

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~3

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$$

$$(x+3)(\sqrt{x^3-x+10} - (x+2)) = 0$$

$$\begin{cases} x+3=0 \\ \sqrt{x^3-x+10} - (x+2)=0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^3-x+10} - (x+2)=0$$

$$\begin{cases} x_1 = -3 \\ \sqrt{x^3-x+10} = x+2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = x+2 \text{ (возведем в квадрат)}$$

$$x^3-x+10 = (x+2)^2$$

$$x^3-x+10 - (x^2+4x+4) = 0$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

$$x^2(x-2) + x^2-5x+6=0$$

$$x^2(x-2) + (x-2)(x-3)=0$$

$$(x-2)(x^2+x-3)=0$$

$$\begin{cases} x-2=0 \\ x^2+x-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x^2+x-3=0 \end{cases}$$

$$x^2+x-3=0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-3) \cdot 1 = 1 + 12 = 13$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$x_4 = \frac{-\sqrt{13}-1}{2}$$

Проверка:

Если x_1 - корень, то

$$x_1^3 - x_1 + 10 \geq 0$$

$$-27 + 3 + 10 \geq 0 \quad -14 \geq 0, \text{ что неверно}$$

~3

Значит x_1 - не корень

Пусть x_2 - корень, тогда:

$$x_2^3 - x_2 + 10 \geq 0$$

$$8 - 2 + 10 \geq 0$$

$16 \geq 0$, значит x_2 - корень

Пусть x_3 - корень, тогда:

$$x_3^3 - x_3 + 10 \geq 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)^3 - \frac{\sqrt{13}-1}{2} + 10 \geq 0$$

$$\frac{(\sqrt{13}-1)^3 - 8(\sqrt{13}-1) + 80}{8} \geq 0$$

$$(\sqrt{13}-1)^2 - 4)(\sqrt{13}-1) + 80 \geq 0$$

$$(1+13-2\sqrt{13}-4)(\sqrt{13}-1)+80 \geq 0$$

$$(10-2\sqrt{13})(\sqrt{13}-1)+80 \geq 0$$

$$10\sqrt{13} - 2 \cdot 13 = 10 + 12\sqrt{13} + 80 \geq 0$$

$$12\sqrt{13} - 26 - 10 + 80 \geq 0$$

$$12\sqrt{13} + 44 \geq 0$$

Значит x_3 - корень

Пусть x_4 - корень, тогда:

$$x_4^3 - x_4 + 10 \geq 0$$

$$\left(\frac{-\sqrt{13}-1}{2}\right)^3 - \frac{-\sqrt{13}-1}{2} + 10 \geq 0$$

$$\frac{84(\sqrt{13}+1) - (\sqrt{13}+1)^3 + 80}{8} \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~3

$$(4 - (\sqrt{13} + 1)^2)(\sqrt{13} + 1) + 80 \geq 0$$

$$(4 - \sqrt{13})(2 + \sqrt{13} + 1)(\sqrt{13} + 1) + 80 \geq 0$$

$$(1 - 13)(3 + \sqrt{13}) + 80 \geq 0$$

$$-12(3 + \sqrt{13}) + 80 \geq 0$$

$$80 - 36 - 12\sqrt{13} \geq 0$$

$$44 - 12\sqrt{13} \geq 0$$

$$22 - 3\sqrt{13} \geq 0$$

$$22 \geq 3\sqrt{13}$$

$$\sqrt{484} \geq \sqrt{117}$$

$$\sqrt{484} \geq \sqrt{117}$$

значит x_1 - корень

Ответ: $2; \frac{\sqrt{13}-1}{2}; -\frac{\sqrt{13}-1}{2}$

~5

$$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7, \text{ н.к. } 5 \cdot 2 \geq 10, 5 \cdot 5 \geq 10, 5 \cdot 7 \geq 10, 7 \cdot 2 \geq 10, 7 \cdot 7 \geq 10$$

Цифры, не являющиеся простыми
могут быть только степенями
двоек, а именно: 4 и 8

значит есть только 3 комбинации по 8

цифр, произведение которых равно 1400:

$$2111222557 \quad 2111142557 \quad 311118557$$

Рассчитаем кол-во чисел, которые содержат первую комбинацию цифр:

7 может стоять в модуль из 8 позиций.

