

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 09

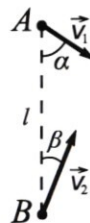
Вариант 09-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

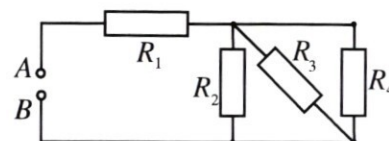
2) На сколько Δt (°C) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг·°C). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

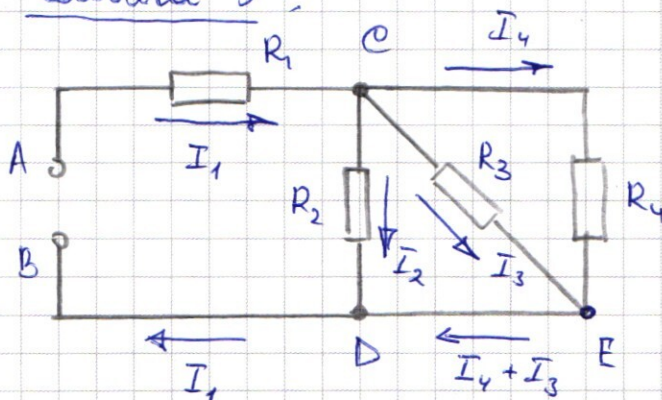
1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5



$$R_1 = 3r, R_2 = R_3 = 2r$$

$$R_4 = 4r$$

$$U_{AB} = 38\text{ В} = U.$$

По I правилу Кирхгофа для узла C:

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \quad \text{— аналогично для D.}$$

1) По закону Ома для однородного участка цепи.

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = I_1 R_{AB}.$$

По II пр-лу Кирхгофа для CEDC:

$$I_3 R_3 = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = I_3 = I_0$$

Аналогично $I_3 R_3 = I_4 R_4 \Rightarrow I_3 \cdot 2r = I_4 \cdot 4r \Rightarrow 2I_4 = I_3 = I_0$

$$I_1 = 2I_0 + \frac{I_0}{2} = \frac{5}{2} I_0$$

$$U_{AB} = I_1 R_1 + I_2 R_2 = \frac{5}{2} I_0 R_1 + I_0 R_2 = I_0 \left(\frac{5}{2} \cdot 3r + 2r \right) =$$

$$= I_0 r \cdot \left(\frac{15}{2} + 2 \right) = I_0 r \cdot \frac{19}{2} = \frac{19}{2} I_0 r.$$

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_1} = \frac{\frac{19}{2} I_0 r}{\frac{5}{2} I_0} = \frac{19}{5} r$$

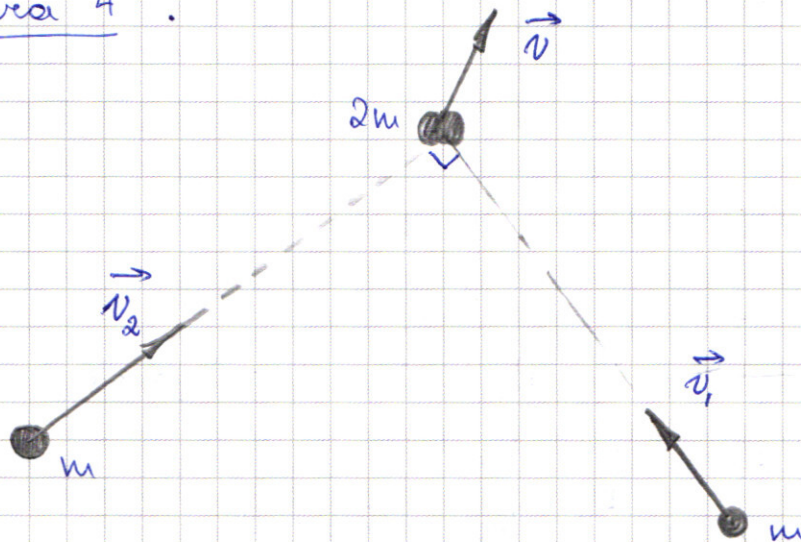
2) Если $r = 10 \Omega$, то $R_{AB} = \frac{19}{5} \cdot 10 \Omega = 19 \cdot 2 \Omega = 38 \Omega$

Тогда $I_1 = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{38}{38} \text{ А} = 1 \text{ А}.$

