

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 09-04

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Велосипедное колесо радиуса $R = 0,5$ м катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Каждая спица за время $\tau = 0,2$ с поворачивается на угол $\alpha = 30^\circ$. Скорость точки А на ободе колеса $V_A = 1,2 \cdot V_0$. АВ – диаметр колеса.

1) Найдите скорость V_0 оси колеса.

2) С какой по величине скоростью V_B движется точка В на ободе колеса?

Все скорости измерены в лабораторной системе отсчета. Ось колеса движется равномерно.

2. Мяч, отбитый теннисистом на высоте $h = 0,75$ м, поднимается на максимальную высоту $H = 3,2$ м и за оставшееся время полета перемещается по горизонтали на $S = 16$ м.

1) Через какое время T после прохождения высшей точки траектории мяч упадет на площадку?

2) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$ здесь α — угол, который вектор скорости мяча составляет с горизонтальной плоскостью сразу после удара.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

3. Чтобы спускать брусок равномерно по наклонной плоскости, следует приложить силу F_1 , направленную вверх вдоль наклонной плоскости, а чтобы равномерно втаскивать брусок вверх, следует приложить такую же по направлению силу $F_2 = 1,5 \cdot F_1$. Коэффициент трения скольжения бруска по плоскости $\mu = 0,2$. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α .

1) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$.

2) Какую по величине V_0 начальную скорость, направленную вверх вдоль наклонной плоскости, следует сообщить бруску, чтобы через $T = 0,5$ с брусок остановился?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. На гладкой горизонтальной плоскости расположены два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг. Бруски связаны нитью, между ними находится легкая сжатая пружина. Коэффициент жесткости пружины $k = 150$ Н/м. Нить пережигают. В момент перехода пружины в недеформированное состояние скорость первого бруска $V_1 = 2$ м/с.

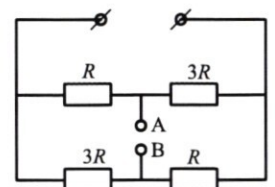
1) Найдите упругую энергию E , запасенную в пружине.

2) Найдите перемещение S_1 первого бруска за время от старта до момента перехода пружины в недеформированное состояние.

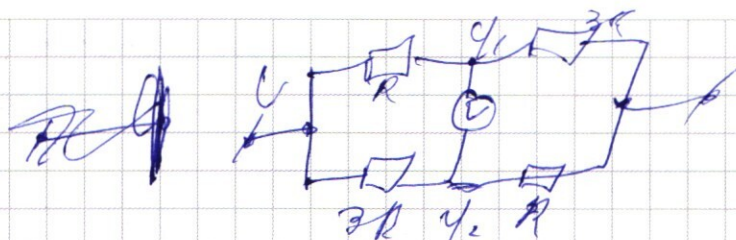
5. Электрическая цепь состоит из идеального источника постоянного напряжения $U_0 = 27$ В и четырех резисторов (см. схему на рис.). Если к клеммам А и В подключить идеальный амперметр, то он покажет силу тока $I = 45$ мА. Амперметр заменяют идеальным вольтметром.

1) Какое напряжение U покажет вольтметр?

2) Какая мощность P будет рассеиваться в цепи при включенном амперметре?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



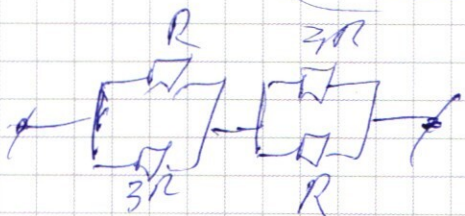
$$\begin{cases} \frac{U - \varphi_1}{R} = \frac{\varphi_1}{3R} \quad | \cdot 3R \\ \frac{U - \varphi_2}{3R} = \frac{\varphi_2}{R} \quad | \cdot 3R \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3U - 3\varphi_1 = \varphi_1 \\ U - \varphi_2 = 3\varphi_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3U = 4\varphi_1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{3U}{4} \\ U = 4\varphi_2 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{U}{4} \end{cases}$$

$$3 = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \Rightarrow \varphi_1 = 3\varphi_2$$

~~3U = 4~~

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{U}{2}$$



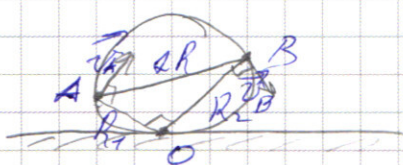
$$\frac{40 \cdot 3 \text{ кОм}}{4 \text{ кОм}} = 30 \text{ Ом}$$

1
 Даны α радианы $\Rightarrow \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$
 Нужно найти угловую скорость колеса ω .

