

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 09-04

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Велосипедное колесо радиуса $R = 0,5$ м катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Каждая спица за время $\tau = 0,2$ с поворачивается на угол $\alpha = 30^\circ$. Скорость точки А на ободе колеса $V_A = 1,2 \cdot V_0$. АВ – диаметр колеса.

1) Найдите скорость V_0 оси колеса.

2) С какой по величине скоростью V_B движется точка В на ободе колеса?

Все скорости измерены в лабораторной системе отсчета. Ось колеса движется равномерно.

2. Мяч, отбитый теннисистом на высоте $h = 0,75$ м, поднимается на максимальную высоту $H = 3,2$ м и за оставшееся время полета перемещается по горизонтали на $S = 16$ м.

1) Через какое время T после прохождения высшей точки траектории мяч упадет на площадку?

2) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, здесь α — угол, который вектор скорости мяча составляет с горизонтальной плоскостью сразу после удара.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

3. Чтобы спускать брусок равномерно по наклонной плоскости, следует приложить силу F_1 , направленную вверх вдоль наклонной плоскости, а чтобы равномерно втаскивать брусок вверх, следует приложить такую же по направлению силу $F_2 = 1,5 \cdot F_1$. Коэффициент трения скольжения бруска по плоскости $\mu = 0,2$. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α .

1) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$.

2) Какую по величине V_0 начальную скорость, направленную вверх вдоль наклонной плоскости, следует сообщить бруску, чтобы через $T = 0,5$ с брусок остановился?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. На гладкой горизонтальной плоскости расположены два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг. Бруски связаны нитью, между ними находится легкая сжатая пружина. Коэффициент жесткости пружины $k = 150$ Н/м. Нить пережигают. В момент перехода пружины в недеформированное состояние скорость первого бруска $V_1 = 2$ м/с.

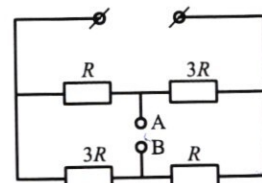
1) Найдите упругую энергию E , запасенную в пружине.

2) Найдите перемещение S_1 первого бруска за время от старта до момента перехода пружины в недеформированное состояние.

5. Электрическая цепь состоит из идеального источника постоянного напряжения $U_0 = 27$ В и четырех резисторов (см. схему на рис.). Если к клеммам А и В подключить идеальный амперметр, то он покажет силу тока $I = 45$ мА. Амперметр заменяют идеальным вольтметром.

1) Какое напряжение U покажет вольтметр?

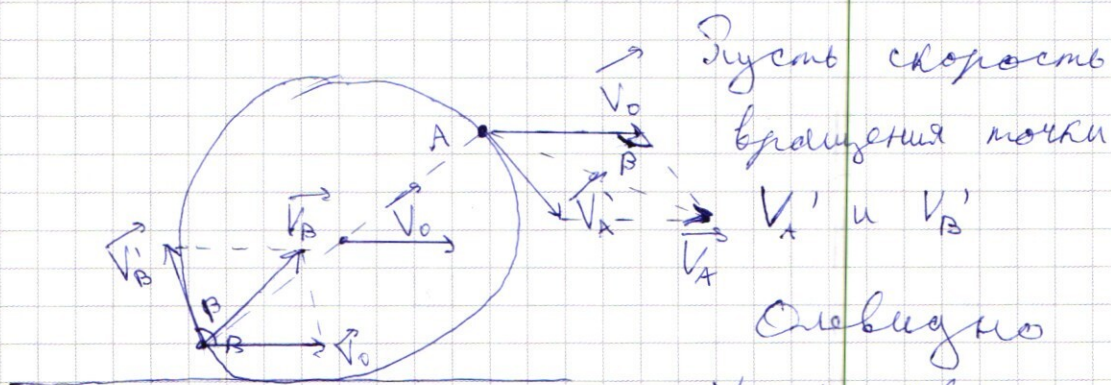
2) Какая мощность P будет рассеиваться в цепи при включенном амперметре?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $R = 0,5 \text{ м}$, $T = 0,2 \text{ с}$, $\alpha = 30^\circ$, $V_A = 1,2 V_0$ ($\alpha = \frac{\pi}{6}$)

Если колесо катится без проскальзывания, то скорости вращения точек колеса равны скорости оси колеса (ось проходит столько же, сколько прокручивается колесо).



Пусть скорость вращения точки V_A и V_B

Очевидно

V_A и V_B — скорости относительно Земли.

Скорость вращения точек

колеса: $V_A' = V_B' = V_0 = \frac{2\pi R}{T} = \frac{\pi R}{6T} = \frac{3,14 \cdot 0,5}{1,2} \approx \frac{4}{3} \text{ м/с}$

По теореме косинусов

$$1,44 V_0^2 = 2 V_0^2 - 2 \cos \beta V_0^2; \quad 2 \cos \beta V_0^2 = 0,56 V_0^2$$

$$\cos \beta = 0,28$$

Из параллельности углов между

векторами

$$\angle V_B' V_0 = \angle V_0 V_A' = \beta$$

(тупой) (тупой)

