac{I \cdot R_4}{R_2}$$

$$I_2 R_2 = I_3 R_3 = I R_4 (*)$$

$$\frac{I}{R_2} = \frac{I \cdot R_4}{R_2} + \frac{I \cdot R_4}{R_3} + I \Rightarrow I = \frac{I_1}{\frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} + 1} = \frac{1}{2+2+1} = 0,2 A$$

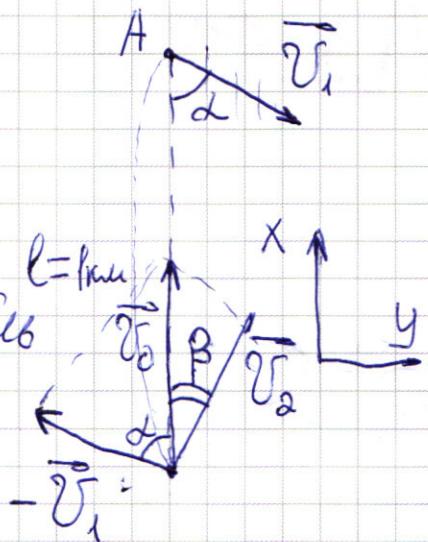
Ответ: $R_{AB} = 38 \Omega$, $I = 0,2 A$

Дано:

$S = 70 \text{ м}$	$\ell = 1 \text{ км}$
$v_1 = 10 \text{ м/с}$	$\alpha = 60^\circ$
$v_2 = 20 \text{ м/с}$	$\beta = ?$
$1) \sin \beta = ?$	
$2) T = ?$	

Перейдём в CO координаты.
Всё корабль находится на линии, а торпеда движется перпендикулярно направлению корабля со скоростью v_0 .

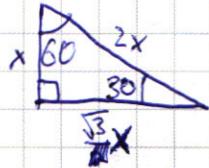
$$\bar{v}_0 = \bar{v}_2 - \bar{v}_1$$



$$x: v_{0x} = v_2 \cdot \cos \beta + v_1 \cdot \cos \alpha$$

$$y: v_{0y} = v_2 \cdot \sin \beta \neq v_1 \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 \cdot \sin \beta = v_1 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \underline{\sin \beta} = \frac{v_1 \cdot \sin \alpha}{v_2} = \\ = \frac{10 \cdot \sin 60}{20} = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$



$$\Delta x = \ell - S = 230 \text{ м}$$

$$v_{0x} = v_2 \cdot \cos \beta + v_1 \cdot \cos \alpha = v_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + v_1 \cdot \cos \alpha = \\ = 20 \cdot \sqrt{1 - \frac{3}{16}} + 10 \cdot \cos 60 = 20 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} + 10 \cdot \frac{1}{2} = \\ = 5\sqrt{13} + 5$$

$$T = \frac{\Delta x}{v_{0x}} = \frac{230}{5(1+\sqrt{13})} = \frac{46}{1+\sqrt{13}} = \frac{46(\sqrt{13}-1)}{13-1} = \\ = \frac{46(\sqrt{13}-1)}{2\sqrt{13}\cdot 6} = \frac{23(\sqrt{13}-1)}{6}$$

$$\text{Ответ: 1) } \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}; 2) T = \frac{23(\sqrt{13}-1)}{6} \text{ с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$\alpha = 30^\circ$

$S = 0,8 \text{ км}$

$t_{\max} = ?$

$V_0 = ?$

$\varphi = ?$

$x: tV_0 \cdot \cos \varphi + g \cdot \sin \frac{\alpha}{2} t^2 = S$

$y: tV_0 \cdot \sin \varphi - g \cdot \cos \frac{\alpha}{2} t^2 = 0$

$\cancel{g \cos \alpha t = V_0 \sin \varphi} \quad \Rightarrow \quad \cancel{V_0 \cdot \sin \varphi = \frac{g \cos \alpha t}{2}}$

$\Rightarrow t = \frac{2V_0 \cdot \sin \varphi}{g \cdot \cos \alpha} = \frac{2V_0}{g \cdot \cos \alpha} \cdot \sin \varphi = \text{const}$

$t - \text{максимальное}, \frac{2V_0}{g \cdot \cos \alpha} = \text{const} \Rightarrow \sin \varphi - \text{макс} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{2V_0} \cdot \sin \varphi = 1 \Rightarrow \underline{\sin \varphi = 1} \Rightarrow \underline{\varphi = 90^\circ}$

~~$V_0 t \cdot \cos \varphi + g t^2 \sin \alpha = S \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{g \cdot \sin \alpha}}$~~

