

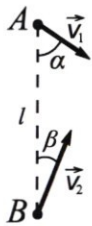
Олимпиада «Физтех» по физике, 9 класс

Вариант 09-01

Класс 09

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без в

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.



1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?

2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

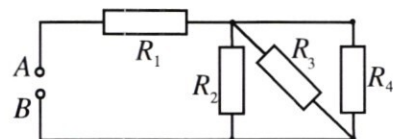
2) На сколько Δt ($^\circ\text{C}$) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг $\cdot^\circ\text{C}$). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Дано:

$$l = 1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$V_1 = 10 \text{ м/с}$$

$$V_2 = 20 \text{ м/с}$$

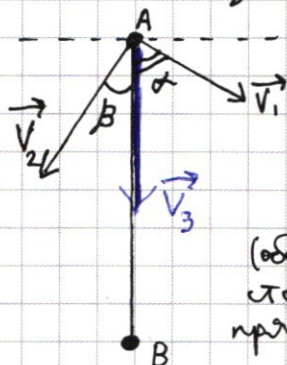
$$\alpha = 60^\circ$$

1) $\sin \beta = ?$

2) $T = ? (S = 770 \text{ м})$

Решение:

Перейдем в систему отсчета, связанную с торпедой:



Для того, чтобы корабль А попал в торпеду В, необходимо, чтобы его суммарный вектор скорости (обозначим его $\vec{V}_3$) был направлен в сторону торпеды В, т.е. параллелен прямой АВ.

1) Это условие выполняется, если проекции скоростей $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ на прямую а ($a \perp AB$) будут равны.

Получаем:

$$V_2 \cdot \sin \beta = V_1 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \beta = \frac{V_1 \cdot \sin \alpha}{V_2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,425.$$

2) Модуль скорости V_3 будет складываться из проекции скоростей $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ на АВ: $V_3 = V_2 \cdot \cos \beta + V_1 \cdot \cos \alpha =$
 $= V_2 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + V_1 \cdot \cos \alpha \approx 20 \cdot 0,9 + 10 \cdot 0,5 = 23 \text{ м/с}$

Расстояние между кораблем и торпедой равно 770 м ,

тогда корабль проплыл $\Delta X = l - S = 1000 - 770 = 230 \text{ м}$.

$$\text{Тогда } T = \frac{\Delta X}{V_3} = \frac{230}{23} = 10 \text{ с}.$$

Ответ: 1) $\sin \beta \approx 0,425$ 2) $T \approx 10 \text{ с}$.

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

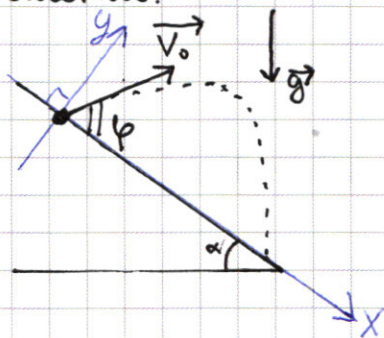
$$S = 0,8 \text{ км.}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

1) φ - ?

2) V_0 - ?

Решение:



Введем прямоугольную систему координат с центром в точке старта. Ось Ox направлена вниз вдоль склона, ось Oy перпендикулярна ей.

1) Время полета будет максимальным, если максимальная высота, которой достигнет мишень. Значит, выстрел был произведен под углом $\varphi = 90^\circ$ к пов-ти склона.

2) Вдоль оси Ox мишень будет двигаться равноускоренно с ускорением $g \cdot \sin \alpha$, а вдоль оси Oy - равнозамедленно с ускорением $g \cdot \cos \alpha$.

