

Олимпиада «Физтех» по физике, 9

Класс 09

Вариант 09-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

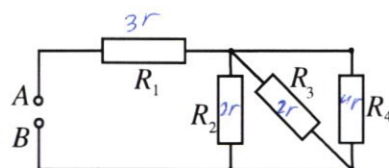
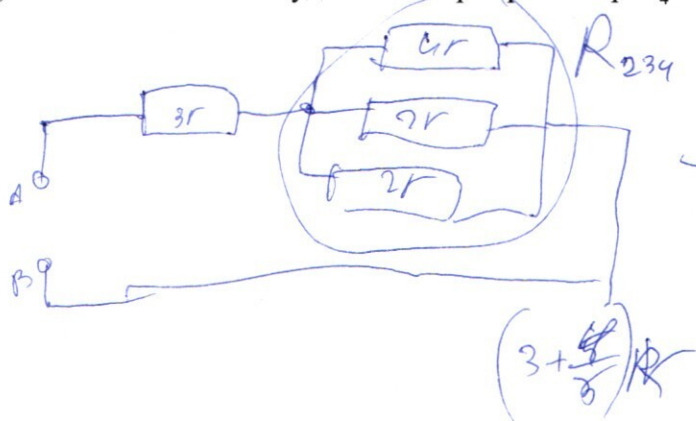
2) На сколько Δt (°C) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг·°C). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход AB схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{4r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{4r} = \frac{5}{4r}$$

$$\frac{1}{R_{234}} \quad R_{234} = \frac{4}{5}r$$

$$\left(3 + \frac{4}{5}\right)r$$

$$I = \frac{V_1}{R} \quad \frac{V_2}{R}$$

$$R_1 + R_2 = R$$

$$\frac{V_1}{I_1} + \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_0}{I_0}$$



$$V_0$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{I}{V} = \frac{I_1}{V_1} + \frac{I_2}{V_2}$$

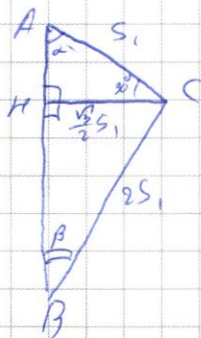
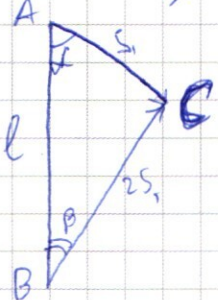
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 (1)(2)

Пусть через время t корабль и торпеда
столкнутся ^{в точке C} тогда корабль прошел $v_1 \cdot t = S$,
а торпеда $v_2 \cdot t = 2 \cdot v_1 \cdot t = 2S$,

$$v_1 = 10 \text{ м/с} \quad v_2 = 20 \text{ м/с} \quad v_1 \cdot 2 = v_2$$

построим (векторный) треугольник.



опустим ^{сн} высоту из C
на AB.

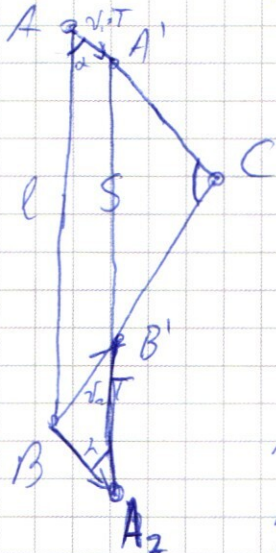
$$\angle AHC = 90^\circ \quad \angle HAC = 60^\circ = \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ACH = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\text{тогда } HC = \sin \alpha \cdot AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot S,$$

1) построим на $\triangle HCB$ ($\angle H = 90^\circ$) тогда $\sin \beta = \frac{HC}{BC} =$
 $= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} S}{2S} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ (ответ: 1) $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$)

2) построим на рисунке ~~два~~ ^{два} подобных ~~маленьких~~ ^{маленьких} ~~треугольника~~ ^{треугольника}
объектов через время T . Корабль в точке A'
+ торпеда в B' . $A'B' = S = 7 \text{ км}$



$$\frac{AC}{BC} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1 (t-T)}{v_2 (t-T)} = \frac{A'C}{B'C} \quad \angle ACB - \text{общий} \Rightarrow$$

$$\triangle ACB \sim \triangle A'CB' \quad (\text{по подобия}) \quad AC \text{ соот. } A', BC \text{ соот. } B' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'B' \parallel BA \quad \text{опустим из точки B}$$