Поскольку $I_1 = \frac{5}{2} I_2 = \frac{5}{2} I_3$, $I_3 = 2I_4 \Rightarrow I_1 = 5I_4 = 1 \text{ А}$
 $I_4 = \frac{1}{5} \text{ А} = 0,2 \text{ А}.$ $I = 0,2 \text{ А}$

Ответ. 1) $R_{AB} = \frac{19}{5} r$; 2) $I_4 = 0,2 \text{ А}$ ($I = 0,2 \text{ А}$)

Задача 4

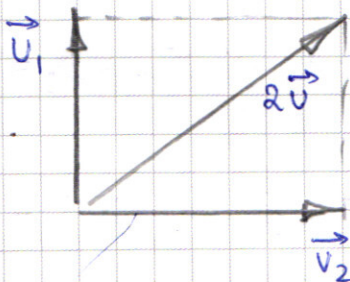


Запишем ЗСЭ и ЗСИ для системы из двух
данных взаимодействующих шариков:

$$\text{ЗСЭ: } \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + Q \quad (1)$$

$$\text{ЗСИ: } m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{v} \Rightarrow \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 2\vec{v} \quad (2)$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}$$



$$v_1^2 + v_2^2 = 4v^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}{2}$$

$$v = \frac{\sqrt{60^2 + 80^2}}{2} \frac{m}{c}$$

$$60^2 + 80^2 = 3600 + 6400 = 10000 = 10^4$$

$$v = \frac{10^2}{2} \cdot \frac{m}{c} = 50 \frac{m}{c}$$

Т.е. $v = 50 \frac{m}{c} \Rightarrow$ подставим в (1) и найдем Q:

Также $Q = 2c \cdot m \cdot \Delta t$ (оба шарика нагрелись)

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + 2cmt \quad | \times \frac{2}{m}$$

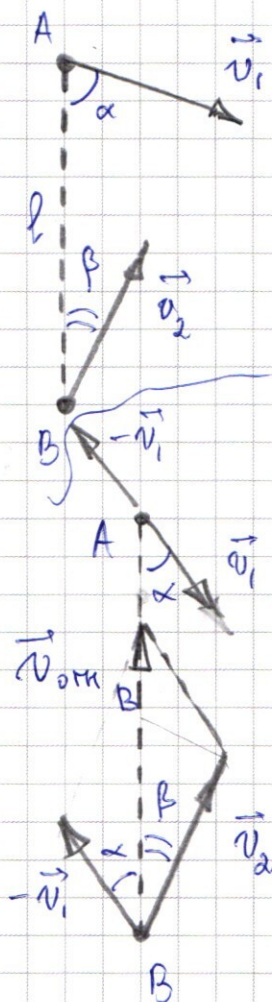
$$v_1^2 + v_2^2 = 2v^2 + 4cmt \Rightarrow v_1^2 + v_2^2 - 2v^2 = 4cmt$$

$$\Delta t = \frac{v_1^2 + v_2^2 - 2v^2}{4c} \quad ; \quad \Delta t = \frac{3600 + 6400 - 2 \cdot 2500}{4 \cdot 130 \cdot 25} \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta t = \frac{10000 - 5000}{520} \text{ } ^\circ\text{C} \quad \Delta t = \frac{5000}{520} \text{ } ^\circ\text{C} \approx \frac{500}{52} = \frac{5 \cdot 100}{4 \cdot 13} \approx 9,61 \text{ } ^\circ\text{C}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1



$$\begin{aligned} l &= 1 \text{ км} \\ \alpha &= 60^\circ \\ v_1 &= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\ v_2 &= 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Поскольку торпеда
идет прямо в цель,
т.е. в корабль, то в
ИСО корабля вектор
относительной скорости
торпеды будет направлен
в точку A (корабль)

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{абс}} &= \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}} \\ \vec{v}_{\text{отн}B} &= \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \\ \vec{v}_{\text{отн}A} &= \vec{0} = \vec{v}_1 - \vec{v}_1 \end{aligned}$$

$$Ox: v_{\text{отн}Bx} = v_{\text{отн}B} = v_2 \cdot \cos \beta + v_1 \cdot \cos \alpha$$

$$Oy: v_{\text{отн}By} = 0 = v_2 \cdot \sin \beta - v_1 \cdot \sin \alpha$$

$$v_2 \cdot \sin \beta = v_1 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \beta = \frac{v_1}{v_2} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{10}{20} \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Расстояние между торпедой и кораблем уменьшается
со скоростью $v_{\text{отн}B}$.