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

Линейная скорость обеих точек ^{относительно центра колеса} равна скорости оси колеса v_0 . ~~относительно стола~~ $\Rightarrow$

$$v_0 = \omega R = \frac{\pi \cdot 0.5}{6 \cdot 0.2} = \frac{3.14 \cdot 0.5}{6 \cdot 0.2} = 1.36 \frac{м}{с}$$



Пусть T, O — мгновенный центр вращения колеса относительно стола. Любые точки на колесе движутся с одинаковой угловой скоростью ω . Т.к. O лежит на окружности, то $\angle O = 90^\circ$ как вписанный, опирающийся на диаметр. $\Rightarrow \triangle AOB$ — прямоугольный.

v_A и v_B — скорости относительно T, O .

$$\omega = \frac{v_A}{R_1} = \frac{v_B}{R_2} = \frac{v_0}{R} \quad (1)$$

Найдем из ур. 1 R_1 :

$$R_1 = \frac{v_A R}{v_0} = \frac{1.2 v_0 R}{v_0} = 1.2 R$$

Найдем R_2 по теореме Пифагора:

$$R_2 = \sqrt{4R^2 - 1.44R^2} = 1.6 R$$

из ур. (1) — v_B :

$$v_B = \frac{v_A R_2}{R_1} = \frac{1.2 v_0 \cdot 1.6 R}{1.2 R} = 1.6 v_0 = 1.6 \cdot 1.36 \frac{м}{с} = 2.18 \frac{м}{с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $1) v_0 = 7,85 \frac{м}{с}$, $2) v_0 = 12,56 \frac{м}{с}$
 $1) v_0 = 1,3 \frac{м}{с}$, $2) v_0 = 2,08 \frac{м}{с}$



Используем закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_x^2}{2} + mgyH = mgh + \frac{mv_0^2}{2} \quad | \cdot \frac{2}{m}$$

$$v_x^2 + 2gH = 2gh + v_0^2 \quad (1)$$

П.к. при разложении $\vec{v}_0$ на компоненты проекции в системе координат v_x и v_y , то

$$v_0^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad (\text{по т. Пифагора})$$

Подставим это в ур.(1).

$$v_x^2 + 2gH = 2gh + v_x^2 + v_y^2$$

$$v_y^2 = 2g(H-h)$$

$$v_y = \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (32 - 0,5)} = 7 \frac{м}{с} \quad (2)$$

Рассмотрим движение мяча после достижения им наивысшей точки траектории. На O и OK падает равноускоренно. Поэтому можно найти время падения T .

$$H = \frac{gT^2}{2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 32}{10}} = 0,8 \text{ с.}$$

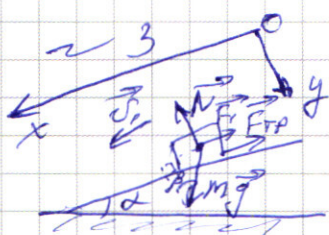
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{cy}}{v_x} - \text{из кинематического разложения } \vec{v} \text{ на } O x \text{ и } O y$$

Найдём v_x ; П.Р. по горизонтали $v_x = \text{const}$, то

$$v_x = \frac{S}{T} = \frac{16}{0,8} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{cy}}{v_x} = \frac{7}{20} = 0,35$$

Ответ: 1) $T = 0,8 \text{ с}$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = 0,35$.



Векторная сумма всех сил, действующих на брусок:

$$m \cdot \vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_1$$

Рассмотрим проекции сил на оси Ox и Oy по условию:

$$y: mg \cos \beta - N = 0$$

$$\alpha = \beta \Rightarrow mg \cos \alpha = N$$

Отсюда можно найти силу трения $F_{\text{тр}}$:

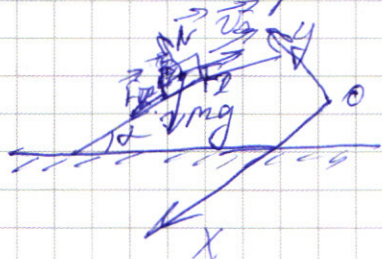
$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$x: mg \sin \alpha - F_1 - F_{\text{тр}} = 0$$

$$mg \sin \alpha = F_1 + \mu mg \cos \alpha$$

(1)