~~$V_0 \cdot \sin \varphi = \frac{g \cdot \cos \alpha t}{2}$~~

~~$\cancel{V_0} = \frac{g \cdot \cos \alpha \cdot t}{2} = \frac{g \cdot \cos \alpha}{2} \cdot \sqrt{\frac{2S}{g \cdot \sin \alpha}} = \frac{10 \cdot \cos 30}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10 \cdot \sin 30}} = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \cdot \sqrt{\frac{1,6}{10 \cdot \frac{1}{2}}} = 2,5 \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,32} = 2,5 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{6} = \sqrt{6} \approx \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \approx 1,7 \cdot 1,4 \approx 2,38 \text{ м/c}$~~

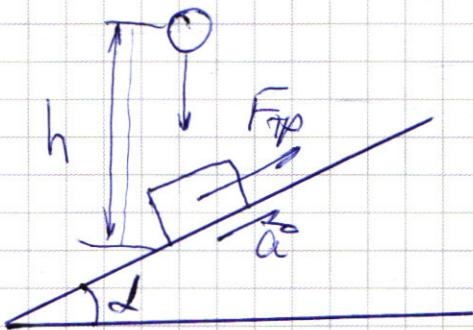
ч2 (продолжение)

$$S = 0,8 \text{ км} = 800 \text{ м}$$

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{g \cdot \cos \alpha \cdot t}{2} = \frac{g \cdot \cos \alpha}{2} \cdot \sqrt{\frac{2S}{g \cdot \sin \alpha}} = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} \cdot \sqrt{\frac{1600}{10 \cdot \frac{1}{2}}} = \\ &= 25 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{40}{\sqrt{5}} = \underline{20\sqrt{15} \text{ м/с}} \end{aligned}$$

Ответ: 1) $\angle \varphi = 90^\circ$; 2) $v_0 = 20\sqrt{15} \text{ м/с}$

ч3.



Дано:

$$\begin{cases} v_1 = 1 \text{ м/с} \\ h = 0,8 \text{ м} \\ ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2 = ? \\ a = ? \end{cases}$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{gt^2}{2} \\ t &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{aligned}$$

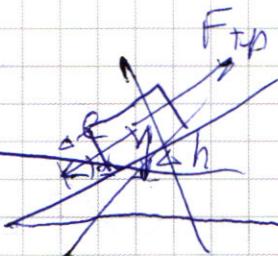
$$v_2 = gt = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} =$$

$$= \underline{4 \text{ м/с}}$$

$$E_k = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$$

$$\cancel{E_k = E_k + A_{F_tp}} \quad \cancel{E_k = 50}$$

$$\cancel{\frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = F_{tp} \cdot \Delta l = \Delta l \cdot ma}$$



~~v_0 -мгновенная скорость бруска сразу же после столкновения~~

Torga

$$\cancel{\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}}$$

$$\cancel{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2} = \sqrt{17} \text{ м/с}}$$

$$v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \underline{\sqrt{17} \text{ м/с}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

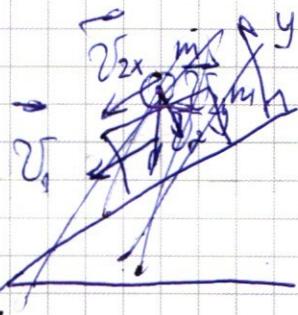
v3 (продолжение)

$$\frac{m v_2^2}{2} + \frac{m v_1^2}{2} = \Delta l \cdot m a$$

$$\Delta l = v_0 \Delta t - \frac{a \Delta t^2}{2} \quad v_0 \Delta t = a \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v_0}{a}$$

$$\Delta l = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a}$$

~~$m v_0^2 - 2 m g \Delta l = 0$~~



~~$i_x = v_1 m + v_{2x} \cdot m$~~

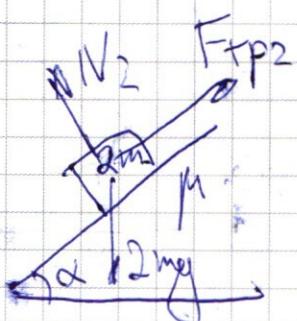
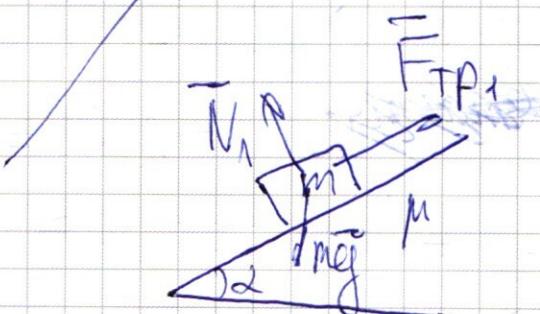
~~$i_{xk} = v_0 \cdot 2m$~~

