

Олимпиада «Физтех» по физике, фс

Класс 09

Вариант 09-03

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без влс

1. Однородное колесо радиуса $R = 0,5$ м катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности и за время $T = 1,57$ с совершает один оборот. Точки А и В лежат на ободе колеса, АВ – диаметр колеса.

1) С какой скоростью V_0 движется ось колеса?

2) С какой скоростью V_A движется точка А на ободе колеса, если точка В движется со скоростью $V_B = 2$ м/с?

Все скорости измерены в лабораторной системе отсчета. Ось колеса движется равномерно.

2. Мяч, отбитый теннисистом на высоте $h = 0,5$ м, поднимается на максимальную высоту $H = 3$ м и за оставшееся время полета перемещается по горизонтали на $S = 12$ м.

1) Через какое время T после удара мяч поднимется на максимальную высоту?

2) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

3. Чтобы спускать брусок равномерно по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, следует приложить силу F_1 , направленную вверх вдоль наклонной плоскости, а чтобы равномерно втаскивать брусок вверх, следует приложить такую же по направлению силу F_2 .

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения бруска по плоскости, если $F_2 = 2 \cdot F_1$.

2) Какую по величине V_0 скорость, направленную вверх вдоль наклонной плоскости, следует сообщить бруску, чтобы он остановился на расстоянии $S = 1,35$ м от точки старта? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Две шайбы, скорости которых $V_1 = 2$ м/с и $V_3 = 3$ м/с, движутся навстречу друг другу по гладкой горизонтальной плоскости и испытывают абсолютно упругий центральный удар. Массы шайб $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,2$ кг.

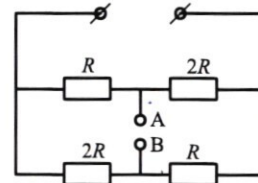
1) Найдите максимальную энергию E деформации шайб в процессе соударения.

2) Через какое время T после соударения расстояние между шайбами будет равно $L = 2$ м?

5. Электрическая цепь состоит из идеального источника постоянного напряжения и четырех резисторов (см. схему на рис.). Если к клеммам А и В подключить идеальный вольтметр, то он покажет напряжение $U = 4$ В. Если вольтметр заменить идеальным амперметром, он покажет силу тока $I = 30$ мА.

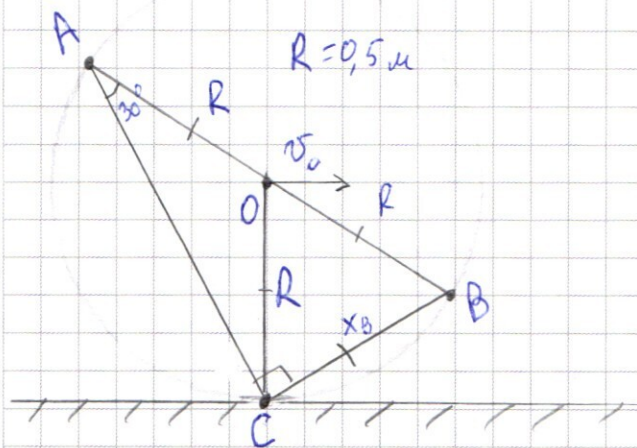
1) Найдите напряжение U_0 источника.

2) Какая мощность P будет рассеиваться в цепи при включенном вольтметре?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



$$T = 1,54 \text{ c}$$

$$v_B = 2 \text{ м/с}$$

Найти:

$$v_0 = ?$$

$$v_A = ?$$

Решение:

$$1) T = \frac{2\pi R}{v_0}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \text{ м}}{1,54 \text{ c}} =$$

$$= \underline{2 \text{ м/с}}$$

2) Т.к. скорость любой точки на ободе равна $v = v_0 \frac{x}{R}$, где x — длина отрезка, соединяющего искомую точку с точкой касания колеса и земли.

$$v_B = v_0 \frac{x_B}{R} = v_0$$

$$\Rightarrow x_B = R$$

Рассмотрим $\triangle ABC$:

$$AB = 2R \text{ (по усл.)}$$

$$CO = R \text{ (по постр.)}$$

$$AO = OB = R \text{ (по усл.)}$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ — прямоугольный (медиана к гипотенузе равна половине гипотенузы)
 AB равна $AB:2$
 Причём $\angle ABC = 60^\circ$ ($\triangle BOC$ — равносторонний)

