

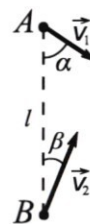
Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Вариант 09-02

Класс 09

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 0,8$ км друг от друга (см. рис.) Скорость корабля $V_1 = 8$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$, угол $\beta = 30^\circ$. Скорость V_2 торпеды такова, что торпеда попадет в цель.



1) Найдите скорость V_2 торпеды.

2) На каком расстоянии S будут находиться корабль и торпеда через $T = 25$ с?

2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол α , $\sin \alpha = 0,6$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом β к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 1,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом β к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите максимальную дальность L стрельбы из такого миномета на горизонтальной поверхности. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. Величина ускорения бруска $a = 2$ м/с². Пластиновый шарик, движущийся по вертикали, падает на брусок и прилипает к нему, а брусок останавливается. Продолжительность полета шарика до соударения $T = 0,2$ с. Начальная скорость шарика нулевая.

1) Найдите скорость V_1 шарика перед соударением.

2) Найдите скорость V_2 бруска перед соударением.

Движение шарика до соударения – свободное падение. Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластины заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два одинаковых шарика движутся по взаимно перпендикулярным прямым и слипаются в результате абсолютно неупругого удара. После слипания скорость шариков $V = 25$ м/с. Скорость одного из шариков перед слипанием $V_1 = 30$ м/с.

1) С какой скоростью V_2 двигался второй шарик перед слипанием?

2) Найдите удельную теплоемкость c материала, из которого изготовлены шарики, если известно, что в результате слипания температура шариков повысилась на $\Delta t = 1,35$ °C. Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

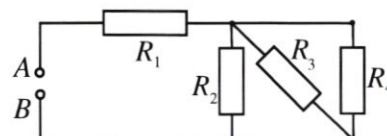
5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 2 \cdot r$,

$R_2 = R_3 = 4 \cdot r$, $R_4 = r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 8$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какая суммарная мощность P будет рассеиваться на резисторах R_2 ,

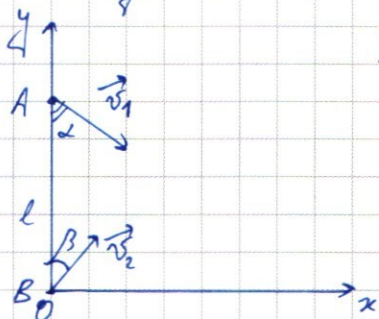
R_3 и R_4 при $r = 6$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Введём систему координат, как показано на рисунке:



Тогда для A:
$$\begin{cases} x_1 = v_1 \sin \alpha t \\ y_1 = l - v_1 \cos \alpha t \end{cases}$$

Для B:
$$\begin{cases} x_2 = v_2 \sin \beta t \\ y_2 = v_2 \cos \beta t \end{cases}$$

При их столкновении $x_1 = x_2$; $y_1 = y_2$:

$$\begin{cases} v_1 \sin \alpha t = v_2 \sin \beta t \\ v_2 \cos \beta t = l - v_1 \cos \alpha t \end{cases} \quad v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ м/с} \approx 13,6 \text{ м/с}$$

Найдём время их столкновения:

$$(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) \cdot t = l; \quad t = \frac{l}{v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha} = \frac{800}{8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{800}{12+4} = 50 \text{ с.}$$

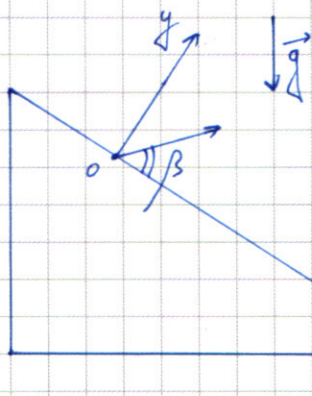
Значит, через $T = 25 \text{ с}$ они ещё не столкнутся.