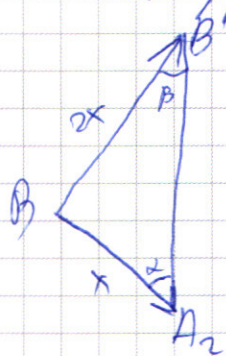
$$\text{вектор } \vec{BA_2} \text{ равный } \vec{AA'} \quad \text{тогда } AA'A_2B$$

$$\text{параллелограмм} \quad (\vec{AA'} \parallel \vec{BA_2} \text{ и } \vec{AA'} = \vec{BA_2}) \Rightarrow$$

$$A_2B = A'A_2 = l \quad B'A_2 = A'A_2 - A'B' = S - l = 1000 \text{ м} - 7 \text{ км} =$$

$$= 290 \text{ м}$$

рассмотрим внимательно $\triangle BB'A_2$



$$AB \parallel B'A_2 \Rightarrow \angle ABB' = \angle B'B'A_2 = \beta$$

и $\angle BA_2B' = \alpha$ - введено ранее (из условия про параллельности)

$$v_1 T = x \quad v_2 T = 2v_1 T = 2x$$

$$BB' = 2x \quad BA_2 = x \quad B'A_2 = 230 \text{ м.}$$

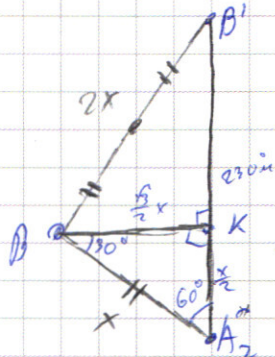
опустим из B высоту BK на $B'A_2$

$$\angle BKA_2 = \angle KB'B' = 90^\circ$$

$$\angle A_2BK = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha$$

$$KA_2 = \sin 30^\circ \cdot BA_2 = \frac{x}{2}$$

$$BK = \sin 60^\circ \cdot BA_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x$$



$\triangle BKB'$ - прямоуго. $(BB')^2 = BK^2 + (KB')^2$

$$(2x)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(230 - \frac{x}{2}\right)^2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$4x^2 = \frac{3}{4}x^2 + (230)^2 - 230x + \frac{x^2}{4}$$

$$3x^2 = (230)^2 - 230x$$

$$3x^2 + 230x - (230)^2 = 0$$

$$x = \frac{-230 \pm \sqrt{230^2 + 4(230)^2 \cdot 3}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{-230 \pm \sqrt{13 \cdot 230^2}}{6} =$$

$$= \frac{-230 \pm 230 \cdot \sqrt{13}}{6} =$$

$$= \frac{-230 + 230 \cdot \sqrt{13}}{6} = \frac{115(\sqrt{13} - 1)}{3}$$

$x > 0$ т.к. x - расстояние (сторона треуго.)

т.е. тут "+"

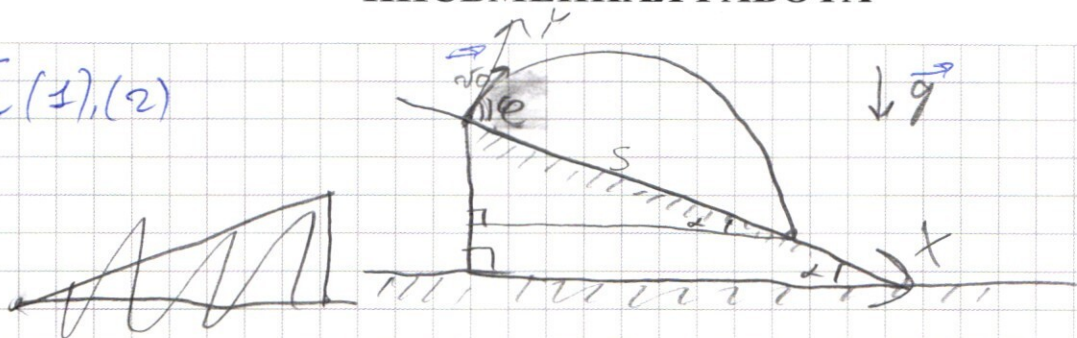
$$x = v_1 \cdot T \quad T = \frac{x}{v_1} = \frac{115(\sqrt{13} - 1) \text{ м}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}} = \frac{23 \cdot (\sqrt{13} - 1)}{6} \text{ (с)} \approx 11 \text{ (с)}$$