$$V_B^2 = V_B'^2 + V_0^2 - 2 \cos(180 - \beta) \cdot V_B' \cdot V_0$$

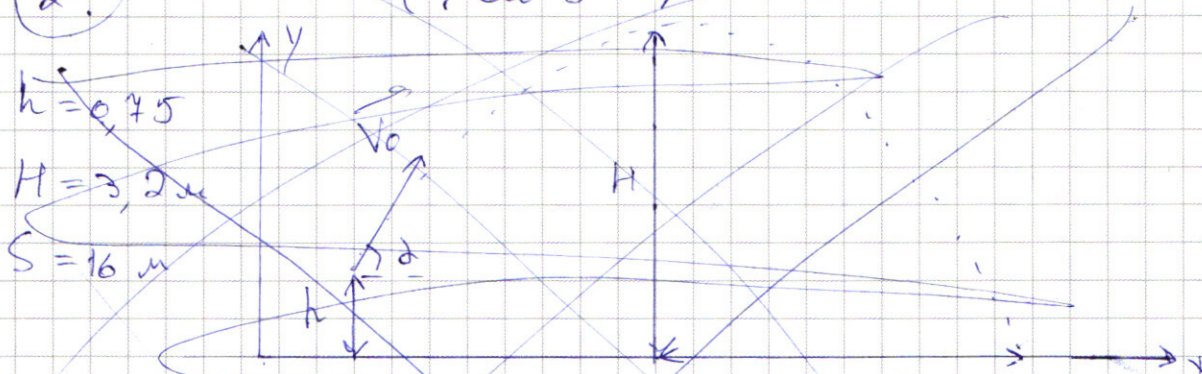
$$V_B^2 = 2 V_0^2 + 2 \cos \beta V_0^2 = 2 V_0^2 + 0,56 V_0^2 = 2,56 V_0^2$$

$$V_B = 1,6 \quad V_0 = \frac{4}{3} \cdot 1,6 \approx 2,13 \text{ м/с} \quad (\text{или } \frac{5g}{12} \cdot 1,6 \approx 0,66)$$

Ответ: 1) $\approx \frac{4}{3}$ м/с 2) $\approx 2,13$ м/с 0,67 с

2.

(гла 5 стр 100)



Система V_0 - нач. скорость (t - время до верха)

Тогда
$$\begin{cases} 0 = V_0 \sin \alpha - gt & (1) \\ H - h = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$H - h = \frac{gt^2}{2} \quad 2 \cdot 2,45 = 10t^2 \quad t = \frac{4,9}{10} = 0,49$$

$$\sin \alpha = \frac{gt}{V_0} = \frac{9}{V_0} \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{V_0^2}} = \frac{\sqrt{V_0^2 - 49}}{V_0} \quad t = 0,7 \text{ с}$$

Заметим (м.р. по оси x скорость не меняется)

$V_0 \cos \alpha \cdot T = S$ (2) (T - время от верха до пола)

$$V_0 \cdot \frac{\sqrt{V_0^2 - 49}}{V_0} \cdot T = S$$

Также $H = \frac{gT^2}{2}$

$$V_0^2 - 49 = \left(\frac{16}{0,8}\right)^2$$

$$T^2 = \frac{2H}{g}$$

$$V_0^2 = \frac{256}{0,64} + 49 \approx 449 \quad V_0 \approx 21 \text{ м/с}$$

$$T = \sqrt{\frac{6,4}{10}} = \sqrt{0,64}$$

$$T = 0,8 \text{ с}$$

Тогда $\sin \alpha = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{49}} = \frac{\sqrt{40}}{7}$

$$\tan \alpha = \frac{1 \cdot 3}{\sqrt{40}} \approx \frac{1}{2,8} \quad \text{Ответ:}$$

$$\approx 0,35 \quad (\text{или } \frac{3,21}{\sqrt{40} \cdot 1,8})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если мы поделим (1) на (2), то

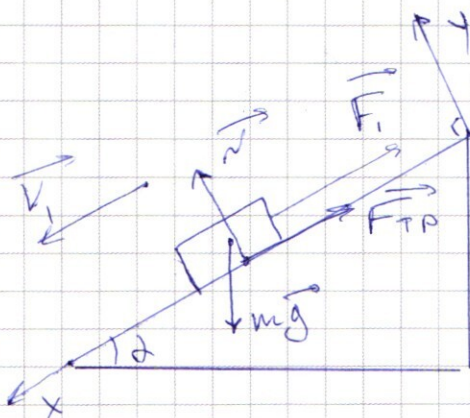
$$\frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{V_0 \cdot \cos \alpha \cdot T} = \frac{gt}{s}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{gtT}{s} = \frac{10 \cdot 0,4 \cdot 0,8}{16}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5,6}{16} = 0,355$$

Ответ: 1) 0,8 2) 0,355

3.



$$F_2 = 1,5F_1$$

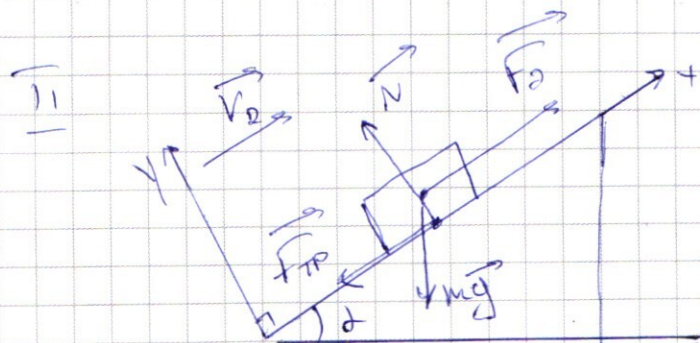
$$\mu = 0,2$$

$$T = 0,5 \text{ c}$$

II закон

$$x: 0 = -F_{\text{тр}} - F_1 + mg \sin \alpha$$

$$y: N = mg \cdot \cos \alpha$$



II закон

$$x: 0 = F_2 - F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha = F_1 + F_{\text{тр}} ; F_2 = F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha$$

