

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 09

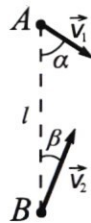
Вариант 09-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

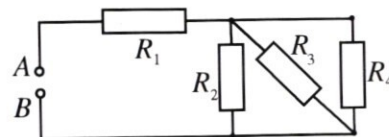
2) На сколько Δt ($^\circ\text{C}$) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг $\cdot^\circ\text{C}$). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

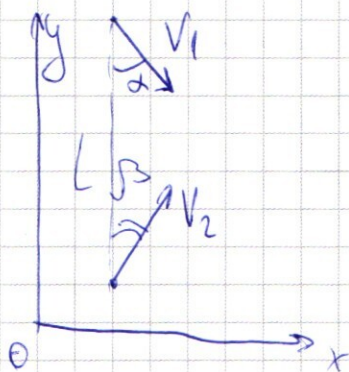
5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Т.н. проекции вектора, то
 $x = (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta)$

Оу: $V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$

$\sin \beta = \frac{V_1}{V_2} \sin \alpha$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 15 \\ 35 \\ 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Т.н. $S_{x1} = S_{x2}$ в любой момент
времени, то изменение расстояния будет

по оси Оу: $S_y = L - (V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha)t = 0$

$\sin \beta = \frac{1}{4}$
 $\sin \beta = 0.25$

$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - 0.0625} = \sqrt{0.9375}$
 $\cos \beta = \frac{\sqrt{13}}{4}$

$t = \frac{L - S}{V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha}$

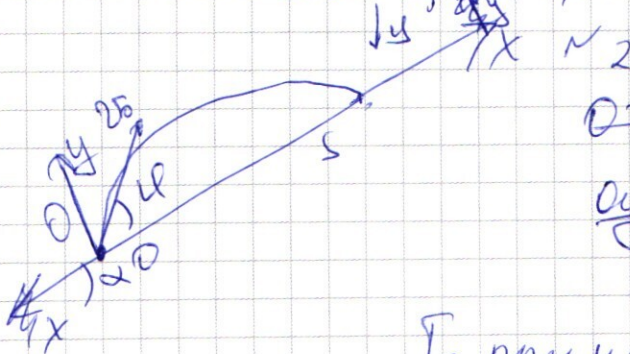
$$\begin{array}{r} 173 \overline{) 4000} \\ 16 \overline{) 41} \\ 13 \\ 12 \\ \hline 1 \end{array}$$

$t = \frac{103 - 770}{20 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} + 10 \cdot 0.5} = \frac{230}{5 + 5\sqrt{13}} = \frac{46}{1 + \sqrt{13}} = \frac{46}{1 + 3.6}$

$t \approx \frac{46}{4.6} = 10 \text{ c}$

Ответ: $t = 10 \text{ c}$

$2v \cos \varphi = g t_n$
 $v \cos \varphi t_n =$
 $t_n = \frac{2v \cos \varphi}{g}$



Ох: $v \cos \varphi t = x$

Оу: $v \sin \varphi t - \frac{g t^2}{2} = y$

Оу: $v \sin \varphi t - \frac{g t^2}{2} = y$

Тн при $y=0$

$t = \frac{2v \sin \varphi}{g}$

$t_{\max}$, когда $\sin \varphi = \max \Rightarrow \sin \varphi = 1, \varphi = 90^\circ$

$$x = -\frac{g \sin \alpha t^2}{2}$$

$$S = |x| = \frac{g \sin \alpha t^2}{2}$$

$$t = \frac{2v_0}{g \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow S = \frac{g \sin \alpha}{2} \cdot \frac{4v_0^2}{g^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}$$

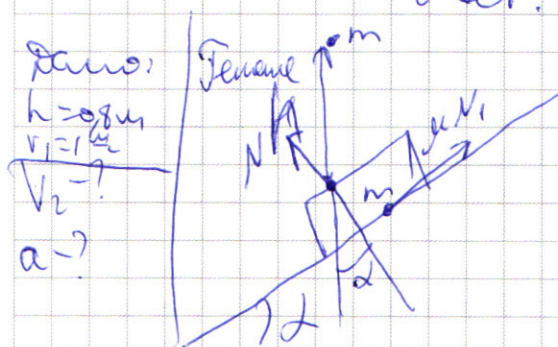
$$S = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}$$

$$v_0 = \cos \alpha \sqrt{\frac{gS}{2 \sin \alpha}}$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{10 \cdot 800}{2 \cdot 0.5}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{8000}$$

