

Олимпиада «Физтех» по физике, 9

Класс 09

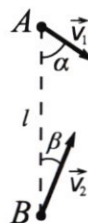
Вариант 09-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

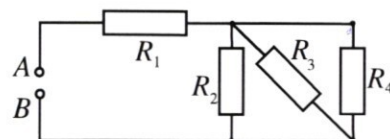
2) На сколько Δt (°C) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг·°C). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$$l = 1 \text{ км}$$

$$V_1 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$V_2 = 20 \text{ м/с}$$

$$\sin \beta = ?$$

$$T = ?$$

$$S = 440 \text{ м}$$

Ис: Решение:

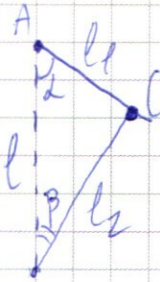
Пусть расстояние, пройденное торпедой $= l_2$, а кораблем $= l_1$; тогда время, за которое они прошли это расстояние $= t$, тогда:

$$l_2 = V_2 t$$

$$l_1 = V_1 t$$

$$V_2 = 2V_1 = 20 \text{ м/с}$$

$$l_2 = 2l_1$$



Пусть точка попадания C, тогда:

По т. синусов из $\triangle ABC$, $\frac{l_1}{\sin \beta} = \frac{l_2}{\sin \alpha}$

$$\sin \beta = \frac{l_1 \sin \alpha}{l_2} = \frac{l_1 \sin \alpha}{2l_1} = \frac{\sin \alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ т.е. } \alpha = 60^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Пусть путь, пройденный торпедой за T равен l_2' , а кораблем l_1' ; точки, в которых будут находиться корабль и торпеда на момент времени T - C' и D' соответственно, тогда:

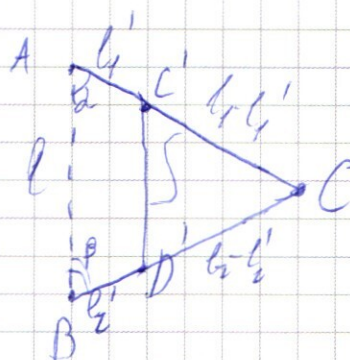
C'D' = S = 440 м

$$l_2' = V_2 \cdot T$$

$$l_1' = V_1 \cdot T$$

$$V_2 = 2V_1 = 20 \text{ м/с}$$

$l_2' = 2l_1'$ Построим B'D' и A'C' до т. пересечения в C.



$$l_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6} l \quad \left\{ \begin{array}{l} l_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{6} l \approx \frac{25}{60} l = \frac{5}{12} l = \frac{5}{12} \cdot 1000 \mu = \frac{5}{3} \cdot 250 \mu = \frac{1250}{3} \mu \approx 416,6 \mu \\ l_1 > 0 \end{array} \right.$$

$$\approx 416,6 \mu$$

$$l_1 = V_1 t$$

$$t = \frac{l_1}{V_1} \approx \frac{416,6}{1000} = 0,416 \text{ с}$$

$$\tau = \frac{t(l-s)}{l} = \frac{41,6 (1000 - 20740)}{1000} = \frac{41,6 \cdot 230}{1000} = \frac{41,6 \cdot 23}{100} = 41,6 \cdot 0,23 = 9,568 \approx 9,6 \text{ с}$$

Ответ: 9,6 с.

ноч

Дано:

$$V_1 = 60 \text{ км/с}$$

$$V_2 = 80 \text{ км/с}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$V = ?$$

$$\alpha = ?$$

$$c = 1302 \text{ км/с}$$

$$m_1 = m_2$$

Решение:

ЗК:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V}$$

$$OX: m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V \cdot \cos \alpha$$

$$OY: m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V \cdot \sin \alpha$$

$$m_1 = m_2$$

$$\text{Пусть } m = m_1 = m_2$$

$$m V_1 = 2m V \cdot \frac{3}{5}$$

$$V = \frac{V_1}{\frac{6}{5}} = \frac{5V_1}{6}$$

$$V = \frac{5}{6} V_1 = \frac{5}{6} \cdot 60 \text{ км/с} = 50 \text{ км/с}$$

$$= 50 \text{ км/с}$$

ЗК (об шариках):

$$E_{k1} + E_{k2} = E_k + Q$$

$$E_{k1} = \frac{m V_1^2}{2}$$

$$E_{k2} = \frac{m V_2^2}{2}$$

$$E_k = \frac{2m V^2}{2} = m V^2$$

$$Q = 2m \cdot c \cdot \Delta t$$



После:



по ОУ:

$$\frac{m_1 V_1}{m_2 V_2} = \frac{(m_1 + m_2) V \cdot \cos \alpha}{(m_1 + m_2) V \cdot \sin \alpha}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{AB}{AC} \text{ (AB - проекция V на OY, AC - на OX)} = \text{tg} \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$= 3/4, \text{ то } AC = 4x, \text{ по т. Пифагора}$$

$$\text{из } \triangle ABC, BC = \sqrt{3x^2 + 4x^2} = 5x = 1$$

$$\Rightarrow \text{проекция } \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle ACB \sim \triangle C'CD$, т.к. $C'C = AC - AC' = l_1 - l_1'$
 $BC' = BC - BD' = l_2 - l_2' = 2l_1 - 2l_1' = 2C'C$
 $AC = l_1$
 $BC = l_2 = 2l_1 = 2AC$
 $\Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle C'CD$ по углу и 2 пропорциональным сторонам.

$\frac{AC}{C'C} = \frac{AB}{CD} = S$, т.к. $\triangle ACB \sim \triangle C'CD$

$\frac{AC}{C'C} = \frac{l_1}{l_1 - l_1'} = 1 + \frac{l_1'}{l_1 - l_1'} = 1 + \frac{l_1'}{l_1(1 - \frac{l_1'}{l_1})} = 1 + \frac{l_1'}{l_1 - l_1'} = \frac{l_1}{l_1 - l_1'} = \frac{t}{t - T}$

$tS = t - T$
 $T = \frac{t(1 - S)}{S}$

$\frac{l_1}{l_1 - l_1'} = S$

$\frac{l_1}{l_1 - l_1'} = \frac{t}{t - T} = 1 + \frac{T}{t - T}$

По т. косинусов из $\triangle ABC$:

$l_2^2 = l_1^2 + l^2 - 2l_1 l \cos 2$

$2l_1 = \sqrt{l_1^2 + l^2 - 2l_1 l \cos 2}$

$4l_1^2 = l_1^2 + l^2 - 2l_1 l \cos 2$

$3l_1^2 + 2l_1 l \cos 2 - l^2 = 0$

$l_1 = \frac{-l \pm \sqrt{l^2 + 12l^2}}{6} = \frac{-l \pm \sqrt{13}l}{6} = \frac{l(-1 \pm \sqrt{13})}{6}$

$$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = mV^2 + 2mcat$$

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} = V^2 + 2cat$$

$$\Delta t = \frac{\frac{V_1^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} - V^2}{2c} = \frac{V_1^2 + V_2^2 - 2V^2}{4c} = \frac{60^2 + 80^2 - 2 \cdot 50^2}{4 \cdot 130} = \frac{6400 + 3600 - 5000}{520} = \frac{5000 - 500}{520} =$$

$$= \frac{250}{26} = \frac{125}{13} \approx 9,6^\circ \text{C}$$

Ответ: $9,6^\circ \text{C}$.

№2

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$S = 0,8 \text{ мкм}$$

$$V_0 = ?$$

$$V_0 = ?$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

См: Решение:

Пусть точка

контакта шины

с пола склона - С;

точка пересечения траектории

шины и прямой, параллельной горизонту - В; точка, откуда стреляли - А; Перпендикуляр, опущенный из А на прямую, паралл. горизонту из С пересекает её в т. D, тогда:

$AB \perp DC \Rightarrow \angle CSA = \angle CAB = \alpha$, т.к. $AB \parallel CD$ по постро.

$$AB = V_0 \cdot \cos \varphi \cdot \left(V_0 t + \frac{gt^2}{2} \right)$$

$$\text{ок: } AB = V_0 \cdot \cos \varphi \cdot t$$

$$\text{ок: } 0 = V_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$0 = 2V_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - gt^2$$

$$gt^2 - 2V_0 \sin \varphi \cdot t = 0$$

$$t(gt - 2V_0 \sin \varphi) = 0 \Rightarrow t = \frac{2V_0 \sin \varphi}{g}$$

$$AB = V_0 \cdot \cos \varphi \cdot 2V_0 \sin \varphi$$

$$AB = \frac{V_0^2 \cdot 2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{g}$$

$$AB = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\varphi}{g}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Дано:

$$R_1 = 3r$$

$$R_2 = R_3 = 2r$$

$$R_4 = 4r$$

$$U = 38 \text{ В}$$

$$R_{AB} = ?$$

$$r = 100 \text{ Ом}$$

$$I = ?$$

Решение:

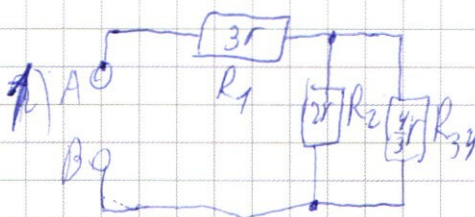
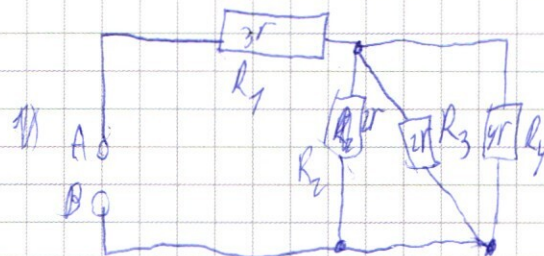
$$1) R_{34} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} - \text{паралл. подключение}$$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{4r}$$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{3}{4r}$$

$$3R_{34} = 4r$$

$$R_{34} = \frac{4}{3}r$$

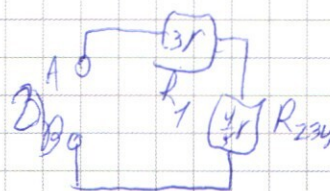


$$2) \frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{34}} - \text{паралл. подключение}$$

$$3) \frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{2r} + \frac{3}{4r}$$

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{5}{4r}$$

$$R_{234} = \frac{4}{5}r$$



$$3) R_{AB} = R_{234} + R_1 - \text{послед. подключение}$$

$$R_{AB} = 3r + \frac{4}{5}r = 3,8r$$

$$r = 100 \text{ Ом}$$

$$I = \frac{U}{R_{AB}} = 1 \text{ А}$$

R_{AB}

I - общий ток

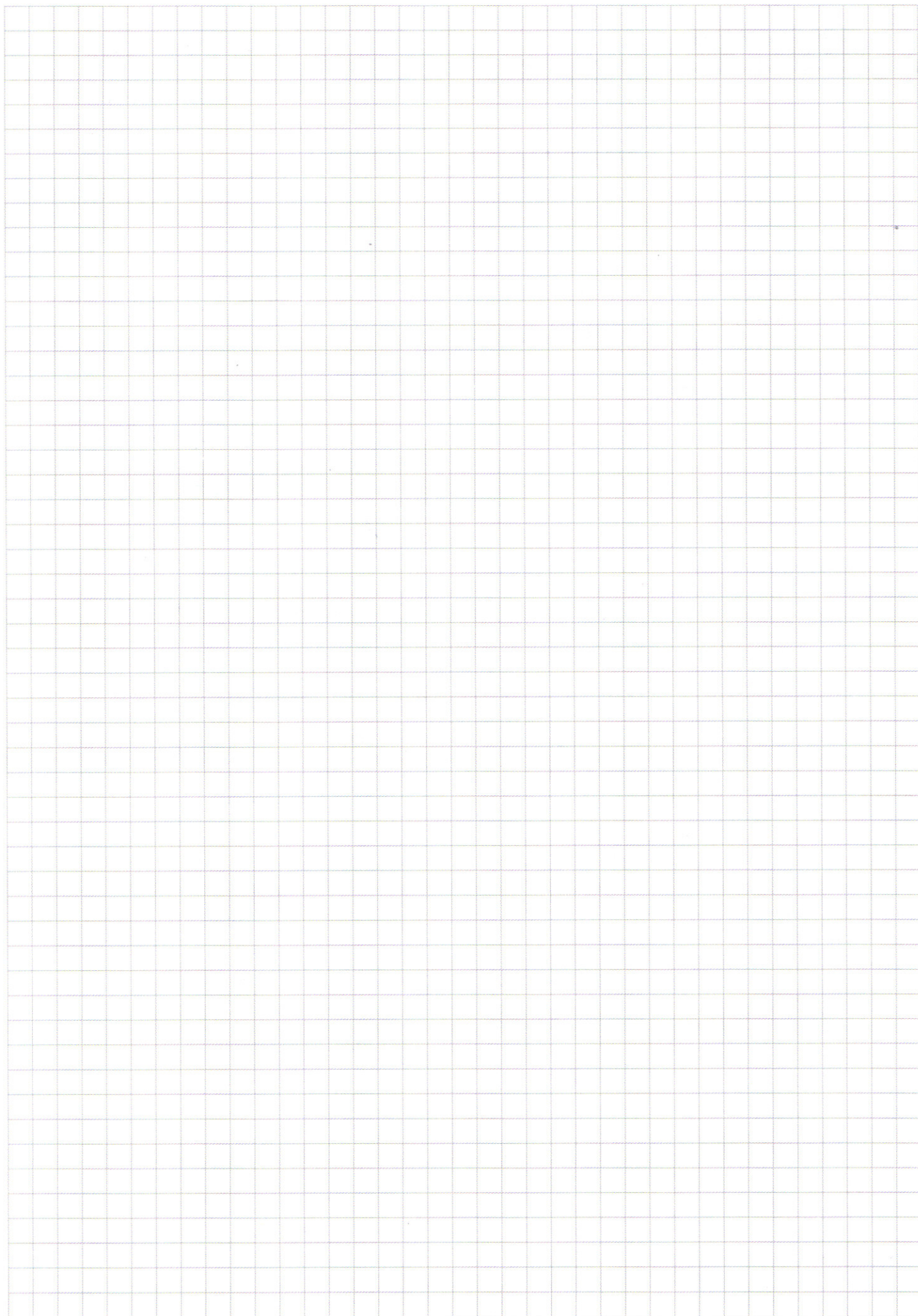
Через R_1 пройдет весь ток, далее $I_2 + I_3 + I_4 = I$

