

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 09

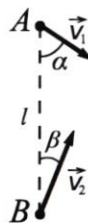
Вариант 09-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?



2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

3. Вниз по шероховатой наклонной плоскости равнозамедленно движется брусок. В тот момент, когда скорость бруска равна $V_1 = 1$ м/с, на брусок падает пластилиновый шарик и прилипает к нему, а брусок останавливается. Движение шарика до соударения – свободное падение с высоты $h = 0,8$ м с нулевой начальной скоростью.

1) Найдите скорость V_2 шарика перед соударением.

2) Найдите величину a ускорения бруска перед соударением.

Массы бруска и шарика одинаковы.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Быстрые процессы торможения бруска и деформации пластилина заканчиваются одновременно. В этих процессах действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

4. Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1) С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?

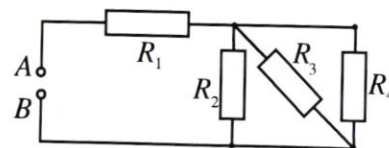
2) На сколько Δt (°C) повысится температура шариков?

Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг·°C). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

5. Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов $R_1 = 3 \cdot r$, $R_2 = R_3 = 2 \cdot r$, $R_4 = 4 \cdot r$. На вход АВ схемы подают напряжение $U = 38$ В.

1) Найдите эквивалентное сопротивление R_{AB} цепи.

2) Какой силы I ток будет течь через резистор R_4 при $r = 10$ Ом?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Дано:

$l = 1 \text{ км}$ $\frac{\text{СИ}}{1000 \text{ м}}$

$v_1 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\alpha = 60^\circ$

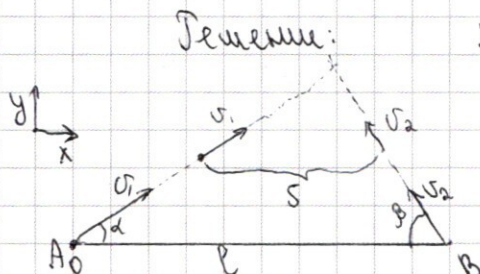
$v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\sin \beta = ?$

$S = 770 \text{ м}$

$T = ?$

Решение:



1) При столкновении двух тел их координаты одинаковы.

$$\begin{cases} y_1 = 0 + v_1 \sin \alpha \cdot t \\ y_2 = 0 + v_2 \sin \beta \cdot t \\ y_1 = y_2 \end{cases}$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$\sin \beta = \frac{v_1 \sin \alpha}{v_2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

2) Расстояние между телами по оси Oy неизменно и равно нулю.

Расстояние между телами по оси Ox

варьируется следующей формулой:

$$S = l - v_1 \cos \alpha \cdot T - v_2 \cos \beta \cdot T, \text{ где } \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{13}}{4};$$

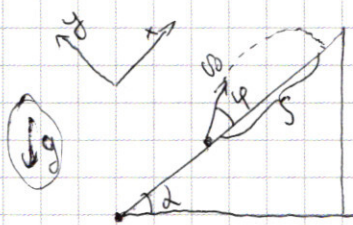
$$T(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) = l - S$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{l - S}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta} = \frac{l - S}{v_1 \cos \alpha + v_2 \sqrt{1 - \frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{v_2^2}}} = \frac{230}{5 + 5\sqrt{13}} = \\ &= \frac{46}{1 + \sqrt{13}} = \frac{46(\sqrt{13} - 1)}{12} = \frac{23(\sqrt{13} - 1)}{6} \text{ секунд} \end{aligned}$$

Ответ: $\sin \beta = \frac{v_1 \sin \alpha}{v_2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$; $T = \frac{l - S}{v_1 \cos \alpha + v_2 \sqrt{1 - \frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{v_2^2}}} = \frac{23(\sqrt{13} - 1)}{6} \text{ секунд.}$

Задача 2:
 Дано: $\alpha = 30^\circ$
 $S = 0,8 \text{ км} = 800 \text{ м}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $\varphi = ?$
 $V_0 = ?$

Решение:



1) Пусть OX будет направлена по направлению движения, а OY — перпендикулярно:

$$V_0 \sin \varphi \cdot t - \frac{g \cos \alpha \cdot t^2}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = V_0 \cos \varphi \cdot t - \frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2} \\ t = \frac{2 V_0 \sin \varphi}{g \cos \alpha} \text{ и т.д.} \end{cases}$$