$$v_0 = \sqrt{6000} = 10\sqrt{60} \approx 78 \left(\frac{m}{c}\right)$$

Other: $\varphi = 90^\circ$
 $v_0 = 70 \frac{m}{c}$



Заменим закон изменения
 импульса для шарика:

$$N \cdot dt = m v_2 \cos \alpha$$

$$N = \frac{m v_2 \cos \alpha}{dt}$$

$$N_1 = mg + N = mg + \frac{m v_2 \cos \alpha}{dt} \approx \frac{m v_2 \cos \alpha}{dt}$$

$$\frac{m v_2^2}{2} = mgh$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$2ma_{\text{agg}} = \mu N_1$$

$$a_{\text{agg}} = \frac{\mu v_2 \cos \alpha}{2 dt}$$

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Delta v = -a_{\text{agg}} dt = \left(-\frac{\mu v_2 \cos \alpha}{2} = -v_2 \right)$$

$$\sin \alpha - \mu \cos \alpha = \frac{\mu}{2}$$

Заменим закон сопр. импульса для

шарика и бруска: $m v_2 \sin \alpha + m v_1 = 2m v_0$

$$\sqrt{2gh} \sin \alpha + v_1 = 2v_0$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{2gh} \sin \alpha + v_1}{2}$$

$$0 = \sqrt{2gh} \left(\frac{\sin \alpha}{2} - \mu \cos \alpha \right) + \frac{v_1}{2} = \sqrt{\frac{gh}{2}} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \frac{h}{2}$$

$$0 = \sqrt{\frac{h a^2}{2g}} + \frac{v_1}{2} \quad \frac{v_1}{2} = \sqrt{\frac{gh}{2}} \cdot \frac{a}{g} = a \sqrt{\frac{h}{2g}} \Rightarrow a = v_1 \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a = 1 \frac{4}{c} \sqrt{\frac{10^4}{20,8 \text{ кг/с}^2}} = \sqrt{\frac{50}{8}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2,5 \frac{м}{с^2}$$

ответ: $V_2 = 4 \frac{м}{с}$; $a = 2,5 \frac{м}{с^2}$

Дано:
 $c = 130 \frac{м}{с}$
 $V_1 = 140 \frac{м}{с}$
 $V_2 = 80 \frac{м}{с}$
 $V = ?$
 $\Delta t = ?$

Решение:

$$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = \frac{2mV^2}{2} + Q$$

$$3C \cdot m \cdot V_1 + m \cdot V_2$$

$$m \cdot V_1 \quad V_2 \cdot m$$

$$3C \cdot m \cdot V_1 + m \cdot V_2 = 2mV$$

$$V = \frac{V_2 - V_1}{2}$$

$$Q = m \left(\frac{V_1^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} - V^2 \right)$$

$$Q = m \left(\frac{V_1^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_2^2}{4} - \frac{V_1^2}{4} + \frac{V_1 V_2}{2} \right)$$

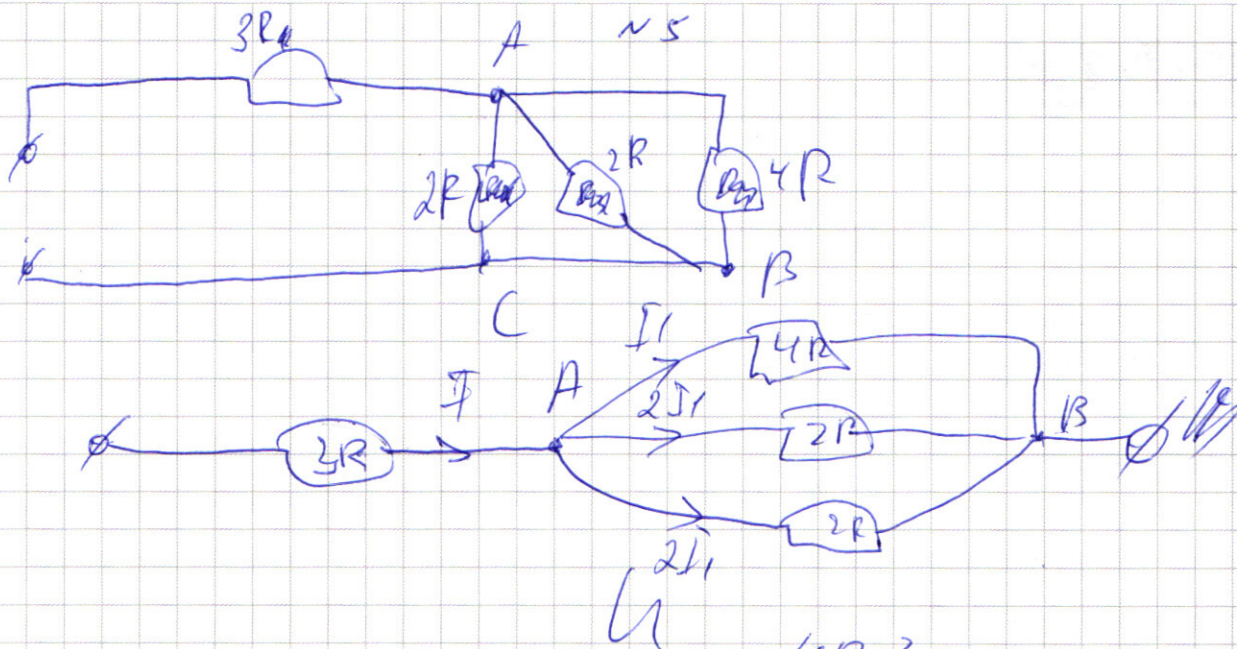
$$Q = m \left(\frac{V_1^2}{4} + \frac{V_2^2}{4} + \frac{V_1 V_2}{2} \right)$$