✓1 (продолжение):

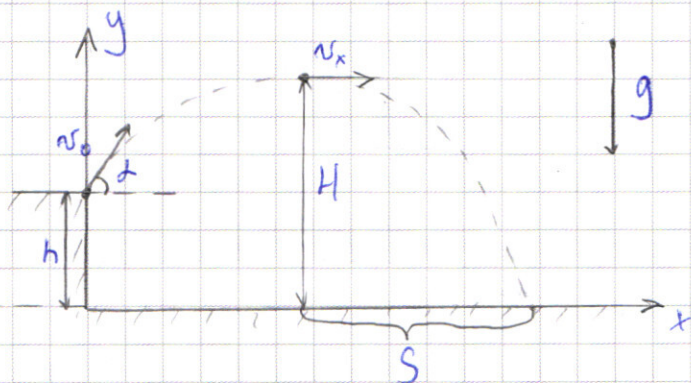
$$\Rightarrow AC = AB \cos 30^\circ = \frac{2R \cdot \sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow v_A = \frac{AC}{R} v_0 = \frac{R\sqrt{3}}{R} v_0 = v_0\sqrt{3}$$

$$v_A = 2\sqrt{3} \text{ м/с} \approx 3,4 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_0 = 2 \text{ м/с}$; $v_A = 3,4 \text{ м/с}$

✓2.



$$h = 0,5 \text{ м}$$

$$H = 3 \text{ м}$$

$$S = 12 \text{ м}$$

Найти:

$$T = ?$$

$$v_0 = ?$$

Решение:

$$1) \begin{cases} x = v_0(\cos \alpha) \cdot t \\ y = t \cdot v_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

В момент, когда мяч находится на макс. высоте:

$$\begin{cases} y = T v_0 \sin \alpha - \frac{gT^2}{2} \\ v_0 \sin \alpha = gT \end{cases} \Rightarrow \Delta y = \frac{gT^2}{2}$$

$$H - h = \frac{gT^2}{2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ с} \approx$$

$$\approx \frac{1}{1,41} \text{ с} = \frac{100}{141} \text{ с} \approx \underline{0,705 \text{ с}}$$

2) Рассмотрим промежуток времени от момента T до момента t_0 (t_0 - полное время полёта мяча).
В момент t_0 :

$$\begin{cases} S = v_0(\cos \alpha) \cdot (t_0 - T) \\ H = \frac{g(t_0 - T)^2}{2} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 2 (продолжение):

$$\begin{cases} S = v_0 \cos \alpha (t_0 - T) \\ H = \frac{g(t_0 - T)^2}{2} \end{cases}$$

$$(t_0 - T) = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{\sqrt{2H}}{\sqrt{g}}$$

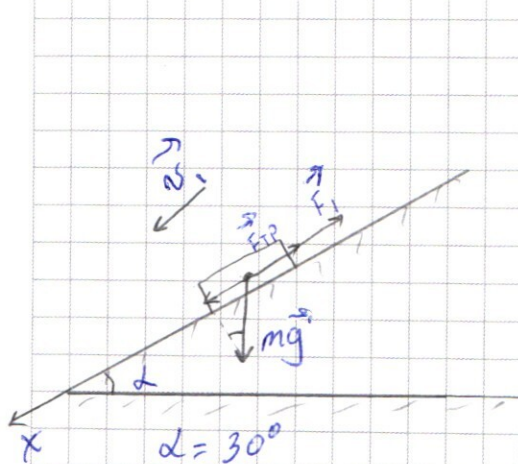
$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{2H} \cdot v_0 \cos \alpha}{\sqrt{g}}$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{S \sqrt{2Hg}}{2H} = \frac{12 \text{ м} \sqrt{2 \cdot 3 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/с}^2}}{2 \cdot 3 \text{ м}} = 4 \sqrt{25} \text{ м/с}$$

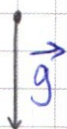
$$v_0 \sin \alpha = gT = 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,405 \text{ с} = 4,05 \text{ м/с}$$

$$v_0 = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{240 + 49,4025} \text{ м/с} = \sqrt{289,4025} \text{ м/с} \approx 17 \text{ м/с}$$

Ответ: $T = 0,405 \text{ с}$; $v_0 = 17 \text{ м/с}$



№3.