тогда найдем $g \sin \alpha \cdot t = V_0 \cos \varphi$

Подставим в 2 и 3 уравнения системы

$$\frac{2 g \sin \alpha \cdot V_0 \sin \varphi}{g \cos \alpha} = V_0 \cos \varphi$$

$$\operatorname{ctg} \varphi = 2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \sqrt{3}}{3}; \Rightarrow \sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\varphi = \arccos \left(\frac{2 \sqrt{3}}{3} \right)$$

2)

$$S = V_0 \cos \varphi \cdot t - \frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2}$$

$$S = \frac{2 V_0^2 \cos \varphi \sin \varphi}{g \cos \alpha} - \frac{4 V_0^2 \sin^2 \varphi \sin \alpha \cdot g}{2 g^2 \cos^2 \alpha}$$

$$S = \frac{2 V_0^2}{g \cos \alpha} \left(\cos \varphi \sin \varphi - \frac{\sin^2 \varphi \sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

$$V_0^2 = \frac{g \cos \alpha \cdot S}{2 \sin \varphi (\cos \varphi - \sin \varphi \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{10 \cdot \sqrt{3} \cdot 800 \cdot \sqrt{7}}{4 \cdot \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{7}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)} = \frac{2000 \cdot 7}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = 1400 \frac{3 \sqrt{2}}{2}$$

$$V_0 = \sqrt{14000} = 20 \cdot \sqrt{35} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

При возвращении $S = (V_0 \cos \varphi \cdot t + \frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2})$

$$S = \frac{2 V_0^2}{g \cos \alpha} \left(\cos \varphi \sin \varphi + \frac{\sin^2 \varphi \sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

$$V_0^2 = \frac{14000}{\sqrt{4} + \sqrt{2}} = \frac{14000}{3}$$

$$V_0 = 20 \cdot \sqrt{\frac{35}{3}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: угол $\varphi = \arccos \left(\frac{2 \sqrt{3}}{3} \right) = \arccos \left(\frac{2 \sqrt{3}}{3} \right)$. Скорость возврата $V_0 = \sqrt{\frac{g \cos \alpha \cdot S}{2 \sin \varphi (\cos \varphi \mp \sin \varphi \operatorname{tg} \alpha)}} = 20 \sqrt{35}; 20 \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{3}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3:

Дано: μ

$$m_1 = m_2 = m$$

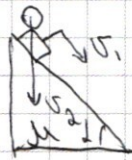
$$v_1 = 4 \frac{m}{c}$$

$$h = 0,8 m$$

$$v_2 = ?$$

$$a = ?$$

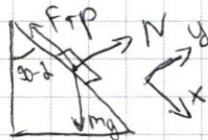
Решение:



Шар набрал скорость за счет падения
с высоты h , тогда его скорость будет:

$$1) \frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = 4 \frac{m}{c}$$

2) Нарисуем все силы, действующие на брусок до
удара:



Оу:

$$N = mg \cos \alpha$$

$$a = 0$$

Ох: По II закону Ньютона:

$$ma = mg \sin \alpha - \mu N$$

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = g (\sin \alpha - \frac{v_1}{v_2} \sin \alpha)$$

$$a = -\frac{gv_1}{v_2} = -\frac{gv_1}{\sqrt{2gh}} = -2,5 \frac{m}{c^2}$$

Зная что изменение импульса
на время есть сила реакции: (демпинг)

$$Ox: \frac{mv_1 + mv_2 \sin \alpha}{t} = F_{rp}$$

$$Oy: \frac{mv_2 \cos \alpha}{t} = N$$

$$\mu = \frac{F_{rp}}{N} = \frac{mv_1 + mv_2 \sin \alpha}{mv_2 \cos \alpha} = \frac{v_1}{v_2 \cos \alpha} + \tan \alpha$$

Ответ: Скорость шарика перед соударением $v_2 = \sqrt{2gh} = 4 \frac{m}{c}$, ускорение
бруска перед соударением $a = -\frac{gv_1}{\sqrt{2gh}} = -2,5 \frac{m}{c^2}$.