Тогда,
$$\begin{cases} x_A = v_1 \sin \alpha \cdot T = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 25 = 100\sqrt{3} \text{ м} \\ y_A = l - v_1 \cos \alpha \cdot T = 800 - 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 = 700 \text{ м} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B = v_2 \sin \beta \cdot T = 8\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 = 100\sqrt{3} \text{ м} \\ y_B = v_2 \cos \beta \cdot T = 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 25 = 3 \cdot 100 = 300 \text{ м} \end{cases}$$

Т.к. $x_A = x_B$, то $S = y_A - y_B = 400 \text{ м.}$

Ответ: $v_2 \approx 13,6 \text{ м/с}$; $S = 400 \text{ м.}$



Введем систему координат, как показано на рисунке.

Тогда:
$$\begin{cases} x = v_0 \cos \beta t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} \\ y = v_0 \sin \beta t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = v_0 \cos \beta \cdot t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} \\ 0 = v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} \Rightarrow 2v_0 \sin \beta = g \cos \alpha \cdot t; \quad t = \frac{2v_0 \sin \beta}{g \cos \alpha} \end{cases}$$

$$\frac{dt}{d\beta} = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} = 0 \Rightarrow t \text{ максимально при } \cos \beta = 0; \beta = 90^\circ$$

$$(т.к. \frac{d^2 t}{d\beta^2} = -\frac{2v_0}{g} \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} < 0, \text{ то } t - \text{max})$$

Тогда, $S = v_0 \cdot 0 \cdot t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2}$, $t = \sqrt{\frac{2S}{g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{3600}{6}} = \sqrt{600} = 10\sqrt{6} \text{ с}$

$$v_0 = \frac{g \cos \alpha \cdot t}{2 \cdot \sin \beta} = 5 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \cdot 10\sqrt{6} = 5 \cdot \frac{8}{10} \cdot 10\sqrt{6} = 40\sqrt{6} \text{ м/с.}$$

Известно что L -max на горизонтальной поверхности, когда угол между горизонтальной и $\vec{v}_0$ равен $\gamma = 45^\circ$

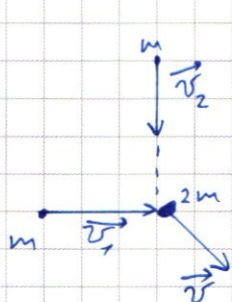
$$\begin{cases} x = v_0 \cos \gamma t \\ y = v_0 \sin \gamma t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \gamma}{g} \end{cases}$$

$$x = L = v_0 \cos \gamma \cdot \frac{2v_0 \sin \gamma}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\gamma}{g} = \frac{1600 \cdot 6 \cdot 1}{10} = 960 \text{ м}$$

Ответ: $\beta = 90^\circ$; $L = 960 \text{ м}$

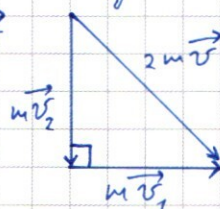
см. следующую страницу

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Закон сохранения импульса:

$$m\vec{v}_2 + m\vec{v}_1 = 2m\vec{v}$$



По т. Пифагора: $m^2 v_2^2 + m^2 v_1'^2 = 4m^2 v^2$; $v_2 = \sqrt{4v^2 - v_1'^2} =$
 $= \sqrt{2500 - 900} = \sqrt{1600} = 40 \text{ м/с}.$

Изменение кинетической энергии системы есть кол-во теплоты, ушедшей на нагрев шариков.

$$\frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{2mv^2}{2} = 2c\Delta t$$

$$c = \frac{m(v_1'^2 + v_2^2 - 2v^2)}{2 \cdot m \cdot \Delta t \cdot 2} = \frac{900 + 1600 - 1250}{1,35 \cdot 4} = \frac{1250}{5,4} = \frac{6250}{2,7} \approx$$

$$\approx 231,4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$$

Ответ: $v_2 = 40 \text{ м/с}$; $c \approx 231,4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$

Схему можно перерисовать следующим образом:

Тогда, $\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega} = \frac{3}{2\Omega}$