Пусть продолжительность полета миши - T .

$$\text{Тогда: } \begin{cases} V_0 \cos \varphi \cdot T + \frac{g \sin \alpha \cdot T^2}{2} = S & (1) \\ V_0 \cdot \sin \varphi \cdot T - \frac{g \cos \alpha \cdot T^2}{2} = 0 & (2) \end{cases}$$

Учитывая $\cos \varphi = 0$, из (1) найдем:

$$\frac{g \cdot \sin \alpha \cdot T^2}{2} = S \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{g \cdot \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{1,6}{10 \cdot 0,5}} \approx 0,57 \text{ с.}$$

Из (2), учитывая $\sin \varphi = 1$, найдем:

$$V_0 \cdot \sin \varphi = \frac{g \cdot \cos \alpha \cdot T}{2}; \quad V_0 = \frac{g \cdot \cos \alpha \cdot T}{2 \cdot \sin \varphi} = \frac{10 \cdot \sqrt{3} \cdot 0,57}{4} \approx 2,4 \text{ м/с.}$$

Ответ: 1) $\varphi = 90^\circ$; 2) $V_0 \approx 2,4 \text{ м/с}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$V_0 = 1 \text{ м/с}$$

$$V_{01} = 0$$

$$m_0 = m_{\text{ш}}$$

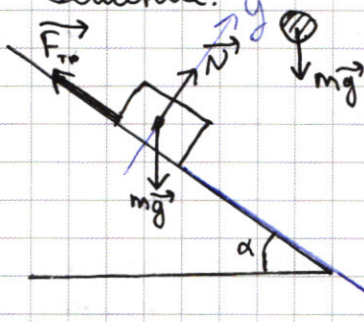
$$h = 0,8 \text{ м}$$

$$V_{\text{ш}0} = 0$$

1) V_2 - ?

2) a - ?

Решение: №3.



Введём систему координат так, как показано на рисунке: начало координат находится в центре бруска, ось x направлена вниз вдоль наклонной плоскости, ось y перпендикулярна ей.

Составим ур-ния второго закона Ньютона для бруска:

(m - массы шарика и бруска, μ - коэффициент трения бруска о плоскость, α - угол наклона плоскости).

$$\begin{cases} N - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha \\ mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = -ma \end{cases}$$

Учитывая, что $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, получим:

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = -ma \quad | : m$$

$$g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = -a \quad ; \quad \underline{g \sin \alpha = \mu g \cos \alpha - a}$$

1) Шарик падает с высоты h с нулевой начальной скоростью и ускорением g . Уравнение движения шарика:

$$\frac{gT^2}{2} = h \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = \sqrt{0,16} = 0,4 \text{ с}$$

$$V_2 = gT = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $V_2 = 4 \text{ м/с}$.

Дано:

$$C = 130 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$v_1 = 60 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 80 \text{ м/с}$$

$$m_1 = m_2$$

$$\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$$

1) V - ?

2) Δt - ?

Решение:

1) Пусть масса каждого шарика - m . Применим для шариков закон сохранения импульса:

$$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{v} \quad | : m \quad (m \neq 0).$$

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 2\vec{v}; \quad v = \frac{|\vec{v}_1 + \vec{v}_2|}{2}$$

Поскольку $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$, то $|\vec{v}_1 + \vec{v}_2|$ найдем по теореме

Пифагора: $|\vec{v}_1 + \vec{v}_2| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100.$

Тогда $V = \frac{100}{2} = 50 \text{ м/с}.$

2) Применим закон сохранения энергии для шаров (их потенциальная энергия не изменилась после столкновения):

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + Q.$$

Выделившаяся энергия Q пойдет на нагревание шаров:

$$Q = c \cdot 2m \cdot \Delta t.$$

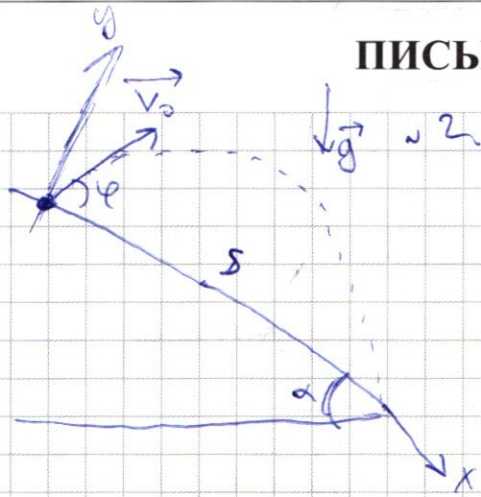
Найдем: $\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = mv^2 + 2cm \cdot \Delta t \quad | : m.$