Задача 4:

Дано:

$$v_1 = 60 \frac{м}{с}$$

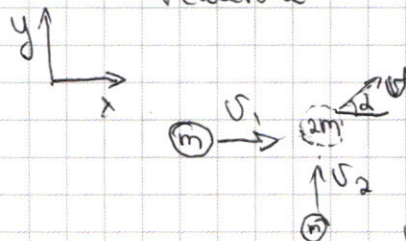
$$v_2 = 80 \frac{м}{с}$$

$$c = 1308 \frac{м}{с \cdot K}$$

$$V = ?$$

$$\Delta t = ?$$

Решение:



1) По закону сохранения энергии, тогда:

или:

$$\begin{cases} mv_1 = 2mV \cos \alpha \\ mv_2 = 2mV \sin \alpha \end{cases}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}; \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$V = \frac{v_1}{2 \cos \alpha} = \frac{60}{2 \cdot 3} = 50 \frac{м}{с}$$

По закону сохранения энергии

энергии поле (полная энергия):

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = mV^2 + Q, \text{ где } Q = \lambda m \Delta t$$

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} - V^2 = 2c \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\frac{v_1^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} - V^2}{2 \cdot c} = \frac{1800 + 3200 - 2500}{260} =$$

$$= \frac{2500}{260} = \frac{250}{26} = 9 \frac{18}{13} ^\circ C$$

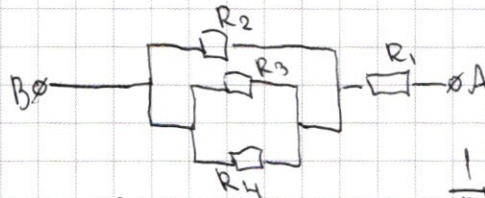
Ответ: Скорость сближения шариков $V = 50 \frac{м}{с}$. Температура шариков повысилась на $\Delta t = 9 \frac{18}{13} ^\circ C$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5:
Дано: Cu
 $R_1 = 3\Gamma$
 $R_2 = R_3 = 2\Gamma$
 $R_4 = 4\Gamma$
 $U = 38\text{ В}$
 $R_{AB} = ?$
 $r = 10\text{ Ом}$
 $I_4 = ?$

Решение:

Перерисовать цепь



1)

Путь сопротивления участка
параллельного соединения
 R_3 и $R_4 \rightarrow R'$
 R' и $R_2 \rightarrow R''$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$R' = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2\Gamma \cdot 4\Gamma}{6\Gamma} = \frac{4}{3}\Gamma$$

$$R'' = \frac{R' R_2}{R' + R_2} = \frac{\frac{4}{3}\Gamma \cdot 2\Gamma}{\frac{4}{3}\Gamma + 2\Gamma} = \frac{4}{5}\Gamma$$

$$R_0 = R_1 + R'' = \frac{19}{5}\Gamma = R_{AB}$$

$$2) I_0 = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{38,5}{19 \cdot 10} = 2\text{ А}$$