$$Q = \frac{m(V_1 + V_2)^2}{4}$$

$$2C m \Delta t = \frac{m(V_1 + V_2)^2}{4}$$

$$\Delta t = \frac{(V_1 + V_2)^2}{8c} = \frac{140^2}{8 \cdot 130} = \frac{9^2 \cdot 10^2 \cdot 2^2}{2^3 \cdot 10 \cdot 13} = \frac{7^2 \cdot 5}{13} = 19^{\circ}C$$

ответ: $19^{\circ}C$



$$R_{\text{экв}} = 3R + \frac{4R^2}{5R} = 3,8R$$

$$I = \frac{U}{3,8R} = 1A$$

$$I_1 = \frac{I}{5} = 0,2A$$

Ответ: $R_{AB} = 3,8R$; $I_1 = 0,2A$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

Дано:

$$C = 130 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$V_1 = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V_2 = 80 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V = ?$$

$$\Delta t = ?$$

два

Решение:

Запишем ЗСЭ для двух тел

$$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = \frac{2mV^2}{2} + Q, \text{ где}$$

Q — ~~выделенная~~ энергия, которая пошла на нагревание шаров.

$$Q = m \left(\frac{V_1^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} - V^2 \right)$$

Запишем 3-й закон сохр. импульса

для шаров (т.к. выделенный импульс):

$$x: mV_2 - mV_1 = 2mV$$

$$V = \frac{V_2 - V_1}{2} \quad V = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$Q = m \left(\frac{V_1^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{4} - \frac{V_2^2}{4} + \frac{V_1V_2}{2} \right)$$

$$Q = m \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right)^2$$

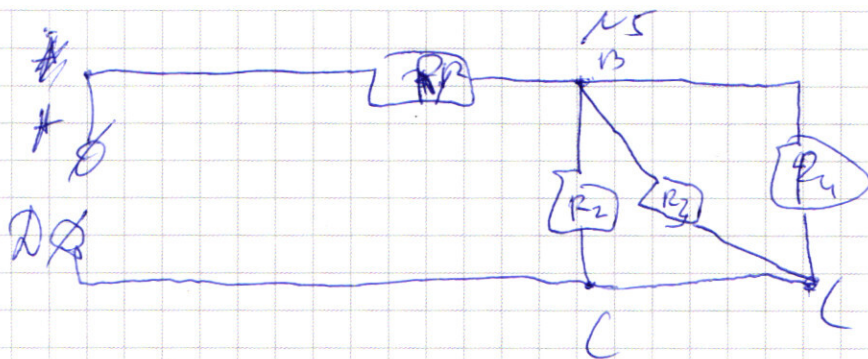
$$Q = 2Cm\Delta t$$

$$\Rightarrow 2C\Delta t = \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right)^2$$