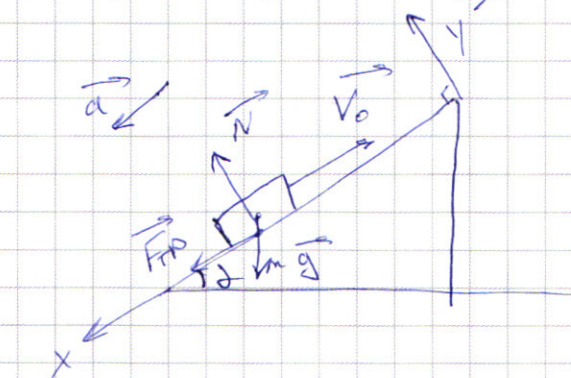
$$mg \sin \alpha = F_1 + N \mu ; 1,5 F_1 = N \mu + mg \sin \alpha$$

$$F_1 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

Прогемативен $1,5 mg \sin \alpha - 1,5 mg \cos \alpha \mu =$
 $= mg \cos \alpha \mu + mg \sin \alpha$

$1,5 mg \sin \alpha - mg \sin \alpha = mg \cos \alpha \mu + 1,5 mg \cos \alpha \mu$
 $0,5 mg \sin \alpha = 2,5 mg \cos \alpha \mu$

$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \frac{2,5 \cdot 0,2}{0,5} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$



Задача

$ma = F_{\text{тр}} + \sin \alpha mg$

$ma = \mu g \cos \alpha + \sin \alpha mg$

$a = \frac{10}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10 \cdot 5$

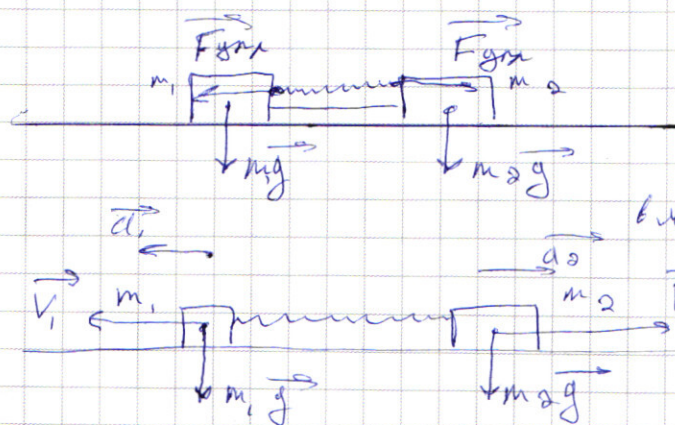
$a = 6\sqrt{2} \text{ м/с}^2$

Поэтому $0 = V_0 - aT$ $V_0 = aT = 6\sqrt{2} \cdot 0,5 = 3\sqrt{2} \text{ м/с}$

Ответ: 1) $\tan \alpha = 1$ 2) $V_0 = 3\sqrt{2} \text{ м/с}$
 $\approx 3,9 \text{ м/с}$

4.

$F_{\text{упр}} = kx$



$m_1 = 1 \text{ кг}$

$m_2 = 2 \text{ кг}$

$k = 150 \text{ Н/м}$

V_2 - скор. 2-ого
 в нач. пер. в неподвиж.
 сост.

Каждый момент после обрезания нити
 сила упругости будет уменьшаться.

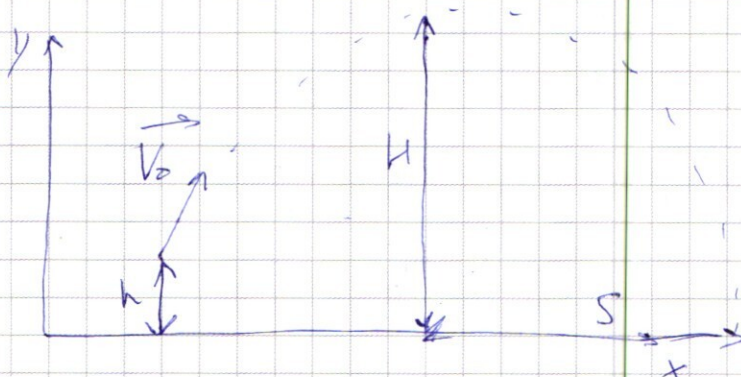
Так что надо брать среднюю. $m_1 a_{\text{ср}} = F_{\text{упр ср}}$

$m_2 a_{\text{ср}} = F_{\text{упр ср}} \Rightarrow m_2 a_{\text{ср}} = m_1 a_{\text{ср}} \Rightarrow 2a_{\text{ср}} = a_{\text{ср}}$

Брагаменты на 6 стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

②
 $h = 0,75 \text{ м}$
 $H = 3,2 \text{ м}$
 $S = 16 \text{ м}$



Пусть V_0 — нач. скор. (t — время до борта)
 Тогда $\begin{cases} 0 = V_0 \cdot \sin \alpha - g t & (1) \\ H - h = V_0 \cdot \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} \end{cases}$

$$H - h = \frac{g t^2}{2} \quad t^2 = \frac{2 \cdot 2,45}{10} = 0,49 \quad t = 0,7$$

Затем (т.к. по оси x скорость не меняется) $V_0 \cdot \cos \alpha \cdot T = S$ (2)

$$H = \frac{g T^2}{2} \quad T^2 = \frac{2H}{g} \quad T = \sqrt{\frac{6,4}{10}} = \sqrt{0,64} = \boxed{0,8 \text{ с}}$$

Поделив (1) на (2) $\frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{V_0 \cdot \cos \alpha \cdot T} = \frac{g t}{S}$

$$\tan \alpha = \frac{g t T}{S} = \frac{10 \cdot 0,7 \cdot 0,8}{16} = 0,355$$

Ответ: 1) 0,8 2) 0,355

④ Броуновское. Значит, в м.к. они разлетятся одинаковое время, $V_1 = 2V_2$, т.е. $V_2 = 1 \text{ м/с}$

Значит, Энергия кружины будет.

$$E = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2} + \frac{2 \cdot 1}{2} = 2 + 1 = 3 \text{ Дж}$$

(внешние силы вдоль оси x недейств.)