$$I'' = I_0;$$

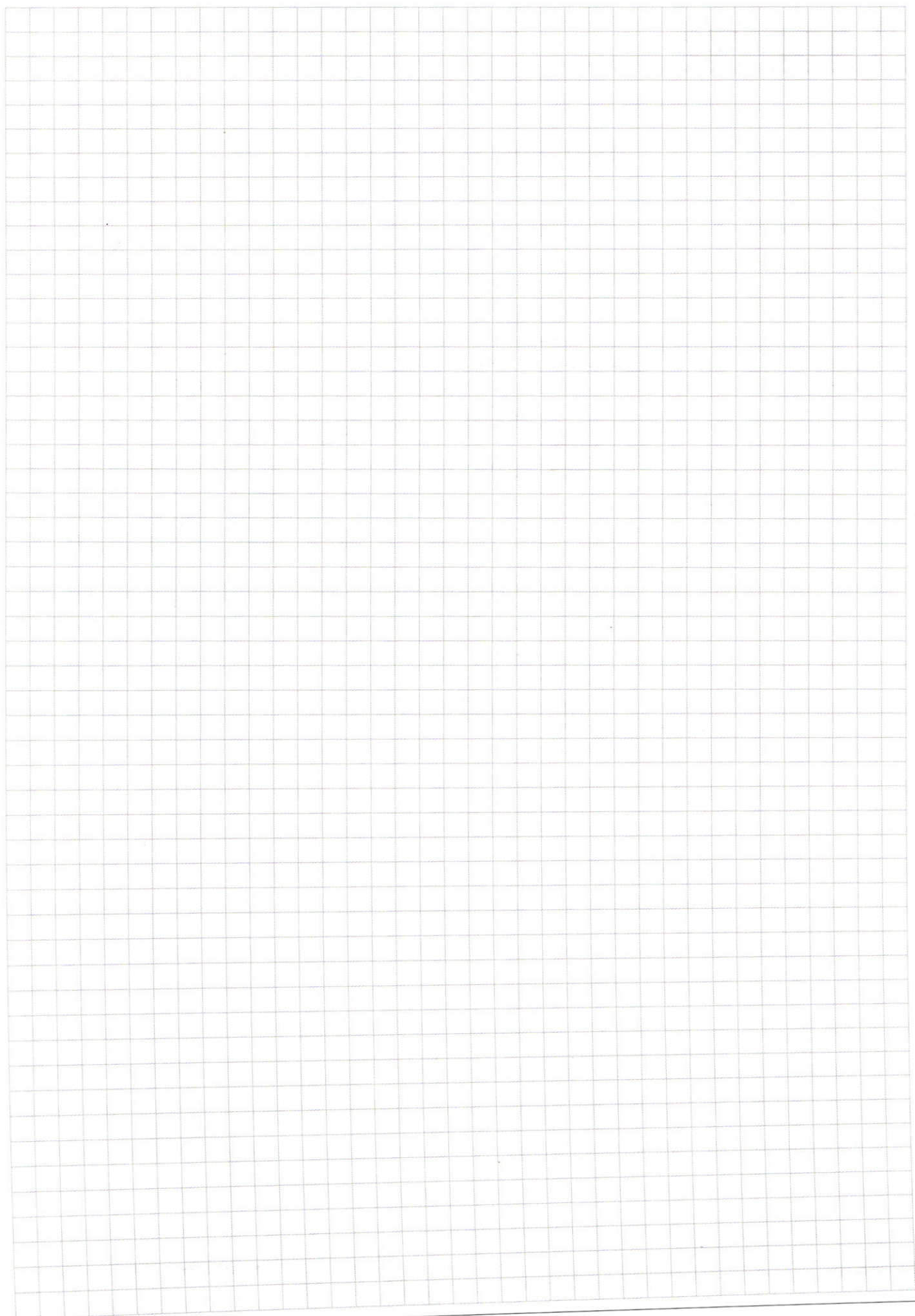
$$I' + I_2 = I''$$

$$I' \cdot R' = I_2 R_2 \Rightarrow I' (R' + R_2) = I'' R_2$$

$$I' = \frac{I'' R_2}{R' + R_2} = \frac{2\Gamma \cdot 3}{\frac{4}{3}\Gamma + 2\Gamma} = 0,6\text{ А}$$

$$I_4 = \frac{I' \cdot R_3}{R_3 + R_4} = \frac{3 \cdot 2}{5(2+4)} = 0,2\text{ А}$$

Ответ: общее сопротивление цепи $R_{AB} = \frac{19}{5}\Gamma = 38\text{ Ом}$, при заданных подходе на-
пряжении, если $r = 10\text{ Ом}$. Ток текущий через резистор 4: $I_4 = 0,2\text{ А}$.

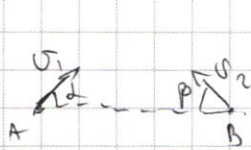


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1
 $l = 5000 \text{ м}$
 $v_1 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $\alpha = 60^\circ$
 $v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $\sin \beta = ?$



$x = v_1 \cos \alpha t = v_2 \cos \beta t$
 $(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) t = l$

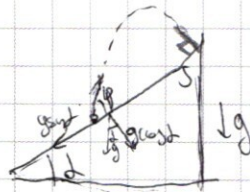
$l - v_2 \cos \beta t = l - v_1 \cos \alpha t$

$t(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) = l - l$
 $t_1 = \frac{l - l}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta}$

$\sin \beta = \frac{v_1 \sin \alpha}{v_2} = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
 $\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{13}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$

$S = (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) t$
 $T = \frac{S}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta} = \frac{1770}{10 + 5\sqrt{3}}$

2
 $\alpha = 30^\circ$
 φ
 $t_{\text{max}} = \text{max}$
 $S = 0,8 \text{ км}$
 $u = ?$
 $v_0 = ?$



$S = v_0 \cos \varphi \cdot t - \frac{g \sin^2 \alpha \cdot t^2}{2}$
 $g \sin \alpha \cdot t = v_0 \cos \varphi$

$\frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos \alpha} = t$

$S = v_0 \cos \varphi \cdot t - \frac{g \sin^2 \alpha \cdot t^2}{2}$
 $v_0 \sin \varphi \cdot t = \frac{g \cos \alpha \cdot t^2}{2}$
 $t = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g \cos \alpha}$
 $S = v_0 \cos \varphi \cdot t - \frac{v_0 \cos \varphi \cdot t^2}{2}$