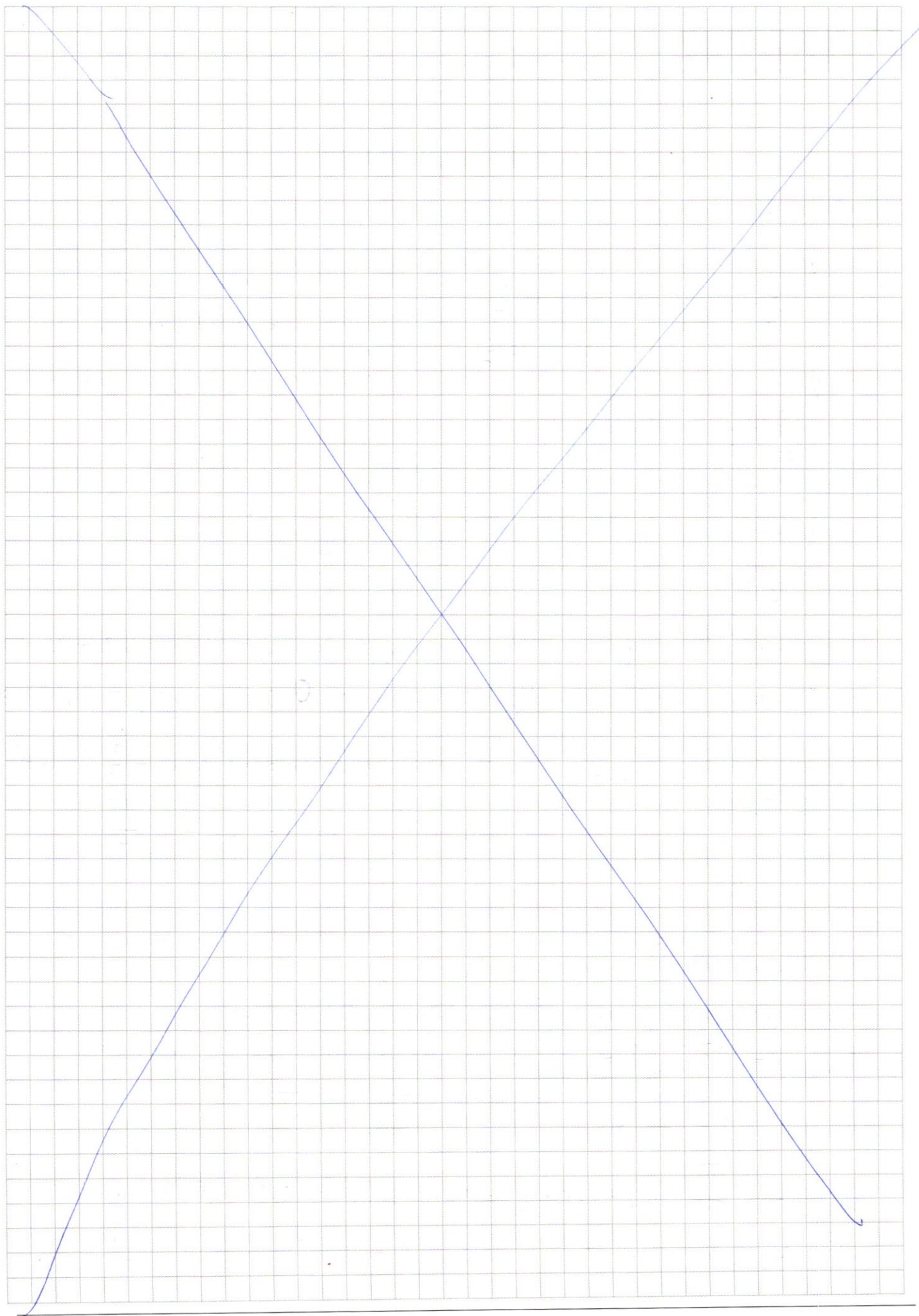
Конечное расстояние $S = 770 \text{ м}$. Начальное $l = 1000 \text{ м}$.

$$v_{\text{отн}B} = |\vec{v}_{\text{отн}B}| = v_2 \cdot \cos \beta + v_1 \cdot \cos \alpha, \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{16-3}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

$$v_{\text{отн}B} = \frac{\sqrt{13}}{4} \cdot 20 + 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 + 5\sqrt{13} = 5(1 + \sqrt{13})$$

$$\sqrt{13} \approx 3,6 \Rightarrow v_{\text{отн}B} \approx 5 \cdot 4,6 = 23 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_{\text{отн}B} \approx 23 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