Отношение перемещений S_1 и S_2 (соотв. 1-ого и 2-ого) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{V_1 t}{2} \cdot \frac{2}{V_2 t} = \frac{2}{1}$

$$\begin{aligned} S_1 &= V_1 t - \frac{V_1 t^2}{2} & S_2 &= V_2 t - \frac{V_2 t^2}{2} \\ \vec{V} &= \vec{V}_0 + \vec{a}t & \vec{S} &= \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a} \cdot t^2}{2} & m\vec{a} &= \vec{F} \end{aligned}$$

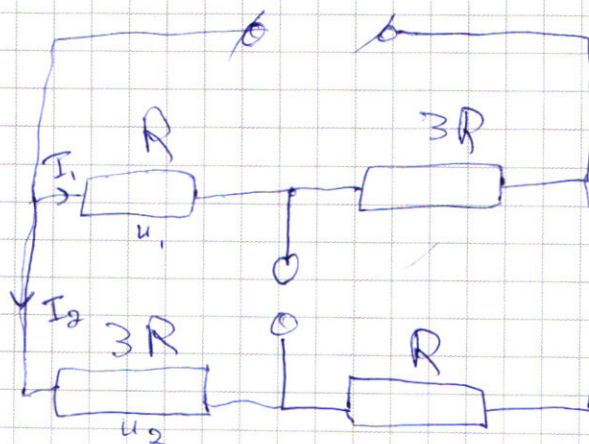
При этом $\Delta x = S_1 + S_2$ м.к. $\frac{S_1}{S_2} = 2$ то $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\Delta x}{2}$

Откуда $\Delta x = 1 \text{ м}$ и $S_1 = \frac{2}{3} \text{ м}$

Но надо использовать $k = 150 \text{ Н/м}$

Ответ: 1) 3 Дж 2) $\frac{2}{3} \text{ м}$

⑤



$$I = 0,015 \text{ А } U_0 = 24$$

Центр симметричной
относит. цепи AB.

$$I = \frac{U}{R} \quad I_0 = \frac{24}{R_0} = \frac{24}{2R}$$

Общее сопротивление
цепи $R_0 = \frac{1}{4R} + \frac{1}{4R}$

$$R_0 = 2R$$

Мощность будет выделяться

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$U_2 = I_2 3R$$

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

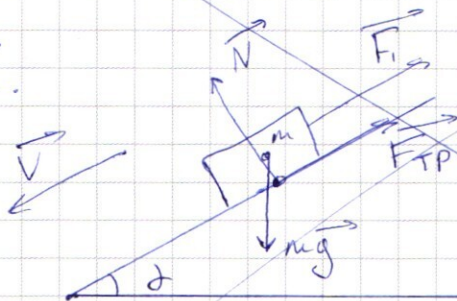
$$U_1 = I_1 R$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

А исконое T уже нашли $T = 0,8$

Ответ: 1) $0,8 \text{ с}$ 2) $\approx 0,35$

3) I.



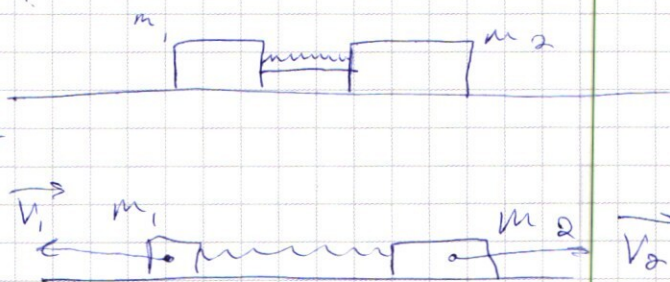
Пусть m —
масса бруса

$$-gT + V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$V_0 = \frac{gT\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

$$F_{\text{упр}} = k\Delta x$$

$$F_{\text{упр}} = \frac{k\Delta x}{2}$$



$$E = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2} + \frac{2 \cdot 1}{2} = 3 \text{ Дж}$$