Рассмотрим второй случай:



$$y: N = mg \cos \alpha \Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$x: mg \sin \alpha + F_{\text{тр}} = F_2$$

$$mg \sin \alpha = F_2 - \mu mg \cos \alpha$$

(2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Сложим ур. (1) и (2); получим:

$$2,5 F_1 = 2mg \sin \alpha \Rightarrow \underline{mg \sin \alpha = 1,25 F_1}$$

Подставим это в ур. (1):

$$\mu mg \cos \alpha = 1,25 F_1 - F_1 = 0,25 F_1$$

Подставим численное значение коэффициента трения μ , получим

$$0,2 mg \cos \alpha = 0,25 F_1$$

$$mg \cos \alpha = 1,25 F_1 \Rightarrow mg \cos \alpha = mg \sin \alpha = 1,25 F_1$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha$$

$$\boxed{\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 1}$$

П.к. $\tan \alpha = 1$, то $\alpha = 45^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Рассмотрим движение
бруда по ОТС кин. системы.

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N}$$

$$ma = F_{тр} + mg \sin \alpha$$

$$ma = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) \quad | : m$$

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) \quad (3)$$

При остановке - $v = 0 \Rightarrow$ по ур-ю равноускоренного движения:

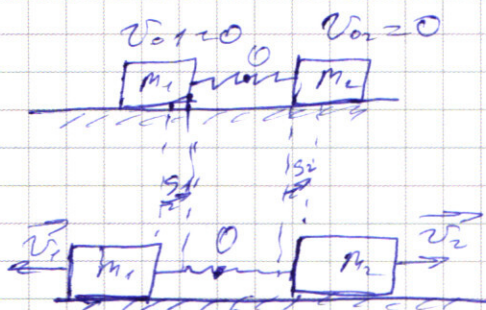
$$0 = v_0 - aT \Rightarrow$$

$$\cancel{v_0} = aT = T g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 0,5 \cdot 10 \left(0,2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$= 3\sqrt{2} \frac{u}{c} \approx 4,23 \frac{u}{c}$$

Ответ: 1) $\beta \approx 1$; 2) $v_0 = 3\sqrt{2} \frac{u}{c} \approx 4,23 \frac{u}{c}$.

~ 4.



скорости v_1 и v_2 . По закону сохранения импульса:

$$0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

(1)

П.к. массы m_1 и m_2 относятся в 2 раза, то $m_2 = 2m_1 = 2m$. Подставим это в ур.(1):

$$m v_1 = 2m v_2$$

$$v_1 = 2v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{v_2}{2} = 1 \frac{u}{c}$$

По закону сохранения энергии начальная энергия пружины равна сумме кинетических энергий брусков, т.е.

$$E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{4m v_2^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2} = 3m v_2^2 =$$

$$= 3 \cdot 1 \cdot 1 = 3 \text{ Дж.}$$

(2)

Пусть x — полное

$$x = S_1 + S_2$$

сжатие пружины, тогда

(3)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим процессы S_1 и S_2 , дадим им.
По закону сохранения импульса при расширении
ружьице после сжатия:

$$0 = m_1 \vec{v}_{i1} + m_2 \vec{v}_{i2}$$

$$m_1 v_{i1} = m_2 v_{i2} \Rightarrow v_{i1} = 2 v_{i2} \Rightarrow S_{i1} = 2 S_{i2}$$

i — номер промежуточной точки.

П.е. на любой промежуток скорости будут
отсчитываться в 2 раза. Поэтому, рассматривая
дискретно малые промежутки пути и складывая
их, получаем:

$$S_1 = 2 S_2$$

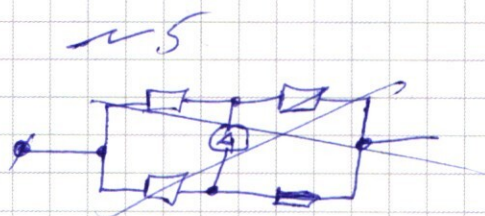
Подставим это в ур. (3).