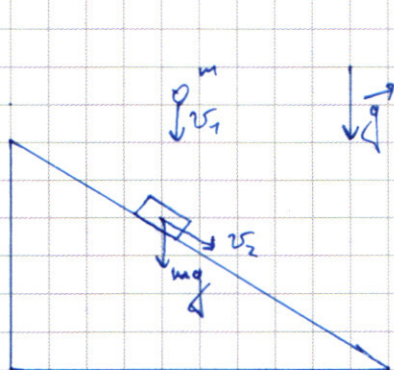
$$R_{AB} = R_1 + R_{234} = 2\Omega + \frac{2\Omega}{3} = \frac{8\Omega}{3}$$

Далее, обозначим мощность рассеивающуюся на резисторах R_2, R_3 и R_4 - P_{234}

$$\text{Тогда, } P_{234} = \frac{U_{234}^2}{R_{234}} = \frac{(U - I_1 R_1)^2}{R_{234}} = \frac{(U - \frac{U}{R_{AB}} \cdot R_1)^2}{R_{234}} =$$

$$= \frac{(8 - \frac{8 \cdot 3}{8 \cdot 6} \cdot 2 \cdot 6)^2}{\frac{2 \cdot 6}{3}} = \frac{2^2}{4} = 1 \text{ Вт.}$$

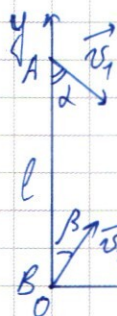
Ответ: $R_{AB} = \frac{8R}{3}$; $P = 1 \text{ Вт.}$



$\sqrt{3}$
Скорость шарика перед соударением, т.к. он свободно падает без начальной скорости, равна $v_1 = g \cdot T = 2 \text{ м/с.}$

Согласно закону сохранения изменения импульса: $\frac{dp}{dt} = F$ (II-й закон Ньютона в импульсной форме)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$A: \begin{cases} x = v_1 \sin \alpha t \\ y = l - v_1 \cos \alpha t \end{cases} \quad B: \begin{cases} x = v_2 \sin \beta t \\ y = v_2 \cos \beta t \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 \sin \alpha t = v_2 \sin \beta t \\ -v_1 \cos \alpha t = v_2 \cos \beta t \end{cases}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3; 8 \cdot 2 = 16; 4 \cdot 3 = 12$$

$$A: \begin{cases} x = v_1 \sin \alpha t \\ y = l - v_1 \cos \alpha t \end{cases} \quad v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta; v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\sqrt{3}} \text{ м/с};$$

$$v_2 \cos \beta t = l - v_1 \cos \alpha t; t = \frac{l}{v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha} = \frac{800}{8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{800}{12 + 4} = \frac{800}{16} = 50 \text{ с};$$

$$\text{Через } T = 25 \text{ с}; \begin{cases} x_A = v_1 \sin \alpha \cdot T = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 = 100 \sqrt{3} \text{ м} \\ y_A = l - v_1 \cos \alpha \cdot T = 800 - 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 = 700 \text{ м} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B = v_2 \sin \beta \cdot T = 8 \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 = 100 \sqrt{3} \text{ м} \\ y_B = v_2 \cos \beta \cdot T = 8 \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 25 = 12 \cdot 25 = 300 \text{ м} \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow S = y_A - y_B = 400 \text{ м.}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,7 \\ 8 \\ \hline 13,6 \end{array}$$

$$\text{Омб.: } v_2 = 8 \sqrt{3} \text{ м/с}; S = 400 \text{ м};$$

$$\begin{aligned} 12 \cdot \sin \alpha &= 0,6; \\ \begin{cases} x = v_0 \cos \beta t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} = S; v_0 = \frac{S - \frac{g \sin \alpha t^2}{2}}{\cos \beta t} \\ y = v_0 \sin \beta t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} = 0 \end{cases} \\ y = 0 &= \frac{g \cos \alpha t^2}{2} - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} = 0 \\ 2 \cdot \frac{g \cos \alpha t^2}{2} &= (g \cos \alpha + g \sin \alpha) t^2 \end{aligned}$$

