

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 09

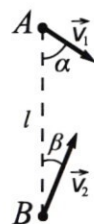
Вариант 09-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло:

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

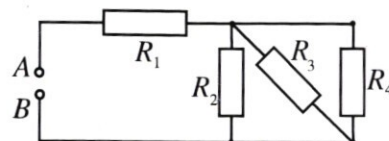
2) На сколько Δt ($^\circ\text{C}$) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг $\cdot^\circ\text{C}$). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

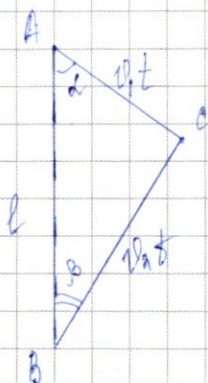
2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Дано:
 $l = 1 \text{ км}; S = 880 \text{ м}$
 $v_1 = 10 \text{ м/с}$
 $\alpha = 60^\circ$
 $v_2 = 20 \text{ м/с}$
Найти: $\sin \beta$



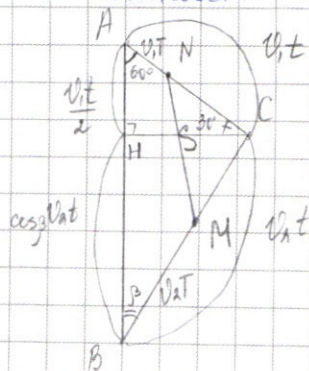
Решение: Т.к. по условию торпеды тогда, когда корабль в цель, то пусть для корабля время t в секундах. То по времени корабль пройдет расстояние, равное $v_1 t$, а торпеды - $v_2 t$. Нарисуем полученный треугольник, две стороны которого равны траекториям корабля и торпеды (в одинаково не сворачиваю и движется в одну сторону) и третья сторона равна l .

По теореме синусов в $\triangle ABC$: $\frac{v_1 t}{\sin \beta} = \frac{v_2 t}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow \frac{10}{\sin \beta} = \frac{20}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx \frac{1,7}{4} \approx 0,4$$

Пусть, когда расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 880 \text{ м}$, корабль окажется в точке N , пройдя при этом $v_1 t$ (т.к. по условию T -время, через которое между ними будет расстояние S) а торпеды в точке M , пройдя $v_2 t$, тогда $NM = S$.

Нарисуем эти точки на рисунке:



Попытаемся построить: $CH \perp AB$, $H \in AB$. Тогда $\angle HCN = 90^\circ$ и по свойству пр.мо.мо триг. $AN = \frac{v_1 t}{2}$

Из определения косинуса в $\triangle HCB$:

$$HB = \cos \beta \cdot v_2 t$$

Тогда $AB = l = \frac{v_1 t}{2} + v_2 t \cos \beta$

$$t \left(\frac{v_1 + 2v_2 \cos \beta}{2} \right) = l$$

$$t = \frac{2l}{v_1 + 2v_2 \cos \beta}$$

По основному тригонометрическому тождеству: $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$

$$= \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

Тогда: $t = \frac{1 \cdot 1000}{10 + 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{1000}{10 + 10 \cdot \sqrt{3}} = \frac{100}{1 + \sqrt{3}} \text{ (с)}$

Пусть $\angle ACB = \delta$.

Т.к. $NC = v_1(t-T)$ и $MC = v_2(t-T)$, то по теореме косинусов

$\triangle NCM$: $S = \sqrt{(t-T)^2(v_1^2 + v_2^2) - 2v_1v_2(t-T)^2 \cos \delta} = (t-T) \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \delta} \quad (1)$

$\triangle ABC$: $l = \sqrt{t^2(v_1^2 + v_2^2) - 2v_1v_2 t^2 \cos \delta} = t \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \delta} \quad (2)$