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} = v^2 + 2c \Delta t;$$

$$\Delta t = \frac{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2} - v^2}{2c} = \frac{\frac{3600 + 6400}{2} - 2500}{2 \cdot 130} = \frac{2500}{260} \approx 9,6^\circ\text{C}.$$

Ответ: 1) $V = 50 \text{ м/с}$; 2) $\Delta t = 9,6^\circ\text{C}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



прямую систему
введём систему отсчёта

координат с центром в точке старта,
ось x направлена вниз вдоль склона,
ось y - перпендикулярна ей.

Вдоль оси OX миномёт будет двигаться равноус-
коренно с ускорением $g \cdot \sin \alpha$, а вдоль оси Oy -
равнозамедленно с ускорением $g \cdot \cos \alpha$.

Пусть продолжительность полёта миномёта - T.

Тогда:

$$\begin{cases} V_0 \cdot \cos \varphi \cdot T + \frac{g \sin \alpha \cdot T^2}{2} = S \\ V_0 \cdot \sin \varphi \cdot T - \frac{g \cos \alpha \cdot T^2}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 0,56 \\ 0,56 \\ \hline 336 \\ 80 \\ \hline 3136 \\ 1,4 \\ \hline 399 \\ 57 \\ \hline 959 \\ 16 \\ \hline 1516 \end{array}$$

$$\begin{aligned} V_0 \sin \varphi \cdot T &= \frac{g \cos \alpha \cdot T^2}{2} \\ V_0 \cos \varphi \cdot T &= S - \frac{g \sin \alpha \cdot T^2}{2} \\ V_0 \sin \varphi \cdot T &= \frac{g \cos \alpha \cdot T^2}{2} \\ V_0 \cos \varphi \cdot T &= 0,8 - \frac{g \cdot T^2}{4} \\ V_0 \sin \varphi \cdot T &= \frac{g \cdot T^2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_0 \sin \varphi &= g \cdot T \\ T &= \frac{V_0 \sin \varphi}{g} \end{aligned}$$

(*) Время полёта будет максимальным, если
максимальная высота, которой достигнет миномёт, будет минимальной.
Значит выстрел был произведён под углом $\varphi < 90^\circ$ к наклону склона.

$$V_0 \sin \varphi = \frac{g \cos \alpha \cdot T}{2}$$

$$V_0 = \frac{g \cos \alpha \cdot T}{2 \cdot \sin \varphi}$$

$$\frac{g \cos \alpha \cdot T}{2 \cdot \sin \varphi} \cdot \cos \varphi = 0,8 - \frac{g \cdot T^2}{4}$$

$$T = \sqrt{\frac{2S}{g \cdot \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{1,6}{10 \cdot 0,5}} \approx 0,57$$

Дано:

$$R_1 = 3 \cdot r$$

$$R_2 = R_3 = 2r$$

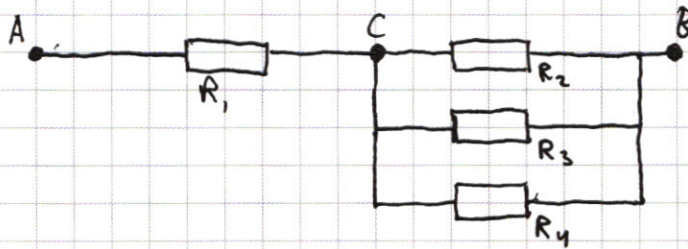
$$R_4 = 4 \cdot r$$

$$U_{AB} = 38 \text{ В}$$

№ 5.