Ответ: 2) $T = \frac{23 \cdot (\sqrt{13} - 1)}{6} \text{ (с)} \approx 11 \text{ (с)}$

1) $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$

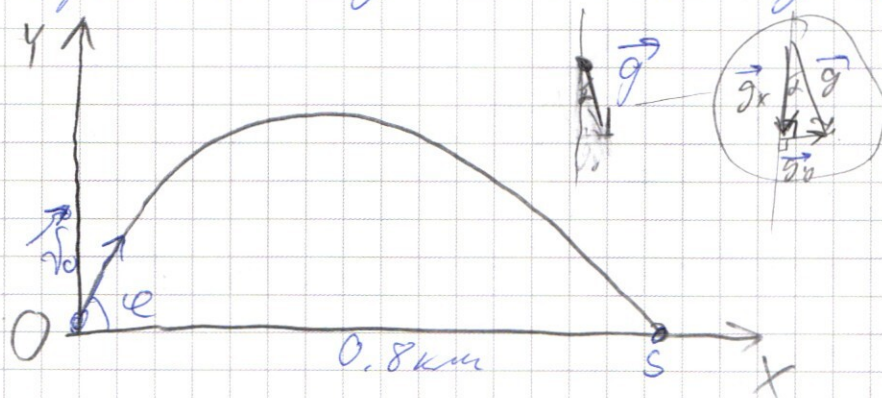
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2} (1, 2)$



Введём систему координат Ox - по направлению
полёту Oy - перпенд. оси O - точка
бросания где установлен аппарат.

$\vec{g}$ - ~~вектор~~ $\perp$ (перпенд.) земли
земля и склон составляют угол α
тогда угол между Oy и $\vec{g}$ $\neq$
проекция g на Ox это $g \cdot \sin \alpha$ на Oy - $g \cdot \cos \alpha$



v_x, v_y - скорости в любой момент по осям Ox и Oy

$x(t), y(t)$ - координаты в любой момент по осям.

$$\vec{v}_x = \vec{v}_0 \cdot \cos \varphi + t \cdot (\vec{g} \cdot \sin \alpha)$$

$$\vec{v}_y = \vec{v}_0 \cdot \sin \varphi + t \cdot (\vec{g} \cdot \cos \alpha)$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos \varphi + t \cdot (g \cdot \sin \alpha)$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \varphi - t \cdot (g \cdot \cos \alpha)$$

$\vec{g}$ параллел. Oy
и перпенд. Ox

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos \varphi \cdot t + \frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2}$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin \varphi \cdot t - \frac{g \cos \alpha \cdot t^2}{2}$$

x_0, y_0 - нач. координ. тела
 y axis $x_0 = y_0 = 0$

$$x(t) = v_0 \cos \varphi \cdot t + \frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2}$$

$$y(t) = v_0 \sin \varphi \cdot t - \frac{g \cos \alpha \cdot t^2}{2}$$

t_n - время от старта до падения.

$$x(t_n) = S = 800 \text{ м.}$$

$$y(t_n) = 0$$

$$\begin{cases} S = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot t_n + \frac{g \sin \alpha \cdot t_n^2}{2} \\ 0 = v_0 \cdot \sin \varphi \cdot t_n - \frac{g \cos \alpha \cdot t_n^2}{2} \end{cases}$$

$$v_0 = \frac{S - \frac{g \sin \alpha \cdot t_n^2}{2}}{\cos \varphi \cdot t_n}$$

$$v_0 = \frac{g \cos \alpha \cdot t_n^2}{2 \sin \varphi \cdot t_n}$$

$$u.15 = u_0 + a \cdot t$$

$$S = \frac{g \sin \alpha \cdot t_n^2}{\cos \varphi} = \frac{g \cdot \cos \alpha \cdot t_n}{\sin \varphi \cdot 2}$$

$$2 \sin \varphi \cdot S = g \sin \alpha \cdot t_n^2 = g \cos \alpha \cdot t_n \cdot \cos \varphi$$

$$\alpha = 30^\circ \quad \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$0 = v_0 \cdot \sin \varphi - \frac{g \cos \alpha}{2} t_n$$

$$t_n = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \varphi}{g \cdot \cos \alpha}$$

t_n - максимальное по усл.
 $2, v_0, \cos \alpha, g$ - сгруппированы.