5 5 могут стоять в $\frac{6-7}{2}$ позиций, для каждой 7 (первая в модуль из 7, ^{остатки} вторая в модуль из 6, делен на 2, т.е. получается что каждая позиция повторяется дважды (12); (21))

4 1 могут стоять в $\frac{5-4}{2}$ позиций, для каждой пары 5 (первая в модуль из 5 остатков, вторая в модуль из 4 остатков. аналогично делен на 2)

т.е. двойки занимают оставшиеся места:

Значит всего чисел, которые содержат первую комбинацию цифр: $8 \cdot \frac{7-6}{2} \cdot \frac{5-4}{2} =$

$$= 20 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 6 \cdot 7 = 40 \cdot 42 = 1680 + 80 = 1760$$

Рассчитаем кол-во цифр, которые содержат вторую комбинацию цифр

7 может стоять в модуль из 8 позиций;

2 может стоять в модуль из 7 остатков.
Может.

4 может стоять в модуль из 6 остатков может.

5 5 могут стоять в $\frac{5-4}{2}$ позиций

с первой в модуль из 5, вторая в модуль из 4 аналогично делен на 2)

единицы занимают оставшиеся места

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~5

Значит всего чисел, которые содержат вторую комбинацию цифр; $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 80 \cdot 7 \cdot 6 = 80 \cdot 42 = 3360$

Рассмотрим третью комбинацию

7 может стоять в любом из 8 помещений;

8 в любом из 7 помещений;

55 в любом из $\frac{6 \cdot 5}{2}$ помещений

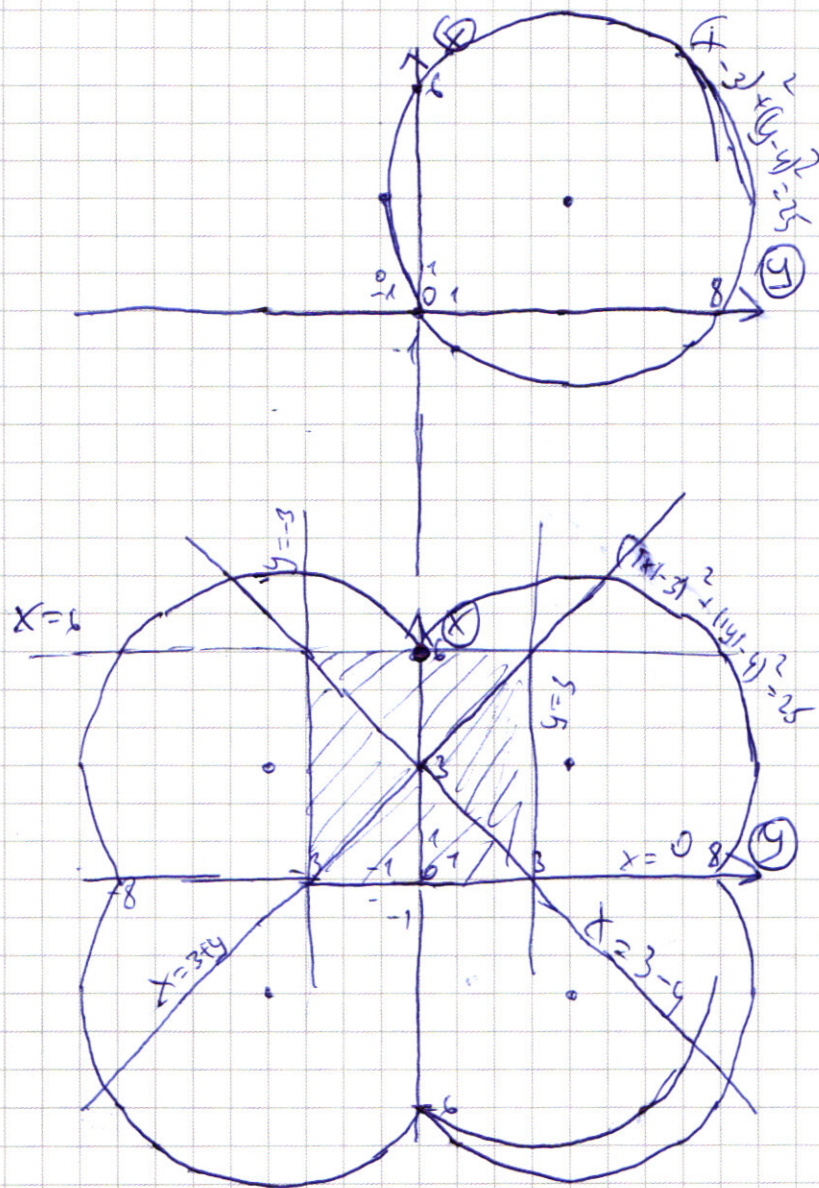
(первая 6 в любом из 6; вторая 5 в любом из 5; аналогично цифра на 2) единицы займут остальные места