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_4 - \text{паралл. подключение}$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3}$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$I_2 + I_3 + I_4 = I_{34}$$

$$U_2 = U_{34} - \text{парал. соедин.}$$

$$U_{34} = I_{34} R_{34}$$

$$I_2 + I_3 + I_4 = \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} + \frac{U_4}{R_4}$$

$$\text{Пусть } U_2 = U_3 = U_4 = U', \text{ тогда:}$$

$$\frac{U'}{2r} + \frac{U'}{2r} + \frac{U'}{4r} = \frac{5U'}{4r}$$

$$U + U_4 = U - \text{послед. соедин.}$$

$$U_4 = I_4 R_4 = I \cdot 3r = 30 \text{ В}$$

$$U = 38 \text{ В}$$

$$U' = U - U_4 = 8 \text{ В}$$

$$\frac{U'}{4r} = I_4 = \frac{8 \text{ В}}{40 \text{ Ом}} = \frac{1}{5} \text{ А} = 0,2 \text{ А}$$

Ответ: 38 В; 0,2 А.

№3

Дано:

$$m_1 = m_2$$

$$v_1 = 4 \text{ м/с}$$

$$h = 0,8 \text{ м}$$

$$v_2 = ?$$

$$\alpha = ?$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Решение:

ЗЭ (шарик):

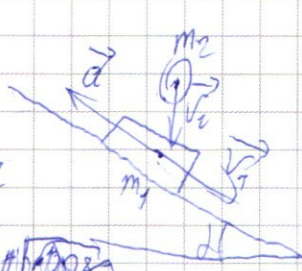
$$E_{m2} = E_{k2}$$

$$E_{m2} = m_2 g h$$

$$E_{k2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$m_2 g h = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} = 4 \text{ м/с}$$



Ответ: 4 м/с

1) Ответ: 4 м/с

№ 2

Дано: $\alpha = 30^\circ$
 Найти: S

$$S = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$S = 0,8 \text{ км}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v_0 = ?$$

$$\varphi = ?$$

$$Ox: S = v_0 \cos \varphi t + \frac{g \sin^2 \varphi}{2} t^2$$

$$Oy: 0 = v_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos^2 \varphi}{2} t^2$$

$$\frac{g \cos^2 \varphi}{2} t^2 - v_0 \sin \varphi t = 0$$

$$g \cos^2 \varphi t - 2 v_0 \sin \varphi = 0$$

$$t(g \cos^2 \varphi - 2 v_0 \sin \varphi) = 0$$

$t = 0$ - не подходит

$$g \cos^2 \varphi t = 2 v_0 \sin \varphi$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos^2 \varphi}$$

$t_{\max}$ при $\sin \varphi \rightarrow \max$
 $0 \leq \sin \varphi \leq 1$

$$\Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

$$S = v_0 \cos \varphi t + \frac{g \sin^2 \varphi}{2} t^2$$

$$S = \frac{g \sin^2 \varphi}{2} t^2$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos^2 \varphi}$$

$$S = \frac{g \sin^2 \varphi \cdot 4 v_0^2 \sin^2 \varphi}{2 g^2 \cos^4 \varphi}$$

$$S = \frac{\sin^2 \varphi \cdot 4 v_0^2 \sin^2 \varphi}{2 g \cos^2 \varphi} = \frac{2 \sin^4 \varphi \cdot v_0^2}{g \cos^2 \varphi}$$

$$v_0^2 = \frac{S g \cos^2 \varphi}{2 \sin^4 \varphi}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{S g \cos^2 \varphi}{2 \sin^4 \varphi}} = \sqrt{\frac{800 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1^2}} = \sqrt{\frac{200 \cdot 3 \cdot 10}{1}} = \sqrt{6000} = 10 \sqrt{60} = 20 \sqrt{15}$$

$$\approx 20 \sqrt{16} = 20 \cdot 4 = 80 \text{ м/с}$$

Ответ: 90° ; 80 м/с



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