$$t^2 = \frac{2 \lg \beta \cdot s}{g (\lg \beta \sin \alpha + \cos \alpha)} ; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{s}{\lg \beta} \right) = \frac{1}{\lg \beta}$$

$$t^2 = \frac{2s}{g} \cdot \frac{1}{\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\lg \beta}} ;$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{s}{\sin \alpha} \right) = \frac{1}{\cos \alpha} ; \quad \left(\frac{s}{g} \right)' = \frac{s'g - fs'g'}{g^2}$$

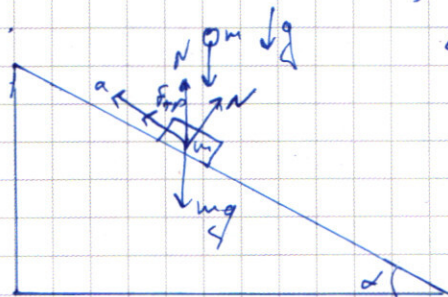
$$\frac{2s}{g} \cdot \left(\frac{\lg \beta}{\lg \beta \sin \alpha + \cos \alpha} \right)' = \frac{2s}{g} \cdot \frac{\frac{1}{\cos^2 \beta} (\lg \beta \sin \alpha + \cos \alpha) - \lg \beta \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{\cos^2 \beta} + 0 \right)}{\lg^2 \beta \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \lg \beta \sin \alpha \cos \alpha} ;$$

$$= \frac{\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos^3 \beta} + \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \beta} - \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos^3 \beta}}{\frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} + \cos^2 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \beta}} \cdot \frac{2s}{g} = 0 ;$$

$$\frac{\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta \cdot 2s}{g(\dots)} = 0 ; \quad \cos^2 \beta = 0 ; \quad \cos \beta = 0 ; \quad \beta = 90^\circ$$

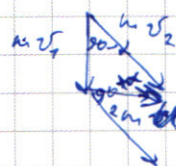
$$\frac{dt^2}{ds^2} = 0$$

3.



$$v_1 = g \cdot T = 9.8 \cdot 0.2 = 2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_0 - at$$



$$\frac{dp}{dt} = F$$

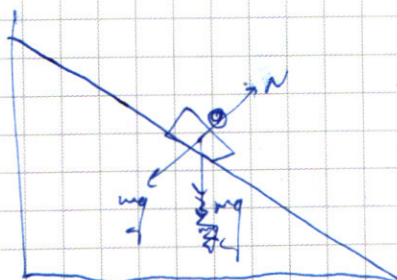
$$m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2 = 2m \vec{v}$$

$$180^\circ - (90^\circ + \alpha) = 90^\circ - \alpha$$

$$ma = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha ;$$

$$\mu = \frac{\alpha + g \sin \alpha}{g \cos \alpha} = \frac{\alpha}{g \cos \alpha} + \tan \alpha ;$$

$$\frac{dp}{dt} = F = 2ma ;$$



$$N = 2mg \cos \alpha$$

$$\left(\frac{\alpha}{g \cos \alpha} + \tan \alpha \right) 2mg \cos \alpha = 2mg \sin \alpha ;$$

$$\Delta p = m^2 v_2^2 + m^2 v_1^2 - 2m^2 v_1 v_2 \sin \alpha$$

$$\Delta p = m \sqrt{v_2^2 + v_1^2 - 2v_1 v_2 \sin \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Diagram showing velocity vectors $\vec{v}_1$ and $\vec{v}_2$ and their resultant $2m\vec{v}$. The resultant is perpendicular to $\vec{v}_1$.