$$m_1 a_{1\text{ср}} = \frac{k\Delta x}{2}$$

$$m_2 a_{2\text{ср}} = \frac{k\Delta x}{2}$$

$$m_1 a_{1\text{ср}} = \frac{k\Delta x}{2}$$

$$m_1 a_{1\text{ср}} = m_2 a_{2\text{ср}}$$

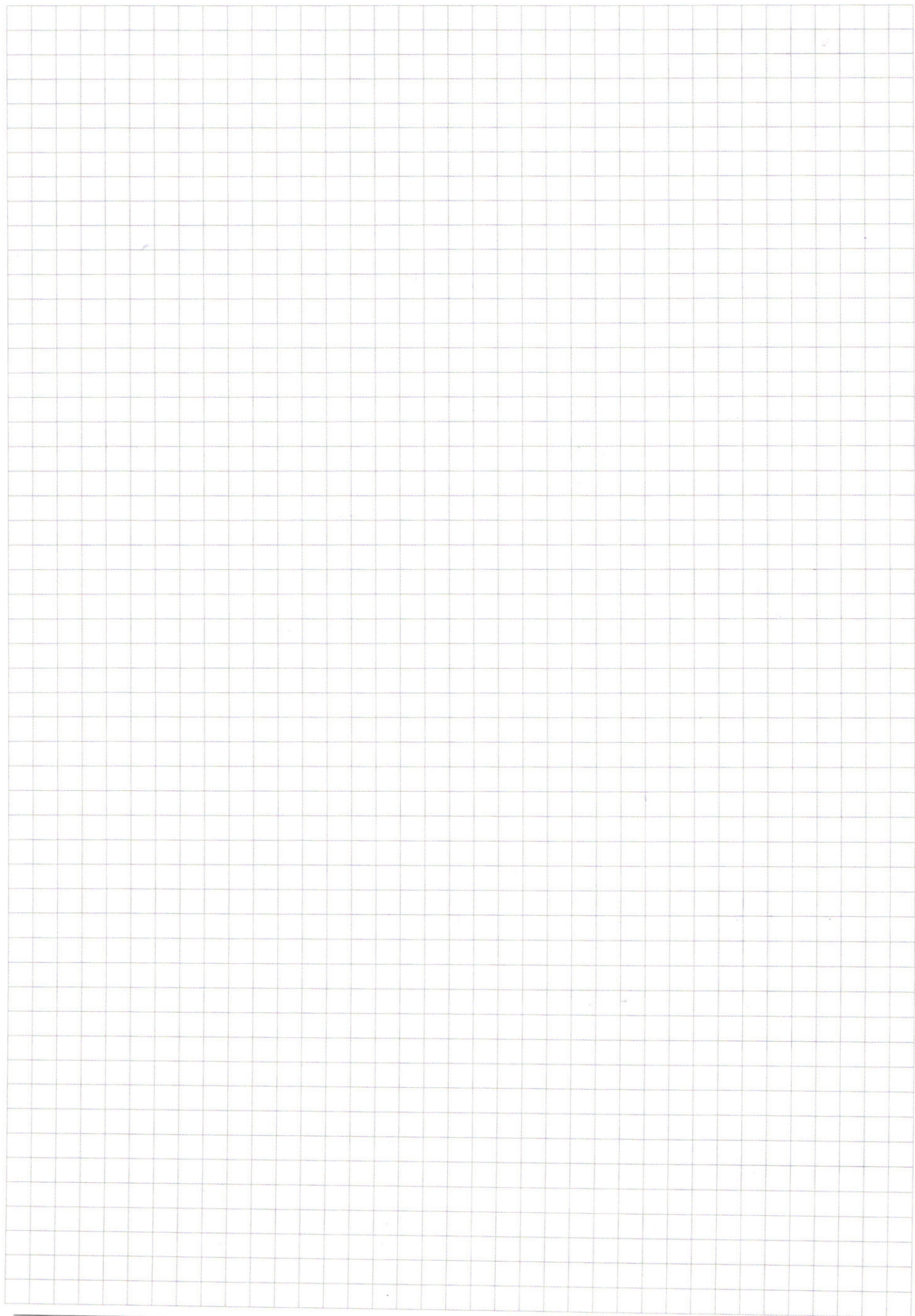
$$a_{1\text{ср}} = 2a_{2\text{ср}} \quad m_1 \cdot \frac{2S_1}{t}$$

$$V_1 = 0 + \frac{a_{1\text{ср}} t^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{2\Delta x}{3}$$

$$V_2 = 0 + \frac{a_{2\text{ср}} t^2}{2} \quad V_2 = 1 \text{ м/с}$$

$$S_1 = 0 + \frac{a_{1\text{ср}} t^2}{2} = \frac{V_1 t}{2}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

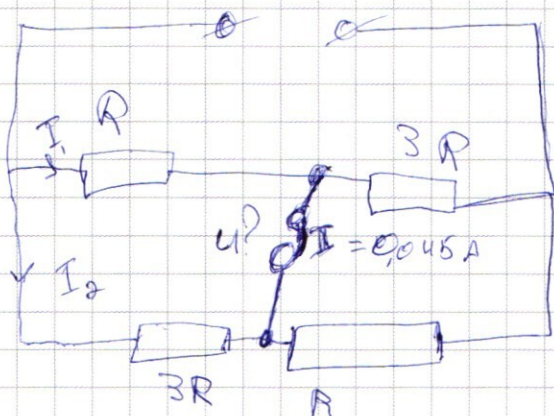
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5,

$$U_0 = 27 \text{ В}$$

$$I = 45 \text{ мА}$$



$$I = \frac{U}{R}$$

$$R_0 = \frac{1}{4R} + \frac{1}{4R} = 2R$$

$$I = \frac{27}{2R} =$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\Delta x}{2}$$

$$\Delta x = 2 \cdot \frac{V_2}{2} \cdot \frac{2}{V_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} = \Delta x_m$$