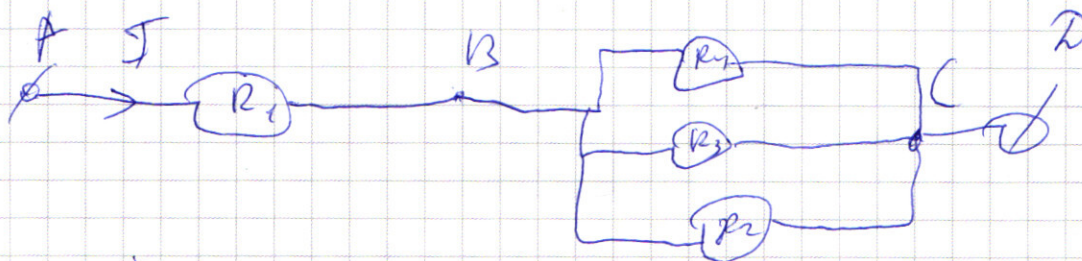
$$\Delta t = \frac{(V_1 + V_2)^2}{8C}$$

$$\Delta t = \frac{140^2}{8 \cdot 130} \approx 19^\circ\text{C}$$

Ответ: $V = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta t = 19^\circ\text{C}$.



Посмотрим экв. схему.



$$R_{\text{экв}} = R_1 + \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}$$

$$R_{\text{экв}} = 3,8 \Omega$$

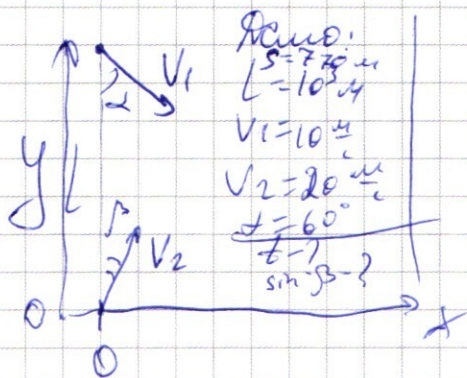
$$U_{AD} = U_0$$

$$I_{AD} = I = \frac{U_{AD}}{R_{\text{экв}}} = \frac{U_0}{R_{\text{экв}}} = \frac{U_0}{3,8 \Omega}$$

$$I = 1 \text{ A}$$

Итого: $R_{\text{экв}} = 3,8 \Omega$, $I = 1 \text{ A}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Затем з-и движению по оси
горизонтального тела:

$$x_1 = v_1 \sin \alpha t$$

$$x_2 = v_2 \sin \beta t$$

$$y_1 = L - v_1 \cos \alpha t$$

$$y_2 = v_2 \cos \beta t$$

Т.к. в момент времени t_B в какой-то
момент времени t_B $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$

$$v_1 \sin \alpha t_B = v_2 \sin \beta t_B$$

$$\sin \beta = \frac{v_1}{v_2} \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,41$$

Очевидно, что при движении по оси
горизонтального тела x проходит равно то же расстояние

в одно и то же расстояние между телами по оси x
 $x_1 - x_2 = 0$ по в какое время до встречи, т.е.

$$S = L_y = y_1 - y_2$$

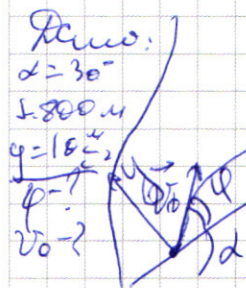
$$S = L - (v_1 \cos \alpha t + v_2 \cos \beta t)$$

$$t = \frac{L - S}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

$$L = \frac{1000 - 770}{10 \cdot 0,5 + 20 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4}} = \frac{230}{5 + 5\sqrt{13}} \approx 10 \text{ м}$$

Ответ: $\sin \beta = 0,41$; $t \approx 10$.



Вниманием траекторию
 тела по осям x, y
 $x: v_0 \cos \varphi t - \frac{g \sin^2 \alpha}{2} t^2 = x_0$

$$y: v_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos^2 \alpha}{2} t^2 = y_0$$

Пребудем, во t_n - время, когда $y_0 = 0$,
 при этом $t_n \neq 0$

$$v_0 \sin \varphi - \frac{g \cos^2 \alpha}{2} t = 0$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos^2 \alpha}$$

Пребудем, во t - max, когда $\sin \varphi$ - max, т.е. все ост.
 постоянные.

$$\sin \varphi_{\max} = 1 \Rightarrow \boxed{\varphi = 90^\circ}$$

φ

$$S = |x| = \left| v_0 \cos \varphi t - \frac{g \sin^2 \alpha}{2} t^2 \right|$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow S = \frac{g \sin^2 \alpha \cdot \frac{4 v_0^2}{g^2 \cos^4 \alpha}}{2} = \frac{2 v_0^2 \sin^2 \alpha}{g \cos^2 \alpha}$$

$$v_0 = \cos \alpha \sqrt{\frac{g S}{2 \sin^2 \alpha}}$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{10 \cdot 800}{2 \cdot 0,5}} \approx 78 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