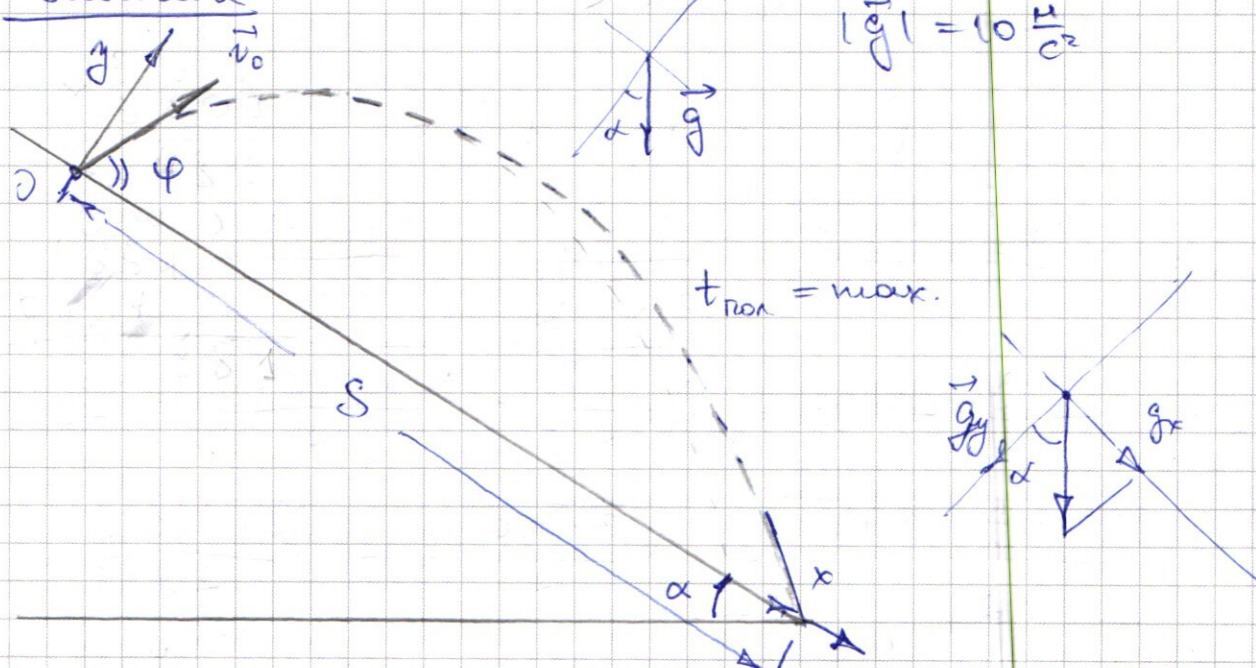
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T = \frac{l - S}{v_{отн B}} \approx \frac{1000 - 740 \text{ м}}{23 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{260}{23} \text{ с} \approx 10 \text{ с}$$

$$T \approx 10 \text{ с}$$

Ответ: 1) $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) $T \approx 10 \text{ с}$.

Задача 2



Рассмотрим движение тела по осям Ox и Oy , где O — точка выстрела.

$$g_y = -g \cdot \cos \alpha ; g_x = +g \cdot \sin \alpha$$

$$x(t) = v_0 \cos \varphi t + \frac{g \cdot \sin \alpha t^2}{2}$$

$$y(t) = v_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2}$$

В момент падения $y(t_n) = 0$, $x(t_n) = S$.

$$S = v_0 \cos \varphi t_n + \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha t_n^2$$

$$v_0 \sin \varphi t_n = \frac{1}{2} g \cos \alpha t_n^2 \Rightarrow t_n = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos \alpha}$$

$$S = v_0 \cos \varphi \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \varphi}{g \cos \alpha} + \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{4v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi}{g^2 \cos^2 \alpha}$$

$$S = \frac{2v_0^2}{g} \cdot \frac{\cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\cos \alpha} + \frac{2v_0^2}{g} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin^2 \varphi}{\cos \alpha}$$

$$S = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} (\cos \varphi \cdot \sin \varphi + \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin^2 \varphi)$$

$$t_n = \frac{2v_0 \cdot \sin \varphi}{g \cos \alpha} \rightarrow \max \Rightarrow \sin \varphi \rightarrow \max$$