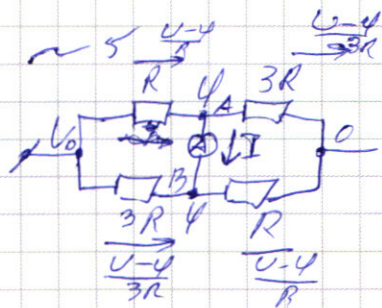
$$x = 3 S_2$$

$$\text{В ур. (2)} \quad E = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{150}} = \frac{1}{5} \text{ м} \\ = 0,2 \text{ м} = 20 \text{ см.}$$

$$S_2 = \frac{x}{3} \Rightarrow S_1 = 2 S_2 = \frac{2x}{3} = 13,3 \text{ см}$$

Ответ: 1) $E = 3 \text{ Дж}$; 2) $S_2 = 13,3 \text{ см}$.





Это основная схема
Рассчитать потенциалы $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$.
Используя правило Кирхгофа
затемляем для узлов A и B
цели с симметрией:

$$\begin{cases} \frac{U_0 - \varphi}{R} = \frac{\varphi}{3R} + I \cdot 3R \\ \frac{U_0 - \varphi}{3R} = I = \frac{\varphi}{R} \cdot 3R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3U_0 - 3\varphi = 3IR + \varphi \\ U_0 - \varphi + 3IR = 3\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3IR = 3U_0 - 4\varphi \\ 3IR = 4\varphi - U_0 \end{cases}$$

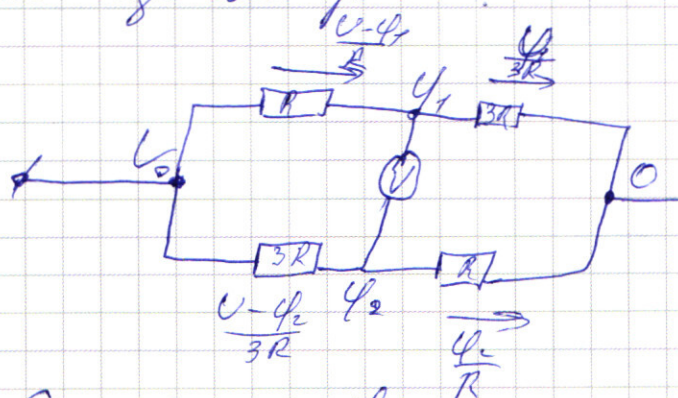
$$6IR = 2U_0 \Rightarrow$$

$$3IR = U_0 \Rightarrow R = \frac{U_0}{3I} = \frac{24}{0.0045} \approx 5333 \text{ Ом}$$

$$\begin{array}{r} 3000 \\ -290 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3000 \\ -290 \\ \hline 100 \end{array} = \frac{100}{3} = 33.3$$

Стоит отметить, что идеальный вольтметр
применяется, значит, в идеальном узлах A и B
потенциалы равны.

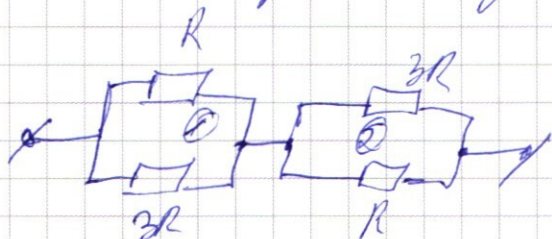


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Показания вольтметра U_0 равны:

$$U_0 = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{3U_0}{4} - \frac{U_0}{4} = \frac{U_0}{2} = \frac{27}{2} = 13,5 \text{ В.}$$

Вернемся к схеме с амперметром. И. к. в узлах А и В потенциалы равны, то их можно принять за один:



Найдем общую сопротивление цепи R_0 .

И. к. R_1 и R_2 (R_1 и R_2 — участки параллельного соединения резисторов), то $R_0 = 2R_1$