Найти:

$\mu = ?$

$v_0 = ?$

Решение:

1) Рассмотрим спуск бруска:

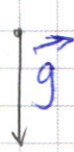
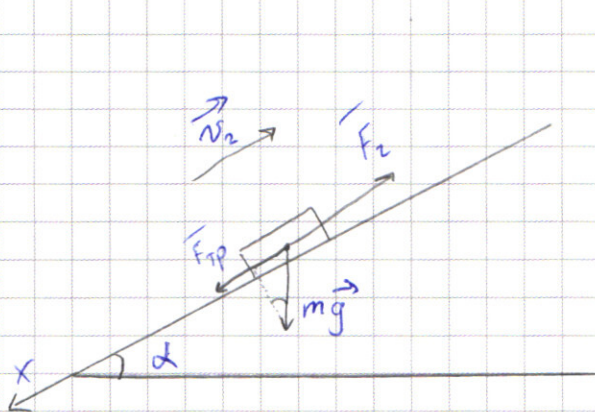
$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_i = m\vec{a}, \quad m - \text{масса бруска}$$

$$Ox: mg \sin \alpha - \mu N - F_i = 0 \quad \text{по укл, } a = 0$$

№3 (продолжение)

$$\Rightarrow mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + F_1$$

Рассмотрим подъем бруска:



$$\vec{mg} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_2 = m\vec{a}_2$$

по оси $a_2 = 0$

$$Ox: mg \sin \alpha + \mu N - F_2 = 0$$

$$mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = F_2$$

Ищем еще-еще:

$$\begin{cases} mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + F_1 & (1) \\ mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = F_2 & (2) \\ F_2 = 2F_1 \end{cases}$$

$$(2): mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = F_2$$

$$mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = 2F_1$$

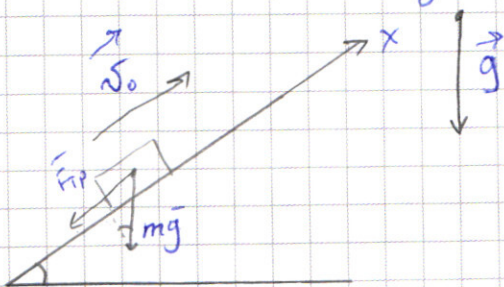
$$(1): F_1 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$(2): mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = 2mg \sin \alpha - 2\mu mg \cos \alpha$$

$$3\mu \cos \alpha = \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{\tan \alpha}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{9} \approx \frac{1,7}{9} \approx \underline{\underline{0,19}}$$

2) Рассмотрим движение бруска:



$$\vec{mg} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_0$$

$$Ox: -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_0$$

$$a_0 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$Ox: \begin{cases} S = v_0 t - \frac{|a_0| t^2}{2} \\ v_0 = |a_0| t \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$$\Rightarrow t = \frac{v_0}{|a_0|}$$

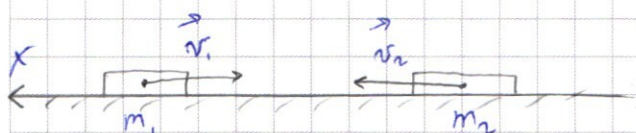
$$S = v_0 \cdot \frac{v_0}{|a_0|} - \frac{|a_0|}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a_0^2} = \frac{v_0^2}{2|a_0|}$$

$$\Rightarrow \underline{v_0 = \sqrt{2S|a_0|}} = \sqrt{2Sg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \sqrt{2 \cdot 1,35 \cdot 10 \text{ м/с}^2 (0,5 + 0,19 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})} \approx$$

$$\approx \sqrt{24(0,5 + \frac{0,19 \cdot 1,7}{2})} \text{ м/с} \approx \underline{2,1 \text{ м/с}}$$

Ответ: $\mu = 0,19$, $v_0 = 2,1 \text{ м/с}$

№4.



Решение:

1) Т.к. удар абсолютно упругий, вся кинетическая энергия

$$m_1 = 0,3 \text{ кг} \quad L = 2 \text{ м}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ кг}$$

$$v_1 = 2 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 3 \text{ м/с}$$

Найти:

$$E = ?, \quad T = ?$$

шайб до удара перешла сначала в энергию деформации, а затем снова в кинетическую.