$$S_1 = \frac{2}{3} \text{ м}$$

$$U_2 = I_2 \cdot 3R$$

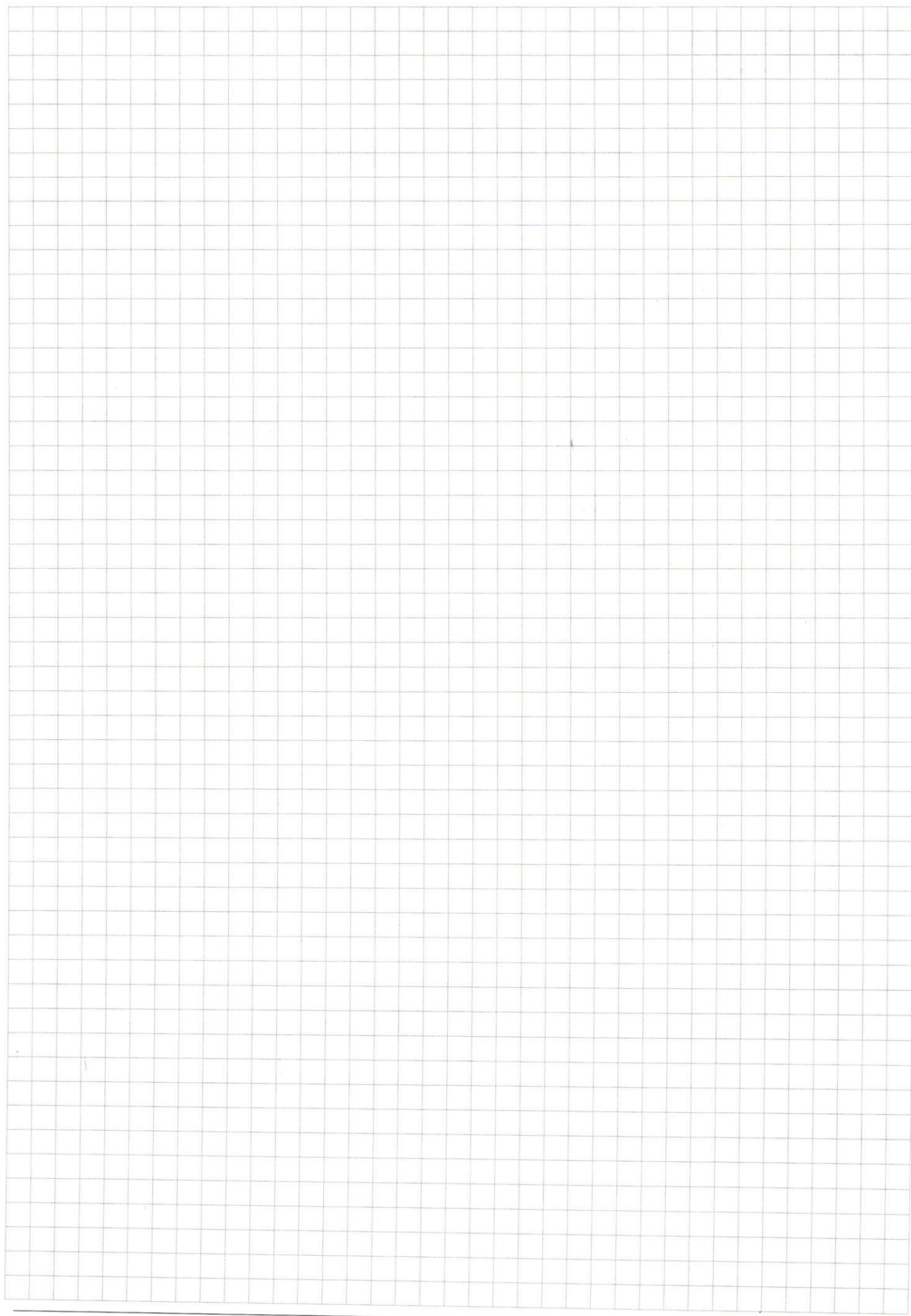
$$U_1 = I_1 R$$

$$U_2 - U_1 = I_2 \cdot 3R - I_1 \cdot R$$

$$I_1 = \frac{27}{2R} - I_2 = \frac{27 - 2I_2 R}{2R}$$

$$\Delta U = 3I_2 R - \left(\frac{27 - 2I_2 R}{2R} \cdot R \right) = 3I_2 R - 13.5 + I_2 R$$

$$4I_2 R - 13.5$$



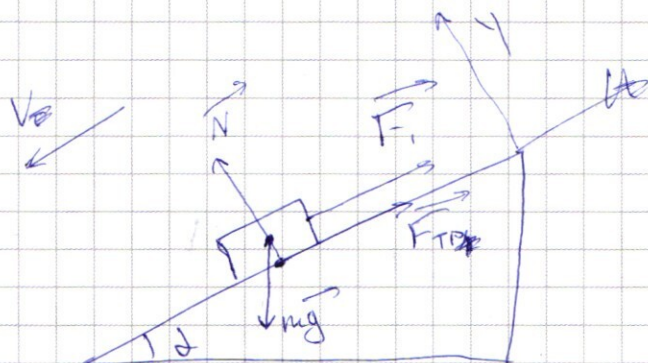
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

1)



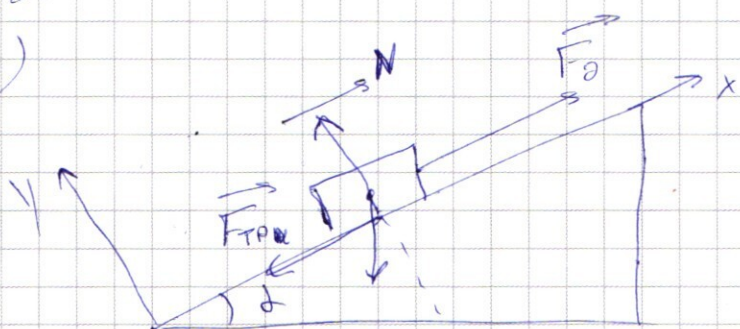
$$\mu = 0,2$$

$$\alpha = ?$$

$$V_0 = ? \quad T = 0,5 \text{ г} = 10^{-4} \text{ с}$$

$$F_2 = 1,5 F_1$$

2)