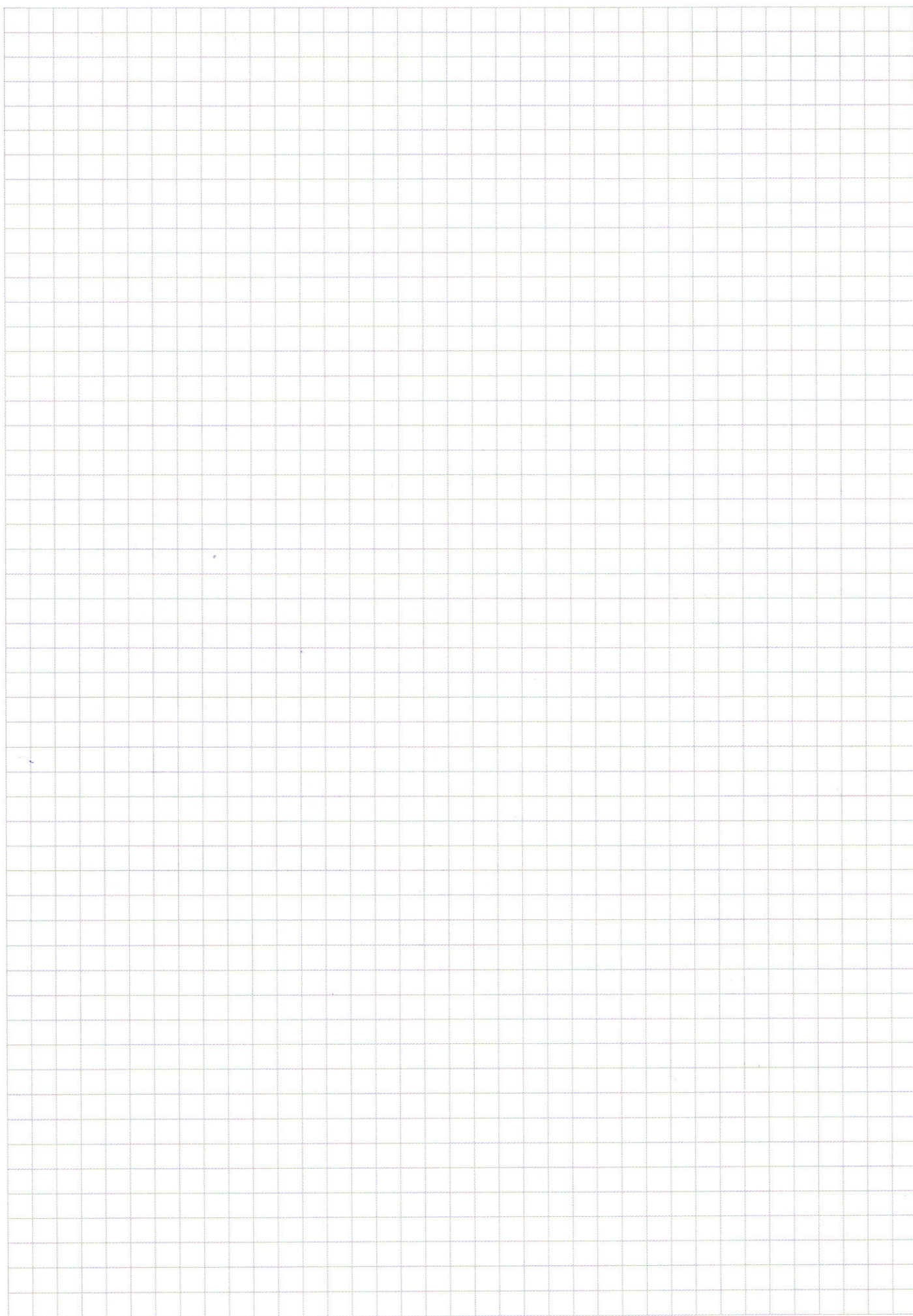
$$R_0 = 2R_1 = 2 \cdot \frac{3R^2}{4R} = \frac{3R^2}{2R} = \frac{3R}{2} = \frac{3 \cdot 60}{2} = 90 \text{ Ом.}$$

Значит, при включении цепи будет выделяться мощность P :

$$P = \frac{U_0^2}{R_0} = \frac{27^2}{90} = 8,1 \text{ Вт}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 90 \\ \times 81 \\ \hline 7290 \end{array}$$

Ответ: 1) $U = 13,5 \text{ В}$; 2) $P = 8,1 \text{ Вт}$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3}$$