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad E_{k1} - \text{кинетическая энергия 1-ой шайбы}$$

до удара

$$E_{k1} = \frac{0,3 \text{ кг} \cdot 4 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 0,6 \text{ Дж}$$

$$E_{k2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}, \quad E_{k2} - \text{кинетическая энергия 2-ой шайбы}$$

№4 (продолжение)

$$E_{k2} = \frac{0,2 \text{ кг} \cdot 9 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 0,9 \text{ Дж}$$

$$E = E_{k1} + E_{k2} = 0,6 \text{ Дж} + 0,9 \text{ Дж} = \underline{1,5 \text{ Дж}}$$

2) Перейдём в систему отсчёта, связанную с 1-ой шайбой. Скорость 2-ой шайбы относительно 1-ой до удара (v_{21}):

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\text{Отсюда: } v_{21} = v_2 + v_1 = 5 \text{ м/с}$$

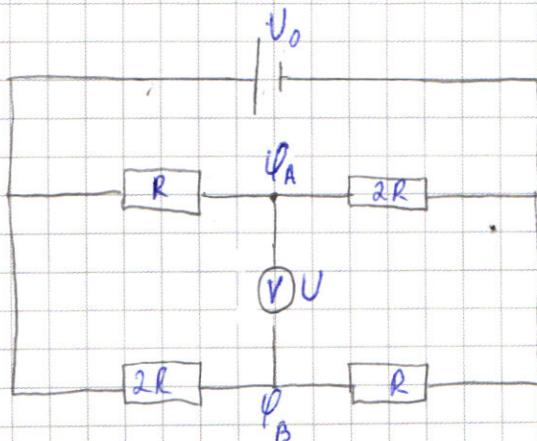
Т.к. удар был абсолютно упругим, скорость 2-ой шайбы относительно 1-ой не изменилась

$$\Rightarrow L = v_{21} t$$

$$t = \frac{L}{v_{21}} = \frac{2 \text{ м}}{5 \text{ м/с}} = \underline{0,4 \text{ с}}$$

Ответ: $E = 1,5 \text{ Дж}$; $t = 0,4 \text{ с}$

№5,



$$I = 30 \text{ мА}, U = 4 \text{ В}$$

Найти:

$$U_0 = ?$$

$$R = ?$$

Решение:

1) Подключим к клеммам А и В идеальный вольтметр, который покажет,

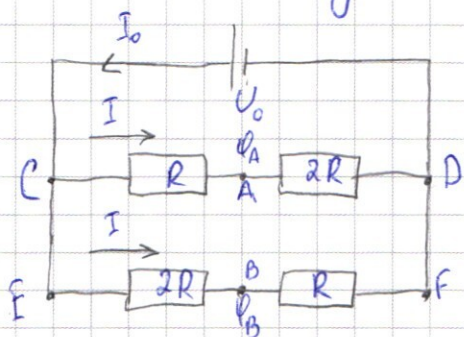
что разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B = 4 \text{ В}$

Заметим, что при подключении идеального вольтметра, ток через АВ не течёт.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 (продолжение)

Т.е. схему можно упростить:



Заметим, что в таком случае токи через CD и EF равны, т.к. $R_{CD} = R_{EF} = 3R$

$$\begin{cases} U_{AC} = IR = U_0 - \phi_A \\ U_{EB} = 2IR = U_0 - \phi_B \end{cases}$$

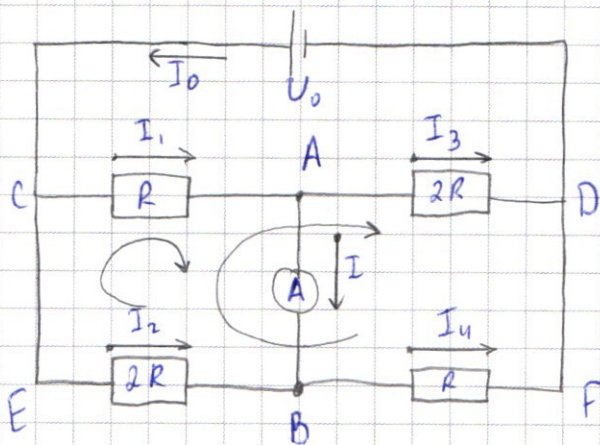
$$\begin{cases} \phi_A = U_0 - IR \\ \phi_B = U_0 - 2IR \end{cases} \Rightarrow \phi_A - \phi_B = U_0 - IR - U_0 + 2IR = IR$$

$$\Rightarrow U_{AC} = 4V$$

$$U_{AD} = 2IR = 2U_{AC} = 8V$$

$$U_0 = U_{AC} + U_{AD} = 12V$$

2) Подключим к клеммам A и B амперметр:



По 1-му правилу Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_0 = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_0 - I_1 \\ I_1 = I + I_3 \\ I_4 = I + I_2 \end{cases}$$

По 2-му правилу Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \text{контур CDFE: } & I_1 R + 2I_3 R = I_4 R + 2I_2 R (*) \\ \text{контур CABE: } & I_1 R + U - 2I_2 R = 0 (***) \end{aligned}$$

$$(*) : I_1 + 2I_3 = I_4 + 2I_2$$

$$I + I_3 + 2I_3 = I_4 + 2I_4 - 2I \Rightarrow 3I = 3I_4 - 3I_3$$

№ 5 (продолжение):

$$\Rightarrow I = I_4 - I_3$$

$$(**): I_1 + \frac{U}{R} - 2I_2 = 0$$

$$I_1 + \frac{U}{R} - 2I_0 + 2I_1 = 0$$

$$3I_1 = 2I_0 - \frac{U}{R} = \frac{2I_0 R - U}{R}$$

$$I_1 = \frac{2I_0 R - U}{3R} = I + I_3 = I_4 - I_3 + I_3 = I_4$$

$$I_1 + I_2 = I + I_3 + I_4 - I = I_3 + I_4 = 2I_4 - I = I_0$$

$$\Rightarrow \frac{2(2I_0 R - U)}{3R} - I = I_0 \quad | \cdot 3R$$

$$2(2I_0 R - U) - 3RI = 3I_0 R$$

$$4I_0 R - 2U - 3IR = 3I_0 R$$

$$I_0 R = 3IR + 2U \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$R_0 = 2 \cdot \frac{2}{3} R$, R_0 — общее сопротивление цепи с амперметром. $R_0 = \frac{4}{3} R$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} I_0 R = 4IR + \frac{8}{3} U$$

$$U_0 = 4IR + \frac{8}{3} U \Rightarrow 4IR = \frac{3U_0 - 8U}{3}$$

$$R = \frac{3U_0 - 8U}{12I} = \frac{36\text{В} - 32\text{В}}{12 \cdot 0,03\text{А}} = \frac{4\text{В}}{12 \cdot 0,03\text{А}} = \frac{1}{0,09}\text{А} = 11\frac{1}{9}\text{А}$$

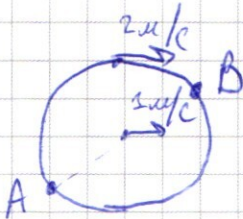
Найдём общее сопротивление при подключении вольтметра (R_0'):

$$R_0' = \frac{3}{2} R = \frac{300}{9}\text{А} \cdot \frac{5}{2} = \frac{50}{3}\text{А}$$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{144 \cdot 3}{50}\text{Вт} = \frac{432}{50}\text{Вт} = \underline{\underline{8,64\text{Вт}}}$$

Ответ: $U_0 = 12\text{В}$, $P = 8,64\text{Вт}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N1.

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{v}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.5}{1.57} = 2 \text{ м/с}$$

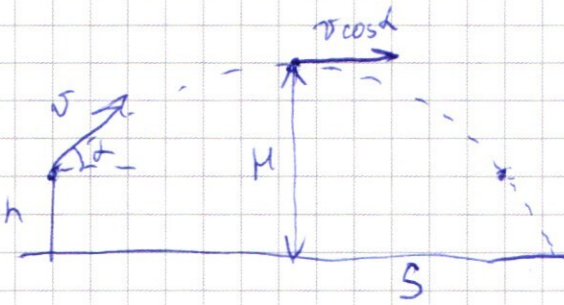
$v_a = 2 \text{ м/с}$

Handwritten calculations for N1:

$$4.05 \times 4.05 = 16.4025$$

$$49.35 \times 49.35 = 2435.4225$$

$$1.24 = 1.24$$



N2.