~~$i_x = i_{xk}$~~

~~$v_1 m + v_{2x} \cdot m = 2m \cdot v_0$~~

~~$v_{2x} = 2v_0 - v_1 = 2\sqrt{17} - 1$~~

~~$v_{2y} = \sqrt{v_2^2 - v_{2x}^2} = \sqrt{16 - 4 \cdot 17 - 1 + 4 \cdot 17}$~~

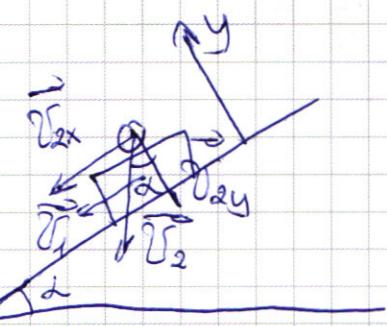


~~$F_{TP1} = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$~~
 ~~$F_{TP2} = 2F_{TP1}$~~

$\sqrt{3}$ (продолжение)

$$x: i_{x_0} = m \underline{v}_1 + \underline{v}_{2x} \cdot m = m \underline{v}_1 + m \underline{v}_2 \sin \alpha$$

$$y: i_{y_0} = \underline{v}_{2y} m = m \underline{v}_2 \cos \alpha$$



\underline{v}_0 - скорость бруска после столкновения.

$$x: i_x = 2m \underline{v}_0$$

$$y: i_y = \Delta N \cdot \Delta t$$

$$2m \underline{v}_0 = m \underline{v}_1 + m \underline{v}_2 \sin \alpha$$

$$\Delta N \cdot \Delta t = m \underline{v}_2 \cos \alpha$$

$$\frac{\Delta N}{m} = \frac{\underline{v}_2 \cos \alpha}{\Delta t}$$

$$a_0 = \left(\frac{N}{m} + \frac{\underline{v}_2 \cos \alpha}{\Delta t} \right) \mu$$

$$g \cos \alpha \Delta t^2 + (\mu - 1) \underline{v}_2 \Delta t - \underline{v}_1 \Delta t + 2 \Delta l = 0$$

$$a_0 \Delta t^2 - 2 \underline{v}_1 \Delta t - \underline{v}_2 \sin \alpha \Delta t + 2 \Delta l = 0$$

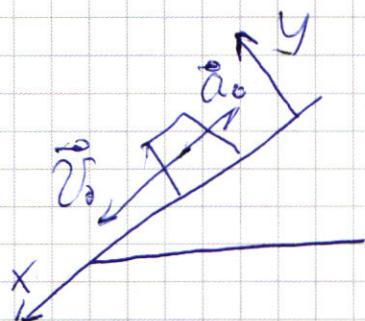
$$D = \underline{v}_1^2 + 2 \underline{v}_2 \sin \alpha \underline{v}_2 \sin \alpha + \underline{v}_2^2 \sin^2 \alpha - 8 \Delta l a_0$$

~~$$a_0 \frac{N}{m} \Delta t^2 + (\mu \underline{v}_2 \cos \alpha - \underline{v}_1) \underline{v}_2 \Delta t + 2 \Delta l = 0$$~~

$$a = \frac{\underline{v}_1}{\underline{v}_2 + \underline{v}_1} \cdot g = 0.8 \cdot \frac{1}{5} \cdot 10 = 2 \text{ м/с}^2$$

$$\text{Ответ: 1) } \underline{v}_2 = 4 \text{ м/с; 2) } a = 2 \text{ м/с}^2$$

$$a = \frac{F_{tp}}{m}$$



$$a_0 = \frac{F_{tp} + \sigma F_{tp}}{m} = \frac{(\mu + \sigma \mu) F_{tp}}{m}$$

~~$$a_0 = \frac{F_{tp}}{m}$$~~

$$\Delta l = \underline{v}_0 \cdot \Delta t - \frac{a_0 \Delta t^2}{2}$$

~~$$a_0 \Delta t^2 = 2 \Delta l$$~~

~~$$a_0 \frac{N}{m} \Delta t^2 + (\mu \underline{v}_2 \cos \alpha - \underline{v}_1) \underline{v}_2 \Delta t + 2 \Delta l = 0$$~~