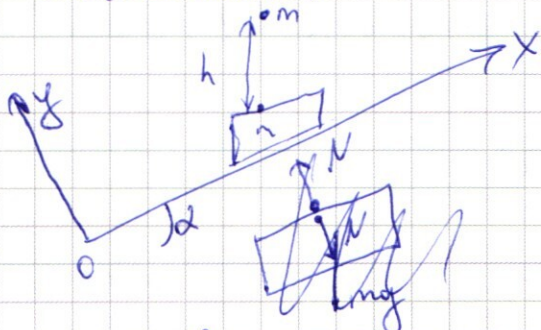
Ответ: $\varphi = 90^\circ$; $v_0 = 78 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3

Дано:
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$
 $R = 0,8 м$
 $V_1 = 1 \frac{м}{с}$
 $V_2 = ?$
 $a = ?$

Решение:



Заменим $3(Э) g \sin \alpha$
масса

$$m \frac{V_2^2}{2} = mgh$$

$$V_2 = \sqrt{2gh} \quad V_2 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} \quad V_2 = 4 \frac{м}{с}$$

Заменим $3(Э) g \sin \alpha$ значением

интеграла для энергии по оси y:

$$m v_2 \cos \alpha = N dt$$

$$N = \frac{m v_2 \cos \alpha}{dt}$$

Заменим $3(Э) g \sin \alpha$ значением для блока и шарика (т.е. они движутся)

$$\sum \vec{F} = 2m \vec{a}_1$$

$$\vec{N}_1 + \vec{F}_{тр} + m \vec{g} + \vec{N} = 2m \vec{a}_1$$

$$y: 0 = N_1 = N + mg \cos \alpha$$

$$x: 2ma_1 = F_{тр} = \mu N_1 = \mu (N + mg \cos \alpha)$$

$$2ma_1 = \mu \left(\frac{m v_2 \cos \alpha}{dt} + mg \cos \alpha \right)$$

$$\text{Т.е. } dt \rightarrow 0, \text{ то } mg \cos \alpha \ll \frac{m v_2 \cos \alpha}{dt}$$

$$2ma_1 = \mu \frac{m v_2 \cos \alpha}{dt}$$

$$a_1 = \frac{\mu v_2 \cos \alpha}{2dt}$$

$$\text{Т.е. } \text{создавание } dv \text{ за } dt, \text{ то } \Delta v = a_1 dt$$

$$\Delta v = \frac{\mu v_2 \cos \alpha}{2}$$

Запишем закон сохранения импульса по горизонтальной оси и энергии по оси x :

$$mV_1 + mV_2 \sin \alpha = 2mV_0$$

$$V_0 = \frac{V_1 + V_2 \sin \alpha}{2}$$

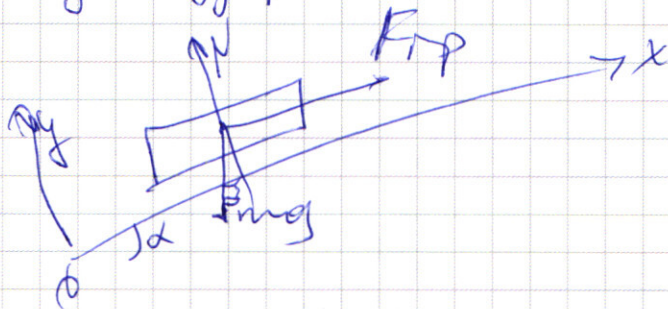
т.к. брусок и шарик останавливаются, то, очевидно

$$V_0 = 0$$

$$\frac{V_1 + V_2 \sin \alpha}{2} = \frac{\mu V_2 \cos \alpha}{2}$$

$$V_1 + V_2 (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = 0 \Rightarrow \mu \cos \alpha - \sin \alpha = -\frac{V_1}{V_2}$$

Запишем II закон Ньютона для бруска до соударения



$$x: ma = mg \sin \alpha - F_{тр}$$

$$y: 0 = N - mg \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{тр} = \mu N \text{ (т.к. есть относительная скорость)}$$

составляющая скорости).

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = -g \frac{V_1}{V_2}$$

$$a = -g \frac{V_1}{\sqrt{2gh}} = -V_1 \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$a = -1 \cdot \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 0,8}} = -\frac{5}{2} = -2,5 \frac{м}{с^2}$$

$$\text{т.е. Ответ: } V_2 = 4 \frac{м}{с}; a = -2,5 \frac{м}{с^2} \text{ (т.е. от горизонтальной)}$$