$\sin \varphi = 1$

$$t_n = \frac{2v_0}{g \cos \alpha} ; \quad \varphi = 90^\circ$$

$$S = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot (\cancel{0} \cdot 1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot 1^2) = \frac{2v_0^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{g \cos \alpha}$$

$$S = \frac{2v_0^2 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{g \cdot \cos 30^\circ} = \frac{2v_0^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2v_0^2 \cdot 2}{3g} = \frac{4v_0^2}{3g}$$

$$v_0^2 = \frac{3Sg}{4} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{3 \cdot 10 \cdot 0,3}{2}} = \sqrt{\frac{24}{2}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 800 \text{ м}}{2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8000}{2}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{\frac{24000}{2}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$= \frac{\sqrt{2400} \cdot \sqrt{100}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\sqrt{2400} \cdot 10}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{4 \cdot \sqrt{15} \cdot 10}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

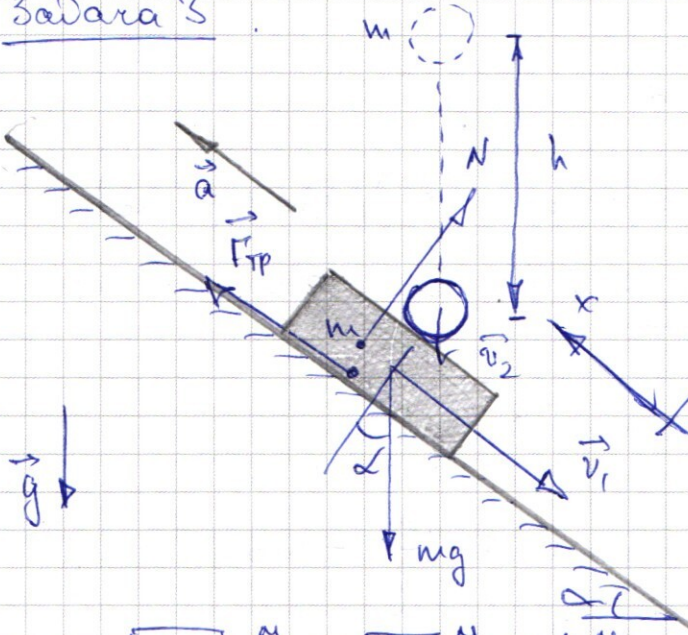
$$= 20 \sqrt{15} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 77,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sqrt{15} \approx 3,87$$

Ответ: 1) $\varphi = 90^\circ$; 2) $v_0 \approx 77,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3



$$h = 0,8 \text{ м}$$

$$v_1 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgh$$

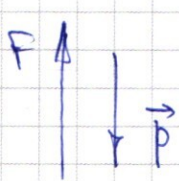
$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,8 \text{ м}}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 8} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{16} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

При ударе увеличивается сила реакции на накл.
плоскости:

Шарик теряет весь свой импульс при ударе
(вся система затухает).



Т.е. $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}$ направлено вертикально

Выводы:

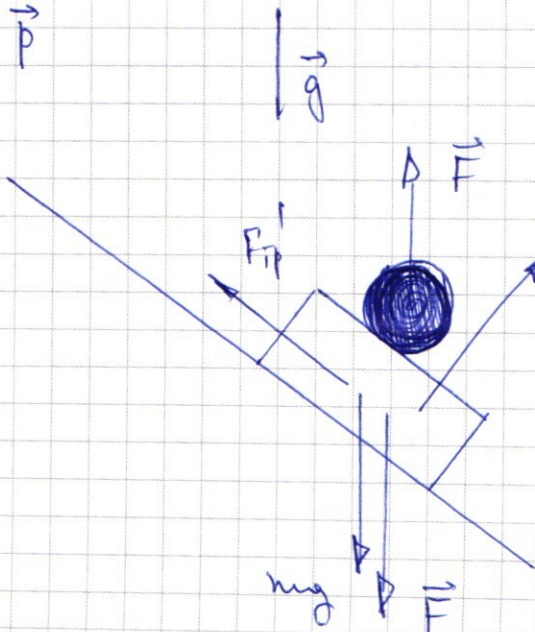
1. 2-й закон Ньютона:

$$\text{по } x: F_{\text{тр}} - mg \cdot \sin \alpha = ma$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$\text{по } y: N = mg \cos \alpha$$

Т.е. $g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = a$



Задача: (после и в мом. соударения)