$$\sin \varphi \leq 1$$

1 - достигн. при $\varphi = 90^\circ$

(Ответ: 1) $\varphi = 90^\circ$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

теперь подставим $t_n = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \varphi}{g \cdot \cos \alpha}$

$$S = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot t_n + \frac{g \sin \alpha \cdot t_n^2}{2}$$

$$\sin \alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$S = v_0^2 \cdot \frac{2 \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{g \cos \alpha} + \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot g \sin \alpha}{g \cdot \cos^2 \alpha \cdot 2}$$

$$S = v_0^2 \cdot \frac{\sin 2\varphi}{g \cdot \cos \alpha} + v_0^2 \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{g \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$\varphi = 90^\circ \quad \sin(90^\circ) = \sin(180^\circ) = 0 \quad (\sin 90^\circ)^2 = 1^2 = 1$$

$$\cos \alpha = \cos 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

~~$$S = 800 \cdot 15$$~~

$$S = v_0^2 \cdot \frac{1 \cdot 4}{10 \cdot \frac{3}{4}}$$

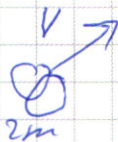
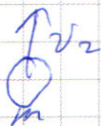
$$v_0^2 = \frac{S \cdot 15}{2} = \frac{800 \cdot 15}{2} = 400 \cdot 15 = 6000$$

$$v_0 = \sqrt{6000} = 10\sqrt{60} = 10 \cdot 2\sqrt{15} = 20\sqrt{15}$$

Ответ: (2) $v_0 = 20\sqrt{15}$

(1) $\varphi = 90^\circ$

Зад. №4. (1)



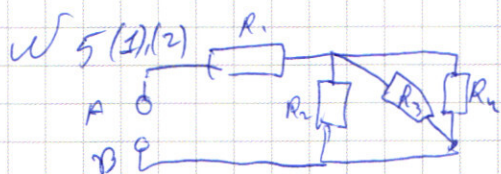
Для каждого внешнего импульса по действующим
законам ЗС и берем.

$$mv_1 + mv_2 = 2mv$$

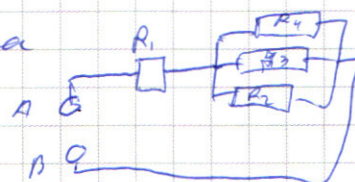
$$v_1 + v_2 = 2v$$

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{80 \text{ м/с} + 80 \text{ м/с}}{2} = \frac{160 \text{ м/с}}{2} = 80 \text{ м/с}$$

Ответ: (1) $v = 80 \text{ м/с}$



Экв. схема



R_2, R_3, R_4 - соединены параллельно
тогда R_{234} (соед.)

по формуле

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

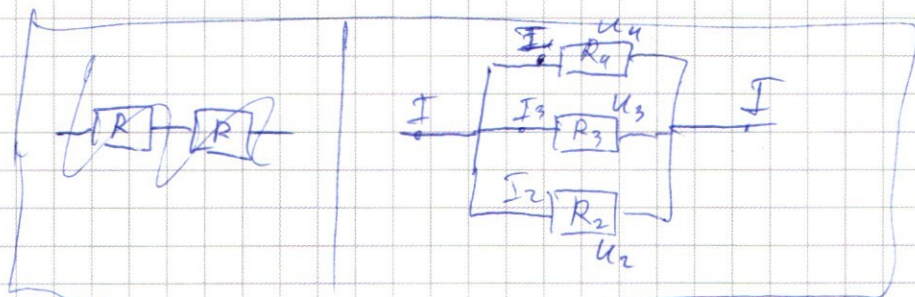
$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{4r} = \frac{2+2+1}{4r}$$

$$R_{234} = \frac{4r}{5} = \frac{4}{5}r = 0.8r$$

считаем.

$$R_{AB} = R_1 + R_{234} = 3r + \frac{4}{5}r = 3.8r$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$I = \frac{U}{R}$$

$$U = I \cdot R$$

$$r = 10 \text{ Ом}$$

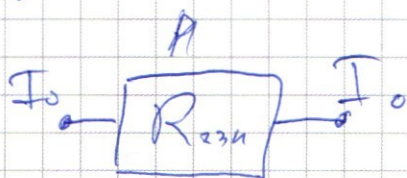


$$U = 38 \text{ В}$$

$$I_0 = \frac{38 \text{ В}}{3,8 \text{ Ом}} = 1 \text{ А}$$

$$R = 3,8 \text{ В} = 38 \text{ Ом}$$

при паралл. соедин. сила тока
равна.