$$x = v \cos \alpha \cdot t$$

$$y = v \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v \sin \alpha = gt = 5\sqrt{2}$$

$$y = \frac{gt^2}{2} = H - h$$

$$t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{\frac{5}{10}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = v \sin \alpha \cdot \frac{v \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g^2} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v \sin \alpha = \frac{gt}{v}$$

$$y =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{g} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$v \cos \alpha \cdot t = S$$

$$\frac{gt^2}{2} = H$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$v \cos \alpha = \frac{S \sqrt{g}}{\sqrt{2H}} = \frac{S \sqrt{2Hg}}{2H} = \frac{12 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 10}}{6} =$$

$$= 2\sqrt{60} = 4\sqrt{15}$$

$$v = \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha + v^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{50 + 240} = \sqrt{290} =$$

$$\approx 17 \text{ м/с}$$

$$2.1^2 = 4.41$$

Handwritten calculations for N2:

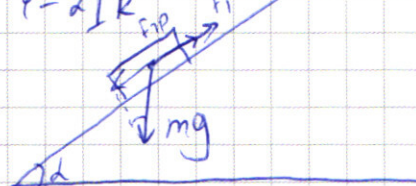
$$0.323 \times 2.13 = 0.68759$$

$$0.323 \times 2.13 = 0.68759$$

$$0.323 \times 2.13 = 0.68759$$

$$\varphi_A = \varphi - IR \quad \varphi_0 - \varphi_A = IR$$

$$\varphi_B = \varphi - 2IR \quad \varphi_0 - \varphi_B = 2IR$$



$$\varphi_A - \varphi_B = IR$$

$$mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + F_1$$

$$F_1 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$I_1 - \frac{U}{R} - 2I_2 = 0$$

$$6,5^2 =$$

$$I_1 + \frac{U}{R} - 2I_0 + 2I_1 = 0$$

$$mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = F_2 = 2F_1$$

$$mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = 2mg \sin \alpha - 2\mu mg \cos \alpha$$

$$3\mu \cos \alpha = \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{\tan \alpha}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 3 = \sqrt{3}$$

$$F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_k - p_0}{\Delta t}$$

$$\frac{2(2U_0 + U)}{3R} - I_3 = \frac{U_0}{R}$$

$$4U_0 + 2U - 3I_3 R = 3U_0$$

$$S = vt - \frac{at^2}{2}$$

$$P = 4,52 \text{ Вт}$$

$$\mu mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = ma$$

$$U_0 + 2U = 3I_3 R$$

$$v = at$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$P = \frac{U_0^2}{R} = \frac{1440 \cdot 3}{1000} = 1,44 \text{ Вт}$$

$$= 1,44 \text{ Вт}$$

$$a = 10 \cdot 0,5 + \frac{\sqrt{3} \cdot 10 \sqrt{3}}{2} = 5 + 15 = 20 \text{ м/с}^2$$

$$R = \frac{20}{3I_3}$$

$$S = \frac{v^2}{a} - \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a}$$

$$I_1 + 2I_4 = 2I_2 + I_5$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 =$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2IR - IR = IR$$

$$I_3 + 3I_4 = 3I_5 - 2I_3$$

$$I_1 = I_3 + I_4$$

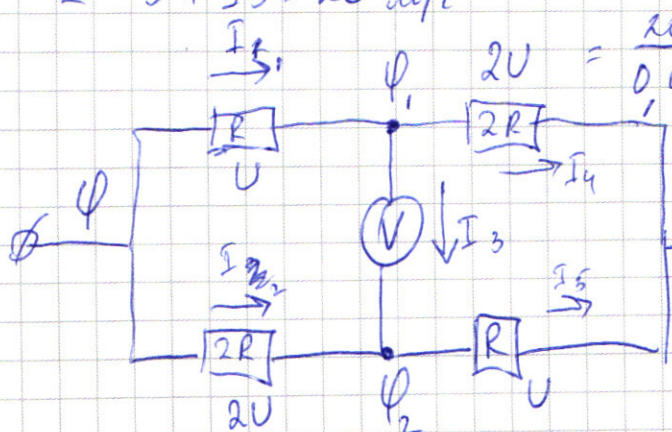
$$I_3 = I_5 - I_4$$

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$I_2 = I_5 - I_3$$

$$I_1 R + U - 2RI_2 = 0$$

$$I_1 = I_3 + I_5 - I_3 = I_5 \quad I_2 =$$



$$\begin{array}{r} 100 \mid 143 \\ - 0 \mid 04 \\ \hline 1000 \\ 987 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \mid 2 \\ - 0 \mid 0405 \\ \hline 14 \\ - 14 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$2I_5 - I_3 = I_0$$