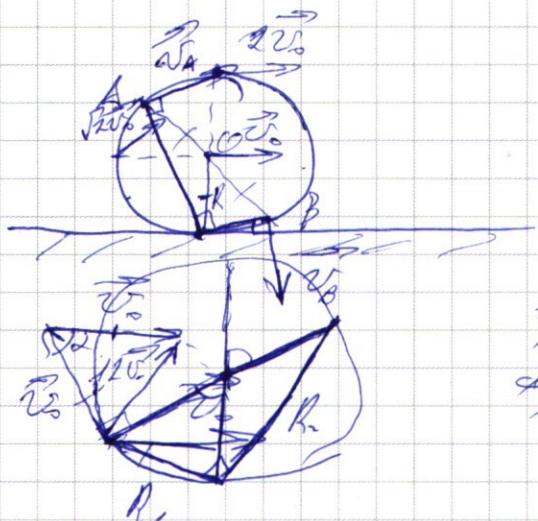


$$v = \omega R = \frac{\pi}{3} \cdot 5 \cdot 1 = \frac{5\pi}{3}$$

$$v_0 = \frac{\omega R}{2}$$

$$v_A = \frac{12 \omega R}{2} = 12 v_0$$

$$(10 \cdot 6)^2 = 100 + 120 + 36$$



$$1,44 v_0^2 = 2 v_0^2 - 2 v_0^2 \cos \alpha$$

$$0 = 0,56 v_0^2 - 2 v_0^2 \cos \alpha$$

$$0,56 = 2 \cos \alpha$$

$$0,28 = \cos \alpha$$

$$\omega = \frac{2 v_0}{2 R} = \frac{v_0}{R} = \frac{2}{T}$$

$$R_1 = \frac{12 v_0}{\frac{2 v_0}{2 R}} = 12 R$$

$$R_2 = \sqrt{4 R^2 - 144 R^2} = \sqrt{256 R^2} = 16 R$$

$$v_B = 16 v_0 = \frac{16 \omega R}{2}$$

$$3,14 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

$$= 3,14 \cdot \frac{5}{2} =$$

$$= 1,57 \cdot 5$$

$$1,57 \cdot 5 = 7,85$$

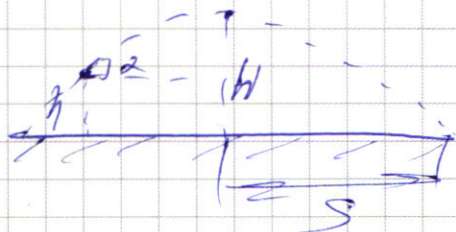
$$1,57 \cdot 8 = 12,56$$

~ 2

$$\frac{1}{2} \cdot 41$$

$$\frac{mv_0^2}{2}$$

$$mghH = mgh + \frac{mv_0^2}{2}$$



$$v_x^2 + 2ghH = 2gh + mv_0^2$$

$$v_x^2 + 2ghH = 2gh + v_x^2 + v_{cy}^2$$

$$v_{cy}^2 = 2g(H-h)$$

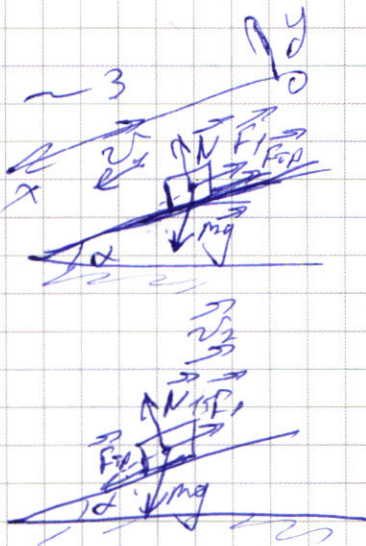
$$v_{cy} = \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 245} = \sqrt{4900} = 70$$

$$H = \frac{gT^2}{2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad v_{cx} = \frac{S}{T} = S \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

$$v_0 \sin \alpha = v_{cy}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{v_{cy}}{v_{cx}} = \frac{\sqrt{2g(H-h)}}{S \sqrt{\frac{g}{2H}}}$$



$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{cp}$$

$$x: 0 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha - F_1$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + F_1$$

$$x: mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = 1.5 F_1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

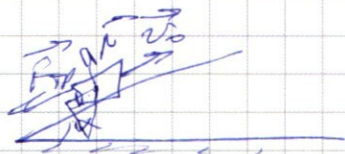
$$\begin{cases} mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + F_1 \\ mg \sin \alpha = 1.5 F_1 - \mu mg \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow 2.5 F_1 = 2 mg \sin \alpha$$

$$mg \sin \alpha = 0.5 F_1$$

$$\mu mg \cos \alpha = 1.25 F_1 - F_1 = 0.25 F_1$$

$$\frac{1}{5} mg \cos \alpha = \frac{1}{4} F_1 \Rightarrow mg \cos \alpha = \frac{5}{4} F_1 = 1.25 F_1 \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

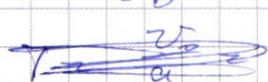


$$F_{тр} = \mu mg \cos \alpha$$

$$ma = F_{тр} + mg \sin \alpha = \mu mg (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$a = g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