Разделим (1) на (2) и представим $S = 880 \text{ м}$, $l = 1000 \text{ м}$, $t = \frac{100}{1 + \sqrt{3}} \text{ с}$

$$\frac{880}{1000} = \frac{\left(\frac{100}{1 + \sqrt{3}} - T\right) \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \delta}}{1000}$$

$$154 = \frac{100}{46} - T(1 + \sqrt{3})$$

$$T = \frac{46}{1 + \sqrt{3}}, \text{ т.к. } \sqrt{3} \approx 1,6, \text{ то: } T \approx \frac{46}{1 + 1,6} = \frac{46}{2,6} \approx 17,7 \text{ с}$$

Ответ: $\sin \delta = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,4$; $T \approx 10 \text{ с}$

№ 4

Дано:

$v_1 = 60 \text{ м/с}$

$v_2 = 80 \text{ м/с}$

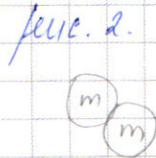
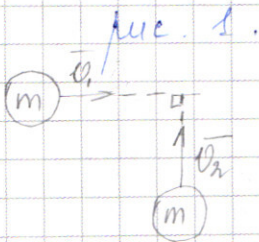
$c = 130 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$

Найти: 1) v ; 2) Δt

Решение:

Решение:

Пусть масса шариков равна m кг. Нарисуем два рисунка, где на I покажем шарик A непосредственно перед столкновением, когда их скорости взаимно перпендикулярны, а на втором уже столкнувшиеся шарики.



Рассмотрим систему состоящую из этих двух шариков. Т.к. на эту систему не действуют никакие внешние силы и проекции на ось Ox равны нулю, то возьмем ось Ox направленной по направлению движения шарика A до момента столкновения.

Поскольку тем, когда шарик A еще не столкнулся, а через время Δt столкнулся. Т.к. $\Delta t \rightarrow 0$, то импульсы системы в двух случаях примерно одинаковы и мы можем записать закон сохранения импульса.

Тогда т.к. $\vec{P}_1 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$ - импульс до столкновения
 $\vec{P}_2 = 2m\vec{v}$ - после столкновения

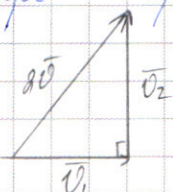
$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2 \Rightarrow m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{v}$$

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 2\vec{v}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь проецируем и находим время в виру, что по условию $\vec{v} \perp \vec{v}_z$.



Тада по теореме Пидсалофа:

$$v^2 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$D_2 = \frac{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}}{2} \quad \longleftrightarrow \quad D_2 = \frac{\sqrt{60^2 + 80^2}}{2}$$

$$z = \frac{\sqrt{3600 + 6400}}{2} = \frac{\sqrt{10000}}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ m/c}$$

Т.к. для одного шарика φ - начальная скорость а φ - конечная, то ~~то же самое~~ всю работу, которую он совершил будет:

$$A_1^2 = \frac{m v_1'^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = \frac{m}{2} (v_1'^2 - v_1^2)$$

Для второго шорина v_2 - начальная скорость, а v_0 - конечная, тогда его работа будет:

$$A_n^2 = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v^2}{2} = \frac{m}{2} (v_2^2 - v^2)$$

Обе эти работы A_1 и A_2 после слияния δ будут погруз на n шаров δ шариков и распределены между ними равномерно, т.к. они сферические. Тогда то количество работы, которое потрачено на погруз двух шариков, массами m_1 , будет равно сумме работ A_1 и A_2 , т.е.

$$Q = m c \Delta \theta + m c \Delta \theta = A_1 + A_2$$

$$dmcst = \frac{m}{2} (v_1^2 - v^2) + \frac{m}{2} (v^2 - v_2^2) \quad | \cdot \frac{2}{m}$$

$$4c \Delta t = v_1^2 + v_2^2 - 2v^2$$

$$\Delta s^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 - 2v^2}{4c}$$

$$\Delta t = \frac{3800 + 6400 - 1 \cdot 2500}{4 \cdot 130} = \frac{10000 - 5000}{4 \cdot 130} = \frac{500}{4 \cdot 13} = \frac{125}{13} \approx 9,6^\circ \text{C}$$