Решение:

Данная в задаче схема эквивалентна следующей:



1) $R_{AB} = ?$

2) $I = ?$ ($r = 10 \text{ Ом}$)

1) Резисторы R_2, R_3 и R_4 подключены параллельно, а резистор R_1 включён в цепь последовательно:

$$R_{AB} = R_1 + R_{234} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

Подставляем данные в задаче значения:

$$R_{AB} = 3r + \frac{2r \cdot 2r \cdot 4r}{2r + 2r + 4r} = 3r + \frac{16r^3}{8r} = 2r^2 + 3r = r(2r + 3)$$

2) По закону Ома суммарная сила тока между A и B будет равна: $I_{AB} = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{38}{r(2r + 3)}$

Т.к. резистор R_1 подключён к цепи последовательно, то сила тока I_1 на нём равна силе тока всей цепи:

$$I_1 = I_{AB} = \frac{38}{r(2r + 3)}$$

По закону Ома напряжение U_{AC} между точками A и C равно: $U_{AC} = I_1 \cdot R_1 = \frac{38}{r(2r + 3)} \cdot 3r = \frac{114}{2r + 3}$

Тогда напряжение U_{BC} между точками B и C равно:

$$U_{BC} = U_{AB} - U_{AC} = 38 - \frac{114}{2r + 3} = \frac{76r + 114 - 114}{2r + 3} = \frac{76r}{2r + 3}$$

Такое же напряжение будет на R_4 .

По закону Ома для R_4 :

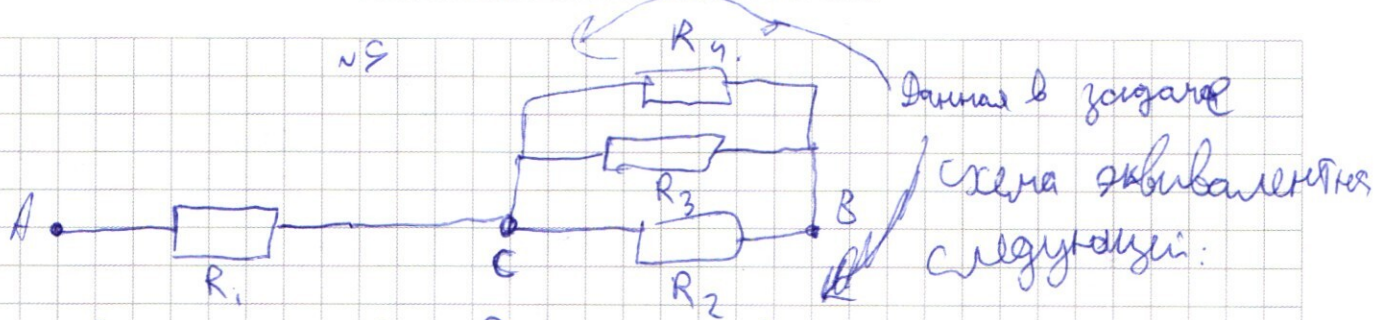
$$I = \frac{U_{BC}}{R_4} = \frac{76r}{(2r + 3) \cdot 4r} = \frac{19}{2r + 3}$$

Подставляем численные значения ($r = 10 \text{ Ом}$):

$$I = \frac{19}{23} \approx 0,826 \text{ А}$$

Ответ: 1) $R_{AB} = r(2r + 3)$; 2) $I \approx 0,826 \text{ А}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$R_1 = 3r$ $R_2 = R_3 = 2r$ $R_4 = 4r$
 $U = 38 \text{ В}$

1. $R_{AB} = R_1 + R_{234} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$

(Handwritten notes: R_2, R_3, R_4 соединены параллельно; R_1 послед. (connected in parallel; R_1 series))

Подставим числ. знач.:

$$R_{AB} = 3r + \frac{2r \cdot 2r \cdot 4r}{2r + 2r + 4r} = 3r + \frac{16r^3}{8r} = 3r + 2r = 5r$$