$S = \frac{2 v_0^2 \cos \varphi \sin \varphi}{g \cos \alpha} - \frac{2 v_0^2 \sin^2 \varphi \sin \alpha \cdot g}{2 g \cos \alpha}$
 $\frac{2 v_0^2 g \sin \alpha \sin \varphi}{g \cos \alpha} = v_0 \cos \varphi$

$\cot \varphi = \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$S = \frac{2 v_0^2 \cos \varphi \sin \varphi}{g \cos \alpha} - \frac{2 v_0^2 \sin^2 \varphi \sin \alpha}{g \cos \alpha}$

$S = \frac{2 v_0^2}{g \cos \alpha} \left(\cos \varphi \sin \varphi - \frac{\sin^2 \varphi \sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$

$\frac{S \cdot g \cos \alpha}{2 v_0^2} = \frac{2 \sin \varphi \cos \varphi - \sin^2 \varphi \tan \alpha}{2}$

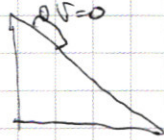
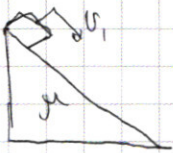
$v_0^2 = \frac{S \cdot g \cos \alpha}{2 \sin \varphi (\cos \varphi - \sin \varphi \tan \alpha)}$

$v_0^2 = \frac{800 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right)}$

$v_0^2 = \frac{2000 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot (\sqrt{3} - 1)} = \frac{2000 \cdot 7}{2} = 14000 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$

$v_0 = \sqrt{14000} = \sqrt{\frac{14000}{3}} = \sqrt{\frac{14000}{3}} \cdot 20$

$v_0 = \sqrt{14000} \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 20 =$



$$mgh = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{6} = 2.4 \frac{m}{c}$$



$$\frac{mv_1 + mv_2 \sin \alpha}{m \cos \alpha} = F + p$$

$$\mu \cos \alpha = g \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{v_1}{v_2 \sin \alpha} + \tan \alpha$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = A_{\text{ср}} \quad a = g(\sin \alpha - 0.25 - \sin \alpha) = 2.5 \frac{m}{c^2}$$

$$A_{\text{ср}} = \frac{m}{2} (v_1^2 + v_2^2)$$

$$\frac{\Delta p_1}{t} = F_{\text{тр}} \quad \frac{\Delta p_1}{t} = N \quad \mu = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{v_1}{v_2} = 0.25 \quad \Delta p_1 = m v_1 \quad \Delta p_2 = m v_2$$

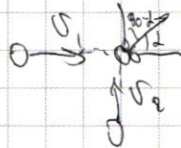
$$2\mu \cos \alpha = 2\mu \sin \alpha \quad \mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

4

$$\frac{v_1}{v_2} = 0.25 \quad v_2 = 80 \frac{m}{c} \quad v_1 = 20 \frac{m}{c} \quad \Delta t = 1 \quad c = 130 \frac{m}{c}$$



$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mv'^2}{2} + Q_{\text{ср}} \Delta t$$

$$26 \times 9 = 244$$

$$\begin{cases} m v_1 = 2m v' \cos \alpha \\ m v_2 = 2m v' \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v' \cos \alpha = \frac{v_1}{2} \\ v' \sin \alpha = \frac{v_2}{2} \end{cases}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$v' = \frac{v_1}{2 \cos \alpha} = \frac{60}{2 \cdot 0.8} = 37.5$$

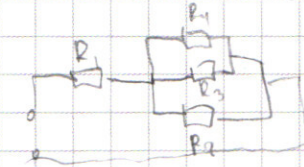
$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{25}{9}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} \quad \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\Delta t = \frac{\frac{v_1^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} - v'^2}{ac}$$

5

$$\begin{aligned} R_1 &= 3r \\ R_2 &= R_3 = 2r \\ R_4 &= 4r \\ R_{\text{вс}} &= ? \\ I_4 &= ? \end{aligned}$$



$$U = 28$$

$$I_0 = \frac{U}{R_0} = \frac{28 \cdot 3}{190} = \frac{3}{5} \text{ A} = 0.6 \text{ A}$$

$$R' = \frac{2r \cdot 4r}{6r} = \frac{4}{3} r$$

$$R'' = \frac{10}{3} r$$

$$R_0 = \frac{19}{3} r$$

$$\begin{cases} I_2 + I' = I_0 \\ I_2 R_2 = I' R' \end{cases} \quad I_2 = I_0 - I'$$

$$I_0 R_2 - I' R_2 = I' R'$$

$$I' (R' + R_2) = I_0 R_2$$

$$I' = \frac{I_0 R_2}{R' + R_2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 3}{5 \cdot 10} = \frac{9}{25} = 0.36 \text{ A}$$

$$I_3 + I_4 = I'$$

$$I_3 R_3 = I_4 R_4$$

$$I' R_3 = I_4 (R_3 + R_4)$$

$$I_4 = \frac{I' R_3}{R_3 + R_4} = \frac{9 \cdot 2}{25(2+4)} = \frac{3}{25} = 0.12 \text{ A}$$