Daten: 1) $v = 50 \text{ m/s}$; 2) $\Delta t = 9,6^\circ \text{C}$

№5

Дано:

$$R_1 = 3r$$

$$R_2 = R_3 = 2r$$

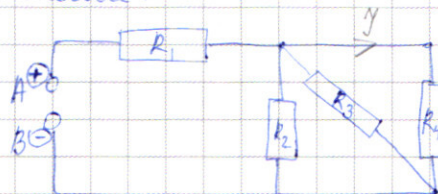
$$R_4 = 4r$$

$$U = 38 \text{ В}$$

$$r = 10 \text{ Ом}$$

Найти: 1) R_{AB}
2) I - ?

Решение:



Пусть ток I течет от А к В, ~~то~~
Покажем ток I , текущий через резистор R_4

схема 1

1) Т.к. резисторы R_3 и R_4 соединены параллельно, то схема 2, эквивалентная схеме 1 будет:

$$\text{Тогда } R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2r \cdot 4r}{2r + 4r} = \frac{4r}{3} \quad (\text{т.к. связь параллельная})$$

Т.к. резисторы R_2 и R_{34} соединены также параллельно, то схема 3, эквивалентная схеме 1 будет:

$$\text{Тогда } R_{2-4} = \frac{R_2 \cdot R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{2r \cdot \frac{4r}{3}}{2r + \frac{4r}{3}} = \frac{2r \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 10} = \frac{4r}{5}$$

И т.к. резисторы R_1 и R_{2-4} соединены последовательной связью, то:

$$R_{AB} = R_1 + R_{2-4} = 3r + \frac{4}{5}r = \frac{19}{5}r = 3,8r$$

2) Если $r = 10 \text{ Ом}$, то $R_{AB} = 3,8r = 38 \text{ Ом}$

Пусть ток, ~~идущий~~ ^{идущий} из точки А равен I_0 , и т.к. $R_{AB} = 38 \text{ Ом}$ и $U = 38 \text{ В}$, то

$$I_0 = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{38}{38} = 1 \text{ А}$$

Покажем ток I_0 на конкретной схеме 3.

Над тем ток I_0 идет через резистор R_{2-4} , тогда напряжение на этом резисторе будет:

$$U_{2-4} = I_0 \cdot R_{2-4} = \frac{4}{5} \cdot 10 = 8 \text{ В}$$

Т.к. резисторы R_2 , R_3 , R_4 связаны параллельно, то напряжение на них будет одинаковым и равно U_{2-4} . Тогда:

$$I = \frac{U_{2-4}}{R_4} = \frac{8}{4 \cdot 10} = 0,2 \text{ А, где } I - \text{ток, текущий через резистор } R_4.$$

Ответ: 1) $R_{AB} = 3,8 \cdot r \text{ Ом}$;
2) $I = 0,2 \text{ А}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

Дано:

$$v_1 = 1 \text{ м/с}$$

$$h = 0,8 \text{ м}; g = 10 \text{ м/с}^2$$

$v_{10} = 0 \text{ м/с}$ - начальная
вертикальная скорость шарика

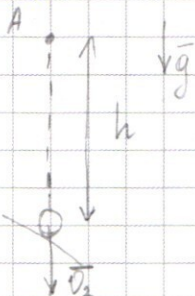
Найти: 1) v_2

а) а

Решение:

Решение:

Изобразим падение шарика с
высоты h на брусок:



Т.к. шарик движется с
ускорением g , то можно
написать уравнение движения шарика:

$$2gh = v_2^2 - v_{10}^2, \text{ где}$$

v_{10} - скорость шарика перед
соударением

(точка А - точка, откуда начинает
падать шарик с ускорением g и начальной
скоростью $v_{10} = 0 \text{ м/с}$).