2. По закону Ома сила тока в суммарной цепи
 тока между A и B будет равна: $I_{AB} = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{38}{5r}$

при $r = 10 \text{ Ом}$: $I_{AB} = \frac{38}{5 \cdot 10} = \frac{38}{50} = 0,76 \text{ А}$

т.к. резистор R_1 соединен последовательно,
 то напряжение U , на нем равно
 напряжению U цепи: $U_1 = U = 38 \text{ В}$

По закону Ома сила тока на R_1 , I_1 , будет равна:

$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{38}{3r}$

Тогда сила тока между точками B и C I_{BC} равна:
 т.к. резистор R_1 соединен к цепи последовательно, то
 напряжение сила тока I_1 , на нем равна силе тока I_{AB} всей цепи:

$$I_1 = I_{AB} = \frac{38}{5r}$$

По закону Ома напряжение между точками A и C равно: $U_{AC} = I_1 \cdot R_1 = \frac{38}{r(2r+3)} \cdot 3r = \frac{114}{2r+3}$

Тогда напряжение U_{BC} между точками B и C равно:

$$U_{BC} = U_{AB} - U_{AC} = 38 - \frac{114}{2r+3} = \frac{76r + 114 - 114}{2r+3} = \frac{76r}{2r+3}$$

Такое же напряжение будет на R_4 .

По закону Ома для R_4 : $I = \frac{U_{BC}}{R_4} = \frac{76r}{(2r+3) \cdot 4r} = \frac{19}{2r+3}$

Подставив числ. знач. ($r=10 \text{ Ом}$).

$$I = \frac{19}{23} \approx 0,826 \text{ А.}$$

Ответ: 1) $R_{AB} = r(2r+3) = 2r^2 + 3r$.

2) $I \approx 0,826 \text{ А.}$

$$\begin{array}{r} 190 \quad | \quad 23 \\ 184 \\ \hline 60 \\ -46 \\ \hline 140 \\ -138 \\ \hline 2 \end{array}$$

Дано:
 $c = 130 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $V_1 = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $V_2 = 80 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $m_1 = m_2$
 $\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$
 1) $V = ?$
 2) $\Delta t = ?$

Решение:

1) Применим Пусть масса каждого шарика - m .
 Применим для шариков закон сохранения

импульса: $m\vec{V}_1 + m\vec{V}_2 = 2m\vec{V}$ $|\div m (m \neq 0)$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 2\vec{V}; \quad V = \frac{|\vec{V}_1 + \vec{V}_2|}{2}$$

Поскольку $\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$, то $|\vec{V}_1 + \vec{V}_2|$ найдём по теореме

Пифагора: $|\vec{V}_1 + \vec{V}_2| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100$

$$\text{Тогда } V = \frac{100}{2} = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Применим закон сохранения энергии для шаров

(так как потенциальная энергия не изменяется после столкновения);

$$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = \frac{2mV^2}{2} + Q$$

Выделившаяся энергия Q пойдёт на нагревание шаров: $Q = c \cdot 2m \cdot \Delta t$

Получаем: $\frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = mV^2 + 2cm\Delta t$ $|\div m$

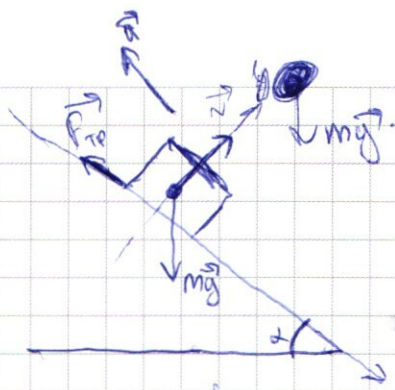
$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} = V^2 + 2c\Delta t; \quad \Delta t = \frac{\frac{V_1^2 + V_2^2}{2} - V^2}{2c}$$

$$= \frac{3600 + 6400}{2} - 2500 = \frac{7500}{2} - 2500 = 2500$$

☒ черновик ☐ чистовик
 (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
 (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№3

Решение:

Введём систему координат так, как показано на рисунке: начало координат находится в центре бруска, ось x направлена вниз вдоль наклонной плоскости, ось y перпендикулярна ей.