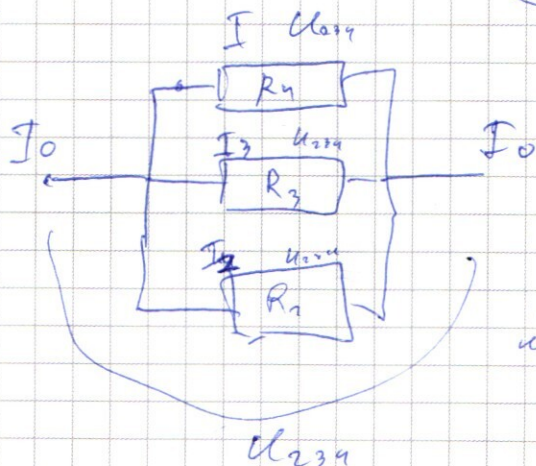


$$R_{234} = 0,8 \cdot r = 8 \text{ Ом}$$

$$U_{234} = I_0 \cdot R_{234} = 1 \cdot 8 \text{ Ом} = 8 \text{ В}$$

Катушка
этого
схемы

при паралл. соедин.
напряж. на каждом
из резисторов равно
напр. системы т.е.



$$U_4 = U_{234} = 8 \text{ В}$$

$$R_4 = 4 \cdot r = 40 \text{ Ом}$$

использ.
на изр.

$$I = \frac{U_{234}}{R_4} = \frac{8 \text{ В}}{40 \text{ Ом}} = \frac{1}{5} \text{ А} = 0,2 \text{ А}$$

Ответ: $R_{AB} = 3,8 \text{ Ом}$
 $I = 0,2 \text{ А}$

W4(2) в W4(1) движущимся $V = 70 \text{ м/с}$
~~тогда~~ ~~вот~~ энергия шариков будет
~~вот~~ ~~потенциальной~~ считать 0 (она не изменилась)

тогда их полное это кинет. эн.

E_{k1}, E_{k2} — энергии этих шариков

$$E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2} \quad E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2}$$

В нач. момент кинетия тела после столкновения
 двух шариков $E_0 = \frac{2m \cdot v^2}{2}$

изменение энергии

$$\Delta E = E_{k1} + E_{k2} - E_0 = \frac{mv_1^2 + mv_2^2 - 2mv^2}{2}$$

↑
 если эта энергия перешла в калорв.

$$\Delta E = [cm \Delta t = Q] \text{ кал.}$$

$$c \cdot 2m \Delta t = \Delta E_k = \frac{v_1^2 + v_2^2 - 2v^2}{2} \cdot m$$

$$\Delta t = \frac{(v_1^2 + v_2^2 - 2v^2)}{2 \cdot 2 \cdot c} = \frac{80^2 + 60^2 - 70^2 \cdot 2}{4 \cdot 130 \text{ Дж/кг} \cdot \text{с}} =$$

$$= \frac{100 (8^2 + 6^2 - 7^2 \cdot 2)}{4 \cdot 130} = \frac{25(2)}{130} = \frac{50}{130} = \frac{5}{13}$$

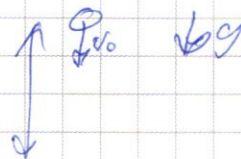
$$64 + 36 - \frac{98}{100} = 2$$

$$\text{Ответ: } \Delta t = \frac{5}{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

УЗД $h = 0,8 \text{ м.}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$

$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ $\vec{v}_0 = \vec{v}_0$ - начальная скорость - вертикаль h