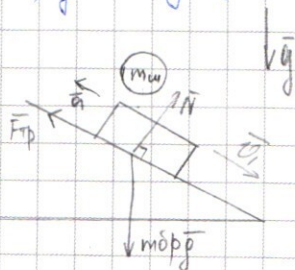
$$2gh = v_2^2 - v_{10}^2 \quad (\text{т.к. } v_{10} = 0 \text{ м/с})$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} = \sqrt{16} = 4 \text{ м/с}$$

а) Пусть m_B - масса бруска, $m_{ш}$ - масса шарика, $F_{тр}$ - сила
трения, действующая на брусок, со шероховатой поверхности,
 a - ускорение бруска перед соударением

Положим брусок и шарик непосредственно перед соударением,
такие силы, действующие на брусок:



Пусть Δt - время, за которое произошло
гормонирование бруска и деформацию
шарика.

При Δt соприкосновение между
шариком и бруском взаимодружающая
сила. Пусть это сила равна F_0 .

Тогда F_0 - сила, действующая на
шарик со стороны бруска и по III
закону Ньютона эта же сила действует на брусок со стороны
шарика, но в противоположные стороны. Пусть F_0 направлена вертикально

Когда шарик деформируется, на него действует сила тяжести,
равная $m_{ш}g$ и F_0 . Тогда по II закону Ньютона:

$$(m_{ш}g + F_0) \Delta t = m_{ш}v' - m_{ш}v_1, \text{ где } v' - \text{конечная скорость}$$

относительно земли после деформации, и по условию она равна 0 м/с ,

брусом, а прилипшим к нему шариком, остающимся, т.е.:

$$(m\bar{g} + \cancel{N}) \Delta t = -m\bar{v}_2$$

Применяем на ось Oy направленную вертикально вверх: $\uparrow$,
~~имеем в виду, что по условию $m\bar{g} = 0$.~~
 $(\cancel{N} - m\bar{g}) \Delta t = m\bar{v}_2 \Rightarrow \Delta t = \frac{v_2}{g}$

Мы можем написать уравнение и для бруса. По II закону Ньютона:

$$(\bar{F}_{тр} + m\bar{g} + \cancel{N}) \Delta t = 0 + m\bar{g}v'' - m\bar{g}v_1, \text{ где } v'' = 0 \text{ м/с, т.е. он останавливается.}$$

Применяем на ось, противоположную скорости v_1 : $\leftarrow$,

$$(\cancel{F_{тр}} - m\bar{g} = -F_{тр}) \Delta t = m\bar{g}v_1$$

~~имеем в виду, что $m\bar{g} = 0$.~~

$$(F_{тр} - \cancel{0}) \Delta t = m\bar{g}v_1 \Rightarrow F_{тр} = \frac{m\bar{g}v_1}{\Delta t} = \frac{m\bar{g}v_1}{v_2/g}$$

Ответ: 1) 4 м/с

По II закону Ньютона по сдвигу (применяем на ось Ox)
~~имеем в виду, что $m\bar{g} = 0$~~

$$F_{тр} = m\bar{g} \cdot a \Leftrightarrow \frac{m\bar{g}v_1}{v_2} = m\bar{g}a$$

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1 \cdot 10}{4} = 2,5 \text{ м/с}^2$$

Ответ: 1) 4 м/с ; 2) $a = 2,5 \text{ м/с}^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$S = 0,8 \text{ км}$$

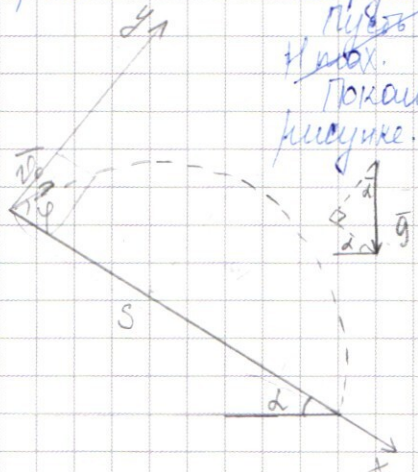
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти: 1) φ - ?
2) v_0 - ?