$$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{v}$$

$$m^2 v_1^2 + m^2 v_2^2 = 4m^2 v^2$$

$$v_2^2 = 4v^2 - v_1^2 = 2500 - 900 = 1600 \text{ м}^2/\text{с}^2$$

$$v_2 = 40 \text{ м/с}$$

Calculations for energy and momentum:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{2mv^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = 2m\alpha t; \quad c = \frac{v(900 + 1600 - 625)}{2m\alpha t} = \frac{18750}{54} = 347,4 \text{ м/с}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{(8 - 0,5 \cdot 2 \cdot 6)^2}{24} = \frac{25}{24} = \frac{1}{6} \text{ Вт}$$

$$P_3 = \frac{U_3^2}{R_3} = \frac{1}{6} \text{ Вт}; \quad P_4 = \frac{U_4^2}{R_4} = \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \text{ Вт}; \Rightarrow P_{\Sigma} = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \text{ Вт}$$

Final result: $\frac{1}{3} = 1$

$$\begin{cases} S = v_0 \cos \beta t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} \\ 0 = v_0 \sin \beta t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} \end{cases} ; 2v_0 \sin \beta = g \cos \alpha \cdot t ; t = \frac{2v_0 \sin \beta}{g \cos \alpha} ;$$

~~$$t' = 0 \rightarrow \frac{2v_0 \cos \beta}{\cos \alpha} ; \cos \beta = 0 \rightarrow \beta = 90^\circ \text{ и } t'' = \dots$$~~

$$\frac{dt}{d\beta} = \frac{2v_0 \cos \beta}{g \cos \alpha} = 0 ; \cos \beta = 0 \rightarrow \beta = 90^\circ \text{ т.к. } \frac{d^2 t}{d\beta^2} = -\frac{2v_0 \sin \beta}{\cos \alpha} < 0$$

~~$$S = v_0 \cdot 0 \cdot t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2} ; t = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{3600}{6}} = \sqrt{600} =$$~~
~~$$= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13} = 2 \cdot \sqrt{130}$$~~

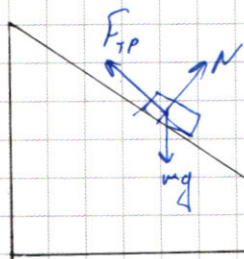
~~$$\angle - \text{max} \text{ выш } \beta = 45^\circ ; \begin{cases} x = v_0 \cos \beta t \\ y = v_0 \sin \beta t - \frac{g t^2}{2} \end{cases}$$~~

~~$$x = L = v_0 \cos \beta \cdot t = \frac{2v_0 \sin \beta}{g} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{130} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{10} =$$~~
~~$$= \frac{2 \cdot 4 \cdot 130 \cdot 2}{2 \cdot 10} = \frac{4 \cdot 13 \cdot 2}{2} = 4 \cdot 13 = 52 \text{ м}$$~~

~~$$t = \sqrt{\frac{25}{g \sin \alpha}} ; z = 2 \sqrt{130} ; v_0 = \frac{g \cos \alpha \cdot t}{2 \cdot \sin \beta} =$$~~

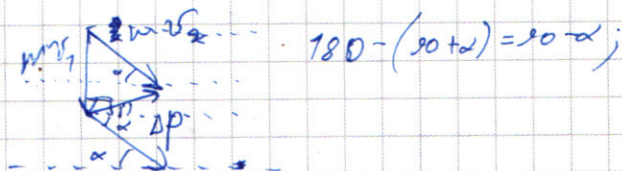
$$\begin{array}{r} 600 \overline{) 12} \\ 300 \overline{) 30} \\ 150 \overline{) 2} \\ 25 \overline{) 5} \\ 15 \overline{) 5} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad \sqrt{600} = 10\sqrt{6}$$

$$40\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2 \cdot 10\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{10}$$



$$N = mg \cos \alpha ; m a = \mu m g \cos \alpha - m g \sin \alpha ;$$

$$\mu = \frac{\alpha + g \sin \alpha}{g \cos \alpha}$$



$$v^2 = m^2 v_1^2 + m^2 v_2^2 - 2 m^2 v_1 v_2 \sin \alpha \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2 \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \sin \alpha}} \cdot m^2 =$$

$$= m \quad m v_1 + m v_2 = 2 m$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)