~~Быстро находим ускорение, а затем подставляем в формулу для силы трения~~

~~и находим массу бруска~~

~~и находим массу бруска~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано: $C = 130 \text{ Am}^2/\text{kg} \cdot \text{с}$
 $m_1 = m_2 = m$
 $v_1 = 60 \text{ м/с}$
 $v_2 = 80 \text{ м/с}$
 $\vec{v} = ?$
 $\Delta t = ?$

i - импульс после
 i_0 - импульс до
 удара.
 i_1 и i_2 - импульсы
 второго и
 первого тел

$i_0 = i_{01} + i_{02}$, при этом $i_{0x} = i_{0y}$; $i_{02} = i_{0x}$
 $\vec{i} = \vec{i}_x + \vec{i}_y$

v_x и v_y -
 составляющие
 скорости v по оси
 x и y соответственно.

По закону сохранения импульса $\vec{i}_0 = \vec{i}$, то
 импульс также сохраняется в проекции на
 оси:

$$\begin{aligned}
 x: i_{02} &= i_x \Rightarrow v_2 \cdot m = v_x \cdot 2m \Rightarrow v_x = \frac{v_2}{2} \\
 y: i_{01} &= i_y \Rightarrow v_1 \cdot m = v_y \cdot 2m \Rightarrow v_y = \frac{v_1}{2} \\
 \vec{v} &= \vec{v}_x + \vec{v}_y \Rightarrow \vec{v} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{v_2^2}{4} + \frac{v_1^2}{4}} = \\
 &= \frac{\sqrt{v_2^2 + v_1^2}}{2} = \frac{\sqrt{3600 + 6400}}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ м/с.}
 \end{aligned}$$

E_0 - начальная энергия системы до столкновения

E_K - начальная энергия системы после столкновения.

Q - теплое воздействие при столкновении.

№4 (продолжение)

$$E_0 = E_K + Q \Rightarrow Q = E_0 - E_K = \frac{2m}{2} \cdot \Delta t$$

$$E_0 = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} \quad E_K = \frac{\frac{2m}{2} \cdot \Delta t}{2}$$

$$Q = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} - \frac{2m \Delta t^2}{2}$$

$$2mC \cdot \Delta t = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} - \frac{2m \Delta t^2}{2}$$

$$\begin{array}{r} -125 \\ -1171 \\ -80 \\ -78 \\ -20 \\ -131 \\ -60 \\ \hline 52 \end{array} \frac{113}{9,614}$$

$$\Delta t = \frac{v_1^2}{4C} + \frac{v_2^2}{4C} - \frac{2v^2}{2C} = \frac{3600}{4 \cdot 130} + \frac{6400}{4 \cdot 130} - \frac{2500}{2 \cdot 130} =$$

$$= \frac{900 + 1600 - 1250}{130} = \frac{1250}{130} = \frac{125}{13} \approx 9,6^{\circ}\text{C}$$

Ответ: 1) $v = 50 \text{ м/с}$; 2) $\Delta t = 9,6^{\circ}\text{C}$

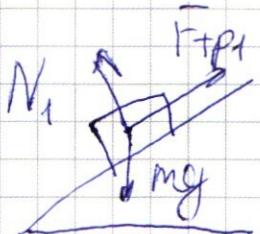
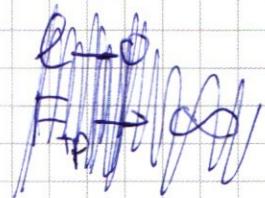
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

m

$$i_m = m \omega_2$$

$$i_0 = m \omega_1$$

$$t_{\text{см}} \rightarrow 0$$



$$mg h + \frac{\omega_1^2 m}{2} = A_T p = \alpha l \cdot F_T p = \alpha l \cdot m a$$

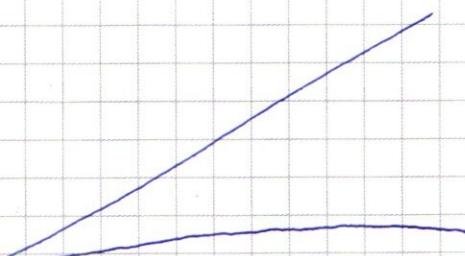
$$\alpha = \frac{2g h + \omega_1^2}{2 \Delta l}$$

$$\Delta l = 2 \omega_1 t - \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$2 \alpha \Delta l = 2 g h + \omega_1^2$$

$$2 \alpha \omega_1 \Delta t - \alpha^2 \Delta t^2 = 2 g h + \omega_1^2$$

$$\Delta t = \frac{\omega_1}{\alpha}$$



чертёжник

(Поставьте галочку в нужном поле)

чистовик

Страница № _____
(Нумеровать только чистовики)

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)