Решение:

Время полета снаряда минимизируется, когда снаряд падает на максимальную высоту, которую может. Пусть эта максимальная высота равна H_{max} .

Покажем траекторию полета снаряда на рисунке.



Тогда если начальная скорость минимизируется, то

$H_{\text{max}} = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$ где t - время, за которое снаряд будет на расстоянии H_{max} от поверхности склона.

Пробирим все v_0 и α и найдем уравнение (1) на ось Oy :

на ось Oy $H_{\text{max}} = v_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2}$

Т.к. $\frac{g \cos \alpha t^2}{2} > 0$, то чтобы H_{max} было максимальным, необходимо, чтобы $v_0 \sin \varphi t$ было максимальным, а это возможно, если $\sin \varphi$ будет максимальным $\Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$

Т.к. у нас движение снаряда равномерное, то:

$$S_0 = v_0 t + \frac{g t^2}{2} \text{ где } S - \text{перемещение снаряда.}$$

Пусть время полета снаряда t с, тогда относительно оси Oy перемещение на $S_0 = 0$ м, тогда получаем (2) на ось Oy :

$$0 = v_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2}$$

$$2 v_0 \sin \varphi = g \cos \alpha t$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos \alpha} \Rightarrow \text{чтобы } t \text{ было наибольшим,}$$

необходимо, чтобы $\sin \varphi$ было наибольшим $\Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$

Если $\varphi = 90^\circ$, то $t = \frac{2V_0}{\cos 30^\circ \cdot g} = \frac{4}{\sqrt{3} \cdot 10} V_0$

Спроецируем уравнение $S(z)$ на ось Ox , где $S = 800$ м:

$$S = g \cdot \frac{g \sin^2 t}{2} = \frac{g \sin^2 30^\circ t^2}{2}, \text{ подставим } t$$

$$t = \frac{4V_0}{\sqrt{3} \cdot 10}$$

$$800 = \frac{10 \cdot 4^2 V_0^2}{4 \cdot 3 \cdot 10^2} = \frac{4V_0^2}{30}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{800 \cdot 30}{4}} = \sqrt{6000} = 10\sqrt{60} \approx 10 \cdot 2,4 = 24 \text{ м/с}$$