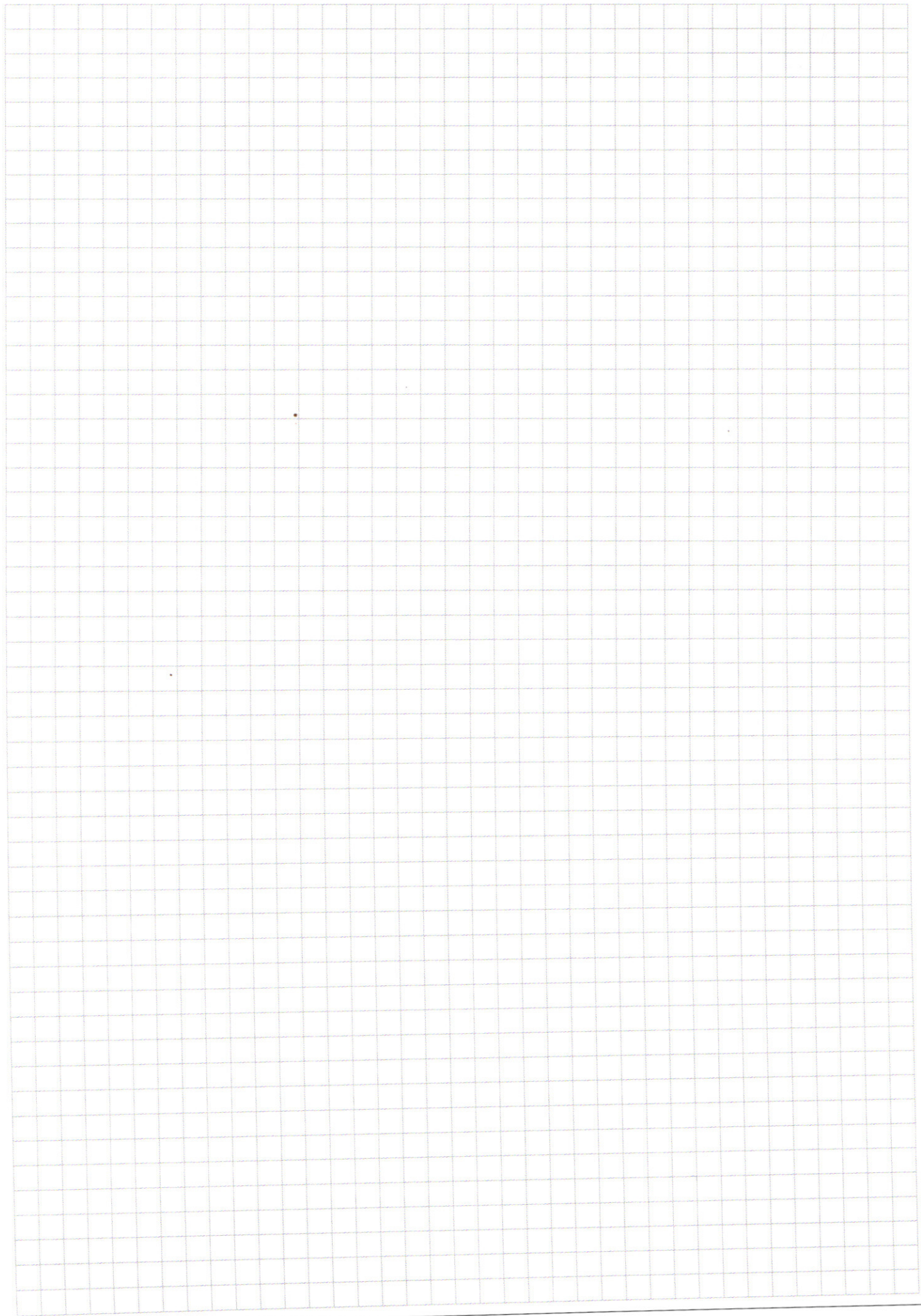
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)