Составим ур-ние второго закона Ньютона для бруска (m - масса шарика и бруска, μ - коэффициент трения бруска о поверхность):

$$\begin{cases} N - mg \cos \alpha - \mu g \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha. \\ mg \sin \alpha - F_{тр} = -ma; \end{cases}$$

Учитывая, что $F_{тр} = \mu N = \mu \cdot mg \cos \alpha$:

$$mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha - ma : m.$$

$$g \sin \alpha = \mu g \cos \alpha - a.$$

1) Шарик падает с высоты h с нулевой начальной скоростью и ускорением g . Уравнение движения бруска:

$$\frac{gt^2}{2} = h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = \sqrt{0,16} = 0,4 \text{ с}$$

Скорость v_2 шарика перед соударением равна:

$$v_2 = gt = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ м/с}.$$

2) Применим закон сохранения импульса для шарика и бруска в проекции на ось x :

$$mv_2 + m \cdot 0 = m \cdot v_2'$$

Дано:

$$l = 1000 \text{ м.}$$

$$v_1 = 10 \text{ м/с.}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v_2 = 20 \text{ м/с.}$$

~~Сколько~~

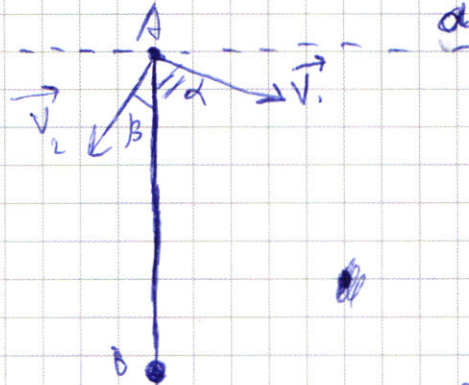
$$\sin \beta = ?$$

$$T = ? (s = 770 \text{ м})$$

Решение: ~1.



Перейдем в систему отсчета, связанную с Торпедой.



Для того, чтобы корабль А попал в торпеду В, необходимо, чтобы его суммарный вектор скорости (обозначим его $\vec{v}_3$) был направлен в сторону торпеды В, т.е. находился на прямой АВ.

1) Это условие выполняется, если проекции скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ на прямую a ($a \perp AB$) будут равны. Получаем: $v_2 \cdot \sin \beta = v_1 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \beta = \frac{v_1 \cdot \sin \alpha}{v_2} = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx \frac{1.7}{4} \approx 0.425$.

Модуль

2) Скорости v_3 будет складываться из проекции скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ на АВ:

$$v_3 = v_2 \cdot \cos \beta + v_1 \cdot \cos \alpha = v_2 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + v_1 \cdot \cos \alpha = 20 \cdot 0.9 + 10 \cdot 0.5 = 23 \text{ м/с}$$

Расстояние между кораблем и торпедой равно 770 м $\Rightarrow$ корабль

$$\text{проникнет } \Delta x = l - s = 1000 - 770 = 230 \text{ м}$$

$$\text{Тогда } T = \frac{\Delta x}{v_3} = \frac{230}{23} = 10 \text{ с}$$

Ответ: 1) $\sin \beta \approx 0.425$; 2) $T = 10 \text{ с}$.

$$\begin{array}{r} 1.717 \\ -1.610 \\ \hline 0.107 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -8 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.425 \\ 0.425 \\ \hline 2125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2125 \\ +8750 \\ \hline 10875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10875 \\ -10000 \\ \hline 875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 875 \\ -80625 \\ \hline 6875 \end{array}$$