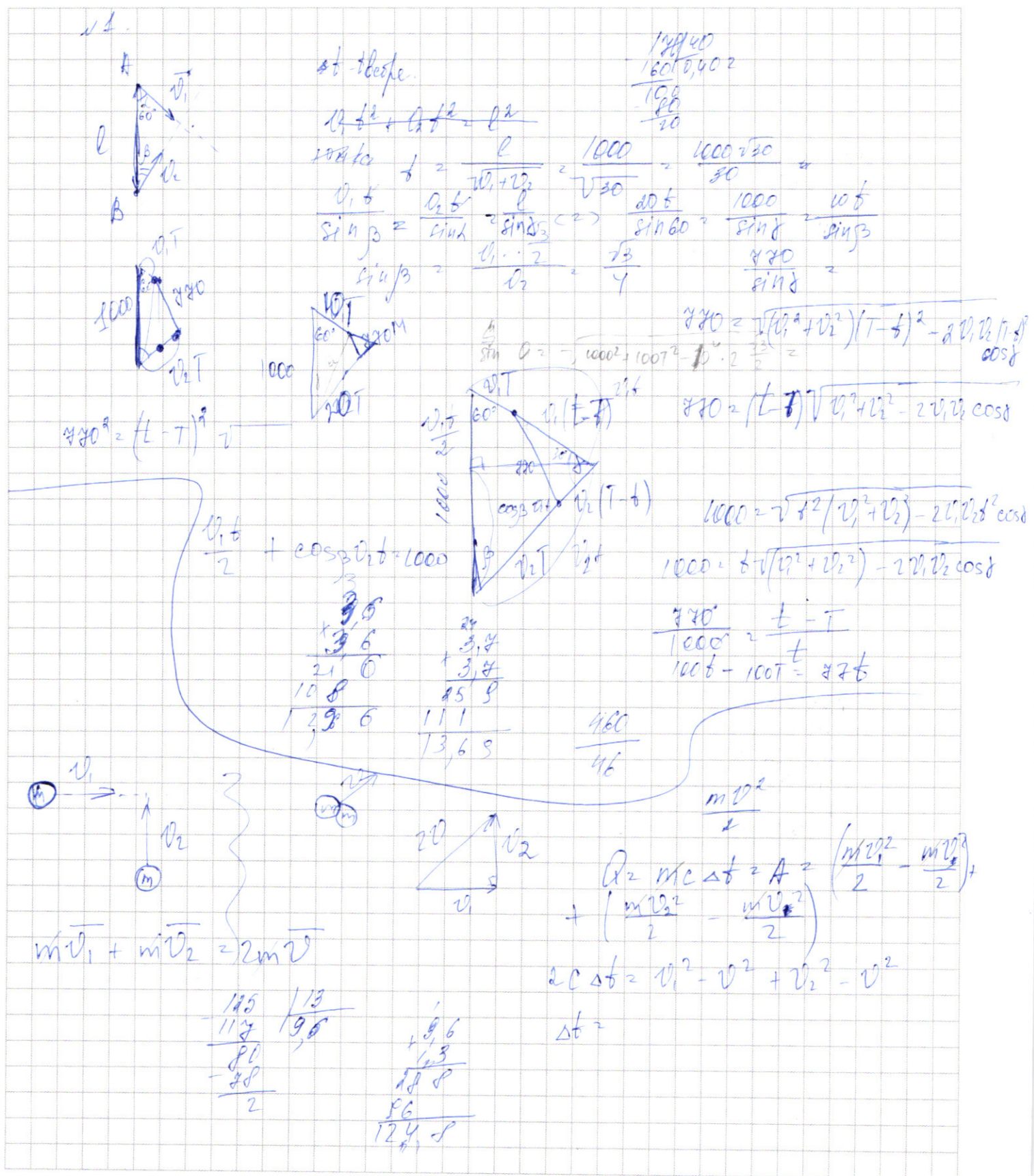
Ответ: 1) $\varphi = 90^\circ$; 2) $V_0 = 24 \text{ м/с}$

$$V_0 = \sqrt{\frac{800 \cdot 30}{4}} = \sqrt{6000} = 10\sqrt{60} = 20\sqrt{15} \approx 20 \cdot 3,8 = 76 \text{ м/с}$$

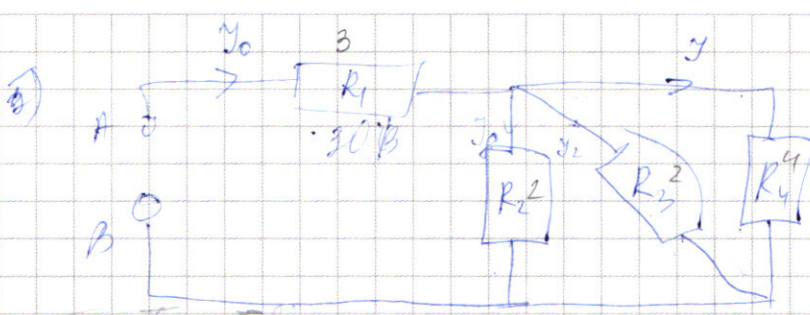
Ответ: 1) $\varphi = 90^\circ$; 2) $V_0 = 20\sqrt{15} \approx 76 \text{ м/с}$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