1) 2-й закон Ньютона

$$Ox: \quad \cancel{F_{тр}'} - mg \sin \alpha = ma'$$

$$F_{тр}' - (mg + F) \sin \alpha = ma'$$

$$F_{тр}' = \mu N'$$

$$Oy: \quad N' = (mg + F) \cos \alpha$$

$$T.e \quad (mg + F) \cdot \mu \cos \alpha - (mg + F) \cdot \sin \alpha = ma'$$

$$\underline{\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha + F(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = ma'}$$

$$ma + F \cdot (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = ma'$$

$$\mu \cos \alpha - \sin \alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow ma + F \cdot \frac{a}{g} = ma'$$

$$F = \frac{mv_2}{\Delta t}; \quad a' = \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{v_1}{\Delta t}$$

$$ma + \frac{mv_2}{\Delta t} \cdot \frac{a}{g} = m \frac{v_1}{\Delta t}; \quad \text{Поскольку } \Delta t \rightarrow 0$$

сначала мы
можно преобразовать, т.к.

это сравнимо с mg , а действительный mg можно
преобразовать

$$T.e \quad \frac{mv_2 a}{g \Delta t} = \frac{mv_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_2 a}{g} = v_1 \Rightarrow a = g \cdot \frac{v_1}{v_2}$$

$$a = 10 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{m}{c^2} = \cancel{2.5} \quad 2.5 \frac{m}{c^2}$$

$$\text{Ответ: } 1) v_2 = 4 \frac{m}{c}; \quad 2) a = 2.5 \frac{m}{c^2}$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + 2mgt$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Delta t = \frac{10000 - 5000}{4 \cdot 130}$$

$$+ 50$$

$$\frac{5000}{520}$$

$$v_1^2 + v_2^2 - 2v^2 = 4cat$$

$$F_{тр} = mg \sin \alpha = ma$$

$$Fat = m \sqrt{2gH} \cdot \cos \alpha$$

$$+ 130$$

$$\frac{4}{520}$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{тр} = \mu mg \cos \alpha$$

$$F_{тр} = \mu N$$

$$F_{At} = m \sqrt{2gH}$$

$$F_{At} = m \sqrt{2gH}$$

$$F(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) - \mu mg \cos \alpha = m$$

$$g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = a$$

$$F \cos \alpha$$

$$N' = N + F \cos \alpha$$

$$F_{тр}' = \mu N + \mu F \cos \alpha$$

$$Fat = mv_2$$

$$\frac{F_{тр}}{N} = \frac{F_{тр}'}{N'}$$

$$N' = 2mg \cos \alpha$$

$$F_{тр}' = 2\mu mg \cos \alpha = ma'$$

$$\mu N + \mu F \cos \alpha - 2\mu mg \cos \alpha = ma'$$

$$F_{тр}' - F \sin \alpha$$

$$\mu N + \mu F \cos \alpha - F \sin \alpha = 2mg$$

$$= \mu N + F(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

черновик

☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$S = v_0 \cos \alpha + \frac{1}{2} g \cos^2 \alpha$$

$$S = \frac{v_0^2}{g} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi) = \frac{v_0^2}{g} \cos^2 \alpha$$

$$= \frac{33g}{4}$$

$$= \frac{4}{3} \frac{v_0^2}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{33g}{4}}$$

$$\frac{3}{16} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{80}{16} \cdot \frac{16}{25} \cdot \Delta t = m v_2$$

$$\frac{3 \cdot 10 \cdot 800}{\sqrt{24000} \cdot 10}$$

$$(mg + F) \cdot \cos \alpha = N'$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N'$$

$$F_{\text{тр}}' = \mu(mg + F) \cdot \cos \alpha$$

~~Есть~~

$$F_{\text{тр}}' - (mg + F) \cdot \sin \alpha = ma'$$

$$\mu(mg + F) \cdot \cos \alpha - (mg + F) \cdot \sin \alpha = ma'$$

$$\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = ma$$

$$\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = ma$$

$$mg + F(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = ma'$$

$$\mu \cos \alpha - \sin \alpha = \frac{a}{g}$$

$$mg + F \cdot \frac{a}{g} = ma'$$

$$a' = \frac{v_1}{\Delta t}$$

$$F =$$

$$a =$$

$$\mu \cos \alpha - \sin \alpha = \frac{a}{g}$$

$$ma + F \frac{a}{g} = ma'$$

$$ma + \frac{a}{g} \cdot \frac{mv_2}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_1}{\Delta t}$$

$$a + \frac{a}{g} \cdot \frac{v_2}{\Delta t} = \frac{v_1}{\Delta t}$$

$$\frac{a}{g} \cdot v_2 = v_1$$

$$a = g \cdot \frac{v_1}{v_2}$$