$$\begin{array}{r} -56 + 160 \\ \hline 0 + 103,55 \\ -560 \\ \hline 480 \\ -800 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$1) \quad x: -F_1 - F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha = 0$$

$$y: N = mg \cdot \cos \alpha$$

$$2) \quad N = \cos \alpha \cdot mg$$

$$x: F_2 - F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = 0$$

$$F_1 + N \mu = mg \sin \alpha$$

$$F_1 + mg \cos \alpha \mu = mg \sin \alpha$$

$$1,5 F_1 = mg \cos \alpha \mu + mg \sin \alpha$$

$$F_1 = mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$1,5 mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = mg (\cos \alpha \mu + \sin \alpha)$$

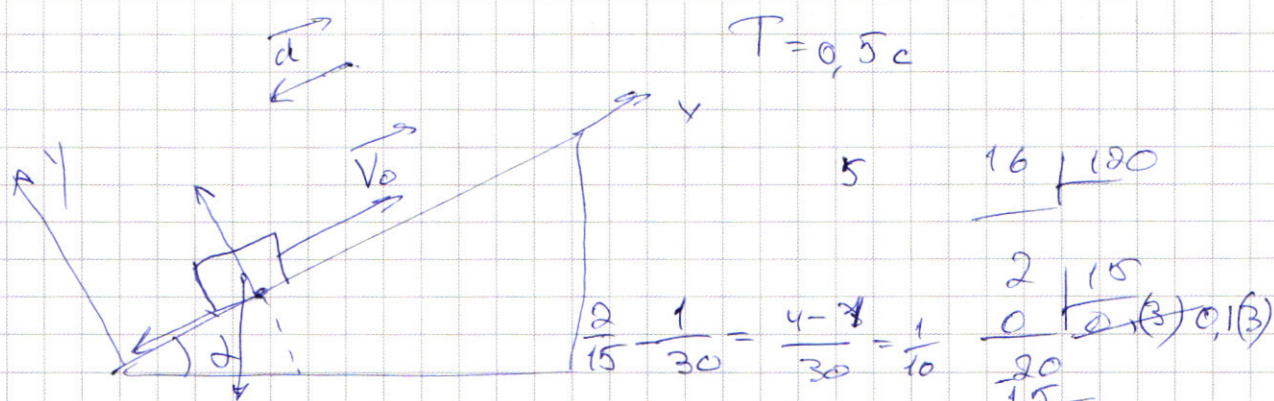
$$1,5 \sin \alpha - \sin \alpha = 1,5 \mu \cos \alpha + \mu \cos \alpha$$

$$(\cos \alpha \mu + \sin \alpha)$$

$$0,5 \sin \alpha = 2,5 \cdot 0,2 \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{5 \cdot 0,2}{0,5} = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$



$$x: +F_{TP} + mg \cdot \sin \alpha = +ma$$

$$y: N = mg \cdot \cos \alpha$$

$$mg \cos \alpha \mu + mg \sin \alpha = ma$$

$$a = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,2 + 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

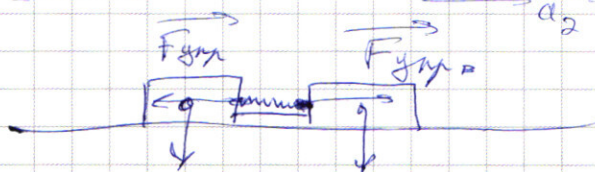
$$v_0 = v_0 - aT$$

$$v_0 = aT = 6\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\underline{a = 3,9 \text{ m/s}^2}$$

4. $m_1 = 1 \text{ kg}$ $m_2 = 2 \text{ kg}$ $k = 150 \text{ N/m}$ $V_1 = 2 \text{ m/s}$

$$a_1 \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow a_2$$



$$F_{\text{spring}} = k \Delta x$$

$$F_{\text{spring}} = \frac{k \Delta x}{2}$$

$$F_{\text{spring}} = m_1 a_{1\text{ex}} = \frac{V_1 m_1}{t}$$

$$a_{1\text{ex}} = \frac{V_1}{t}$$

$$0 = V$$

$$V_1 = 0 + a_{1\text{ex}} \cdot t$$

$$S_1 = 0 + \frac{a_{1\text{ex}} t^2}{2} = \frac{V_1 t}{2}$$

$$F_{\text{spring}} = m_2 a_{2\text{ex}} \quad k$$

$$\Delta x = \frac{V_1 m_1}{tk}$$

$$V_2 = a_{2\text{ex}} t$$

$$S_2 = \frac{a_{2\text{ex}} t^2}{2} = \frac{V_2 t}{2}$$

$$\Delta X = S_1 + S_2$$

$$\frac{V_1 m_1}{tk} = \frac{t}{2} (V_1 + V_2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