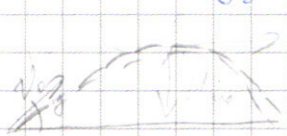


$$\frac{5.4 \cdot 10^2}{3.8 \cdot 25}$$



$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{4.38}{3.8} = 1.15 \text{ A}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad \frac{8}{3} = \frac{4}{1.5} = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{4}{5} + 3 = 3\frac{4}{5} = 3.8$$



$$0 = v_0 \sin \alpha - g t \sin \alpha$$

$$v_0 \sin \alpha = g t \sin \alpha$$

$$v_0 = g t$$

$$R_{2-4} = \frac{4 \cdot 10^2}{8} = 50 \text{ Ohm}$$

$$U = 8 \text{ B}$$

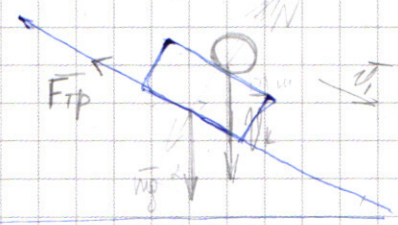
$$\frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_{2-4}}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{R_{2-4}}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{1}{R_{2-4}} \Rightarrow R_{2-4} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{array}{r} 6.20 \\ + 2.38 \\ \hline 304 \\ + 714 \\ \hline 1444 \\ + 135 \\ \hline 381 \\ + 381 \\ \hline 762 \\ + 237 \\ \hline 1521 \\ + 258 \\ \hline 1779 \end{array}$$

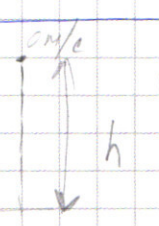


$$mg + N + F_{тр} = m \vec{a}$$

$$-mg \sin \alpha + F_{тр} = m \vec{a}$$

$$m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2 = 0$$

$$m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2 = 2gh = v^2$$



$$\begin{array}{r} 258 \\ + 237 \\ \hline 1521 \\ + 258 \\ \hline 1779 \end{array}$$

$$F_{тр} \Delta t = 0 - m \vec{v}_1$$

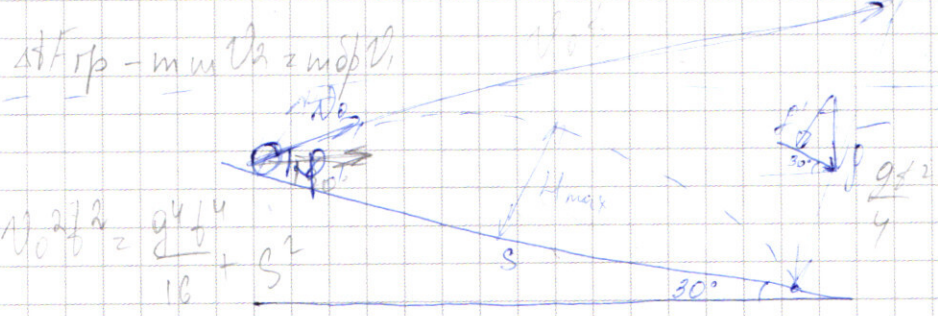
$$F_{тр} \Delta t = m \vec{v}_1$$

$$F_{тр} = \frac{m \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$F_0 \Delta t = m \vec{v}_1$$

$$v_0 = \frac{v_1}{\Delta t}$$

$$\frac{v_1}{v_0} = a$$



$$v_0^2 = \frac{g^2 t^4}{16} + g^2$$

$$v_0^2 = g^2 t^4 + 16 g^2$$

$$g^2 t^4 + 4 v_0 \cos \varphi t - 45 = 0$$

$$v_0^2 = 4 v_0^2 \cos^2 \varphi + 45 g$$

$$t = \frac{-2 v_0 \cos \varphi \pm \sqrt{4 v_0^2 \cos^2 \varphi + 45 g}}{g}$$

$$S = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$S = v_0 \cos \varphi t + \frac{\sin^2 30^\circ g t^2}{2}$$

$$S = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$2.5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{g}{2} t^2$$

$$1.25 = \frac{g}{2} t^2$$

$$t^2 = \frac{2.5}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{2.5}{g}}$$