$v(t) = gt$ т.к. $\vec{g}$ и $\vec{v}_0$ сонаправ. и $\vec{v}_0 = 0$

t_0 - время падения мячика
пусть траектория мячика

$S(t) = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$

$S(t) = \frac{gt^2}{2}$

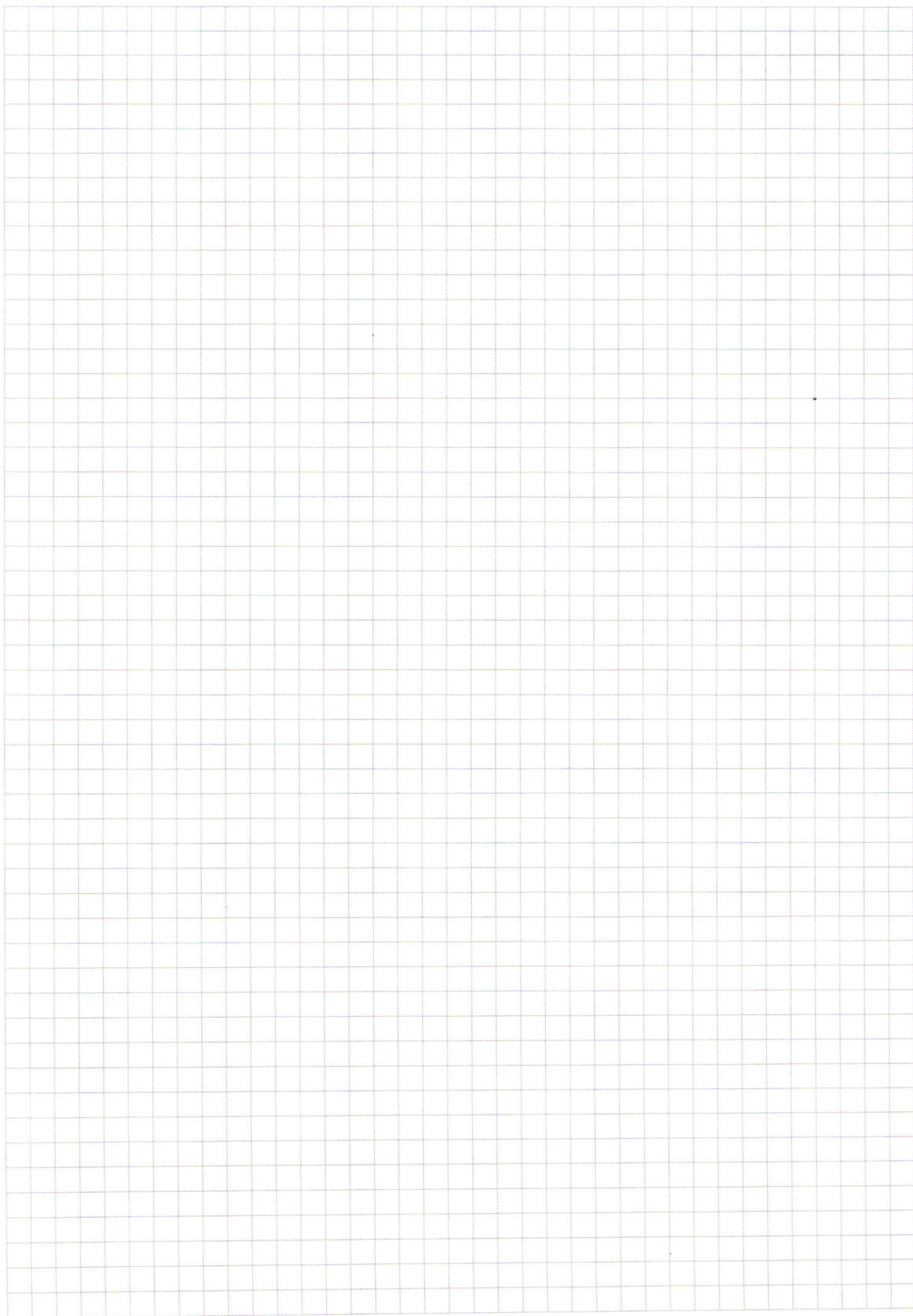
$S(t_0) = h = \frac{gt_0^2}{2}$

$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$v(t_0) = v_2 = gt_0 = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{\sqrt{g^3} \sqrt{2h}}{\sqrt{g}} = \sqrt{g2h}$

$v_2 = \sqrt{9,8 \cdot 10 \cdot 2} = \sqrt{196} = 14 \text{ м/с}$ (Ответ: $v_2 = 14 \text{ м/с}$)