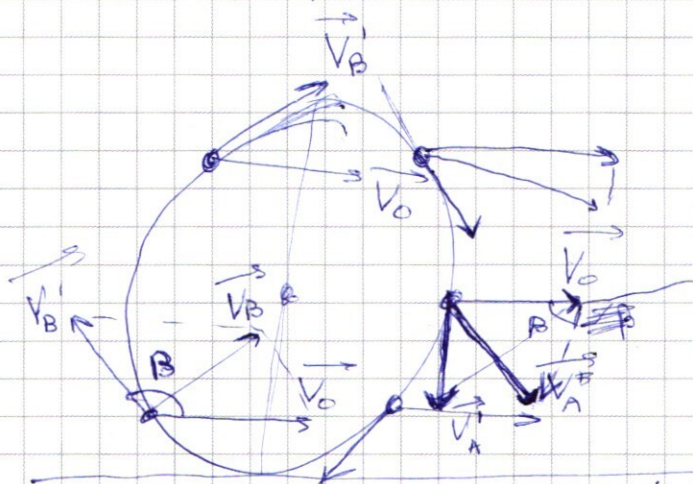
$$l = 0,2 \text{ м}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$V_A = 12 \cdot V_0$$

$$R = 0,5 \text{ м}$$

$$AB = 2R$$



$$(1,44 - 1)V_0^2 = V_A^2$$

$$0,44 V_0^2 \quad V_A = \sqrt{0,44} V_0$$

$$V_A' = \omega R = \frac{2\pi R}{T} = V_0$$

$$V_A' = \frac{\Phi}{t} R = \frac{\Omega}{6t} R = \frac{3,14}{1,2 \cdot 0,5} = \frac{1,57}{0,6} = 2,6167$$

$$V_A^2 = V_0^2 + V_A'^2 - 2 \cos \beta \cdot V_0 \cdot V_A'$$

$$1,44 V_0^2 = V_0^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \cos \beta \cdot V_0 \cdot \frac{1}{3}$$

$$\cos \beta = \frac{\frac{16}{9} - 0,44 V_0^2}{\frac{2}{3} V_0} = \frac{\frac{16}{9} - 0,44 \cdot \frac{16}{9}}{\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{0,56 \cdot \frac{16}{9}}{\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{0,56 \cdot 16}{2 \cdot 8} = 0,28$$

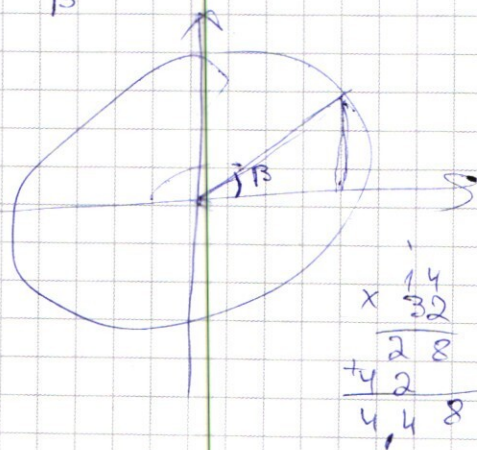
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1,73}{2} \approx 0,866$$

$$V_B^2 = V_0^2 + V_B'^2$$

$$+ 2 \cos(180^\circ - \beta) \cdot V_0 \cdot V_B'$$

$$V_B^2 = \frac{16}{9} + \frac{16}{9} + 2 \cdot 0,28 \cdot \frac{16}{9}$$

$$V_B^2 = \frac{32 + 32,28}{9} = \frac{64,28}{9} = 7,1422$$



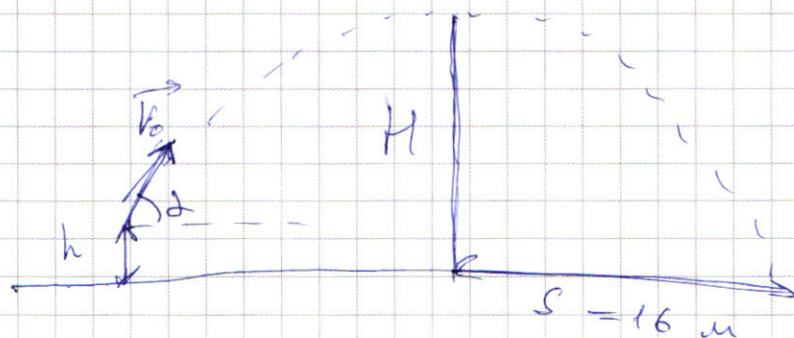
$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 32 \\ \hline 28 \\ + 42 \\ \hline 448 \end{array}$$

$$2. \quad h = 0,45 \text{ м} \quad H = 3,2 \text{ м}$$

$T = ?$

$$\tan \alpha = ?$$

$$g = 10$$



$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4g}{V_0^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{V_0}$$

$$1) \quad V_0 \cdot \sin \alpha - g t = 0$$

$$V_0 \sin \alpha = g t \quad V_0 \sin \alpha$$

$$H - h = V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

$$2,45 = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

$$2,45 = \frac{g t^2}{2}$$

$$2) \quad V = 0 + g t,$$

$$t^2 = \frac{4,9}{10} = 0,49 \text{ с}$$

$$H = 0 + \frac{g t^2}{2}$$

$$t = 0,7 \text{ с}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{6,4}{10}} = 0,8$$

$$S = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t,$$

$$V_0 \cdot \frac{\sqrt{V_0^2 - 4g}}{V_0} t,$$

$$\sqrt{V_0^2 - 4g} = \frac{16}{0,8}$$

$$V_0 = 21 \text{ м/с}$$

$$V_0^2 = \frac{256}{0,64} + 4g$$

$$T = 0,8$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{21} = \frac{1}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{8}}{3}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \approx \frac{1}{3}$$

$$\frac{25600}{256} + \frac{64}{400}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4 \\ 2,7 \\ \times 2,7 \\ \hline 189 \\ + 54 \\ \hline 7,29 \end{array}$$

$$10 \overline{) 28}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 14} \\ 10 \overline{) 14} \\ \hline 40 \\ - 42 \\ \hline 80 \\ - 80 \\ \hline 0 \end{array}$$