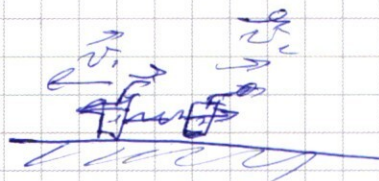
$$0 = v_0 - at$$



$$v_0 - at = Tg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 43 \\ \hline 48 \\ 44 \\ \hline 208 \end{array}$$

~4



$$E = \frac{kx^2}{2} = \frac{F_x t}{2} \quad \begin{array}{l} m_1 = m \\ m_2 = 2m \end{array}$$

$$2,65 = 130$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2}$$

$$\begin{array}{l} kx^2 = mv_1^2 + 2mv_2^2 \\ kx^2 = m v_1^2 + 2m v_2^2 \\ \frac{kx^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2} \end{array}$$

Знач

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$mv_1 = 2mv_2$$

$$v_2 = \frac{v_1}{2} = 4 \frac{10}{2}$$

$$3,14 \cdot \frac{1}{12} \cdot 5 =$$

$$= 157 \cdot \frac{5}{6} =$$

$$\frac{157}{6} = 26,16$$

$$v_1 = 2v_2$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} = \frac{4mv_2^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} = 3mv_2^2$$

$$kx^2 = 6mv_2^2$$

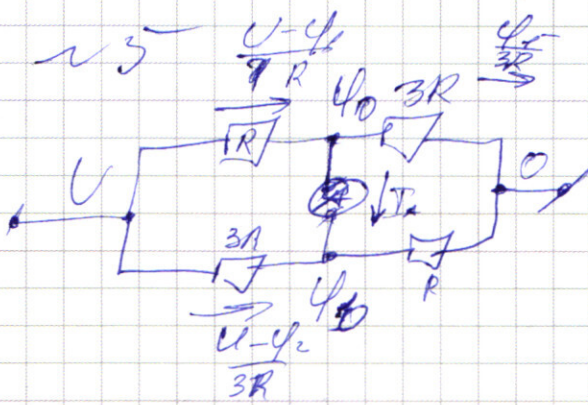
$$t = v_2 \sqrt{\frac{6m}{k}}$$

$$t = 3s$$

$$\frac{S_1}{S_2} = 2 \quad S_1 = 2S_2$$

$$5 \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{8^3}{5} = 3\sqrt{2}$$



$$C_1 > C_2$$

$$\frac{485}{16} \div \frac{13}{5} = \frac{485 \cdot 5}{16 \cdot 13} = \frac{2425}{208}$$

$$\frac{729}{80} \approx 9.1125$$

$$\begin{array}{r} 729 \overline{) 60} \\ 60 \\ \hline 129 \\ 120 \\ \hline 90 \\ 80 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{cases} \frac{U-C_1}{R} = I_A + \frac{C_1}{3R} \\ \frac{U-C_2}{3R} + I_A = \frac{C_2}{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3U - 3C_1 = 3I_A R + C_1 \\ U - C_2 + 3I_A R = 3C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3I_A R = 3U - 4C_1 \\ 3I_A R = 4C_2 - U \end{cases}$$

$$\frac{729}{80} = \frac{243}{20} = \frac{243 \cdot 1215}{20 \cdot 10} = \frac{295635}{200}$$

$$0 = 4U - 4C_1 - 4C_2$$

$$(U = C_1 + C_2) \rightarrow C_1 = \frac{U - C_2}{1} = U - C_2$$

$$3I_A R = 3U - 4U + 4C_2$$



$$\begin{cases} 3I_A R = 3U - 4C_1 \\ 9I_A R = 12C_2 - 3U \end{cases}$$

$$12I_A R = 12C_2 - 4C_1 \quad | :4$$

$$3I_A R = 3C_2 - C_1$$

$$\begin{cases} 3C_2 - C_1 - 3I_A R = 0 \\ 3U - 4C_2 = 3I_A R = 0 \\ 4C_2 - U - 3I_A R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3I_A R = 3U - 4C_2 + \\ -3I_A R = 4C_2 - U \end{cases}$$

$$6I_A R = 2U \quad | :2$$

$$U = 3I_A R$$

$$R = \frac{U}{3I_A}$$

$$= \frac{27^3}{27 \cdot 0045} = \frac{2000}{45}$$

$$= \frac{2000}{45} = \frac{600}{15} = \frac{120}{3} = 40$$

$$U_{\text{max}} = 40 \text{ A}$$