Ответ: $v_2 = 14 \text{ м/с}$

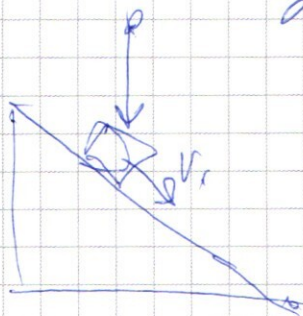


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$0 = v_0 \cdot \sin \varphi - \frac{g \cdot \cos \varphi}{2} t_n^2$$

$$s = \frac{v_0 \sin \varphi}{g \cdot \cos \varphi} t_n$$

W_3



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_0^2 (2 \sin \varphi \cos \varphi - 3 \sin \varphi \sin \varphi)$$

$$v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) - 3 \sin^2(\alpha)$$

11

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} S}{2S} = \frac{\sqrt{3} S}{4S} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} s\right)^2 = \frac{3s^2}{4} + \left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 = (2s)^2$$

$$\left(l - \frac{s}{2}\right)^2 = 3\frac{1}{4} s^2$$

$$p^2 - ps + \frac{s^2}{4} = 3\frac{1}{4}s^2$$

$$1^2 - 5 = 35^2$$

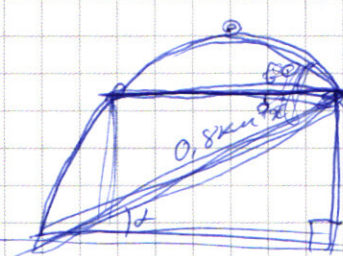
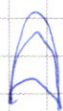
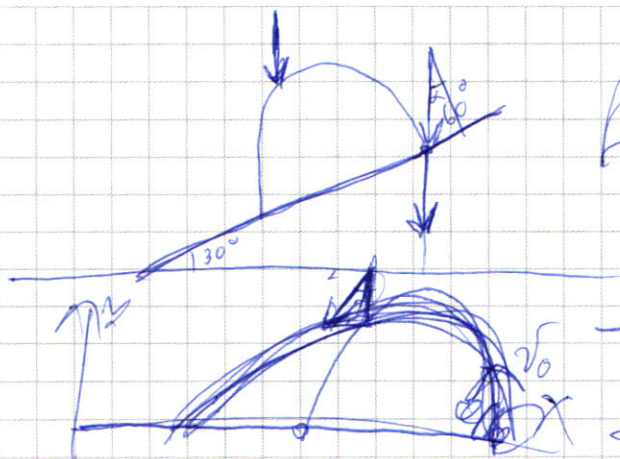
$$l(l-1) = 35^2$$

$$Q^2 = (35 - 1)5$$

$$175 = 200 + 15 = 23$$

$$4 - 1 = 3$$

$$\frac{23,3}{6} = \frac{23}{2} \approx 11,5$$



$\cos 30^\circ$

$\sin 30^\circ$

$$v_x = (v_0 \cos \varphi) t + v_0 \cdot \cos \varphi$$

$$v_y = (v_0 \sin \varphi) t + v_0 \cdot \sin \varphi$$

$$x = x_0 + v_{x0} \cdot t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y = y_0 + v_{y0} \cdot t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$S = v_x t_n + \frac{(v_0 \cos \varphi) t_n^2}{2}$$

$$0 = v_y t_n + \frac{(v_0 \sin \varphi) t_n^2}{2}$$

$$v_{y0} t_n = \frac{v_0 \sin \varphi t_n^2}{2}$$

$$v_y \cdot \sin \varphi = \frac{v_0 \sin \varphi}{2} t_n$$

$$t_n = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{\sin 2 \varphi \cdot g}$$

$$= \frac{2 v_0^2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{g \cdot \sin 2 \varphi}$$

$$S = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot \frac{2 v_0 \sin \varphi}{\sin 2 \varphi \cdot g} - \frac{\cos 2 \varphi}{2} \cdot \left(\frac{2 v_0 \cdot \sin \varphi}{\sin 2 \varphi} \right)^2$$

$$S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2 \varphi}{\sin 2 \varphi \cdot g} - \frac{\cos 2 \varphi \cdot v_0^2 \cdot (\sin \varphi)^2 \cdot \cos 2 \varphi}{g \cdot \sin 2 \varphi}$$

$$S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2 \varphi - v_0^2 \cdot 2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot (\cos 2 \varphi)}{g \cdot \sin 2 \varphi}$$