След-но всего чисел, которые содержат

третью комбинацию цифр: $8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} = 40 \cdot 21 = 840$

Значит всего таких чисел: $1680 + 3360 + 840 =$
 $= 5880$

Ответ: 5880



$$1) x \geq 3+y$$

$$x \geq 3-y$$

$$x-3-y + x-3+y \leq 6$$

$$2x-6 \leq 6$$

$$2x \leq 12$$

$$x \leq 6$$

$$2) x \geq 3+y$$

$$x \leq 3-y$$

$$x-3-y - (x-3+y) \leq 6$$

$$-2y \leq 6$$

$$y \geq -3$$

$$3) x \leq 3+y$$

$$x \geq 3-y$$

$$-(x-3-y) + x-3+y \leq 6$$

$$2y \leq 6$$

$$y \leq 3$$

Ответ: (6; 0)

$$4) x \leq 3+y$$

$$x \leq 3-y$$

$$-(x-3-y) - (x-3+y) \leq 6$$

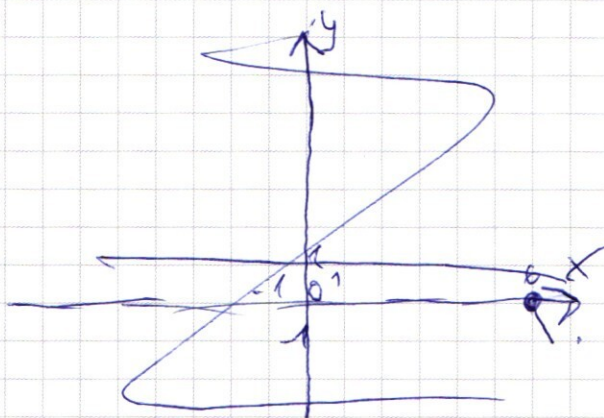
$$-2x+6 \leq 6$$

$$-2x \leq 0$$

$$x \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~8



~2

Система имеет бесконечно много решений если:

а) хотя бы одно из уравнений всегда верно

$$1) 3ax + 3bx + 12y = a$$

$$3ax - a = -3bx - 12y$$

$$a(3x - 1) = -3bx - 12y$$

$$a = - \frac{3b + 12y}{3x - 1}$$

не может
быть н.к.
содержать
переменные

$$2) 4bx + aby + by = 1$$

$$aby = 1 - by - 4bx$$

$$a = \frac{1 - by - 4bx}{by}$$

не может быть, т.к.
всегда содержит
переменные

б) Уравнения системы приводятся к
такому:

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = f(x) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} f(y) = f(x) \\ f(y) = f(x), \text{ если} \end{cases}$$

из уравнения из переменных не имеет ОДЗ ограни-
~~ченности её значения~~ количества её значений
 го ~~найти~~ определённого значения

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = 0 \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{a - 3(a+b)x}{12} \\ y = \frac{1 - 4bx}{b(a+b)} \end{cases}$$

$$\frac{a - 3(a+b)x}{12} = \frac{1 - 4bx}{b(a+b)}$$

$$ab(a+b) - 3b(a+b)x^2 = 12 - 48bx$$

$$x(48b - 3b(a+b)^2) = 12 - ab(a+b)$$

$$\begin{cases} 48b - 3b(a+b)^2 = 0 \\ 12 - ab(a+b) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3b(16 - (a+b)^2) = 0 \\ 12 - ab(a+b) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ 16 - (a+b)^2 = 0 \\ 12 - ab(a+b) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ 12 \neq 0 \text{ - не верно} \\ (a+b)^2 = 16 \\ ab(a+b) = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ 4ab=12 \\ a+b=2 \\ -4ab=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \\ a=-b-4 \\ b(-b-4)=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ b=3 \\ a=1 \\ a=-b-4 \\ b^2+4b-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ b=3 \\ a=1 \\ a=-b-4 \\ (b+2)^2 - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ b=3 \\ a=1 \\ a-b=4 \\ \begin{cases} b=-2-\sqrt{7} \\ b=-2+\sqrt{7} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ a=1 \\ b=3 \\ b=-2-\sqrt{7} \\ a=-2-\sqrt{7} \\ a=-2+\sqrt{7} \\ b=-2+\sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: $(3; 1); (1; 3); (-2+\sqrt{7}; -2-\sqrt{7}); (-2-\sqrt{7}; -2+\sqrt{7})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$f(x) = 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(x-1) + 1 \geq 0$$

$$x^4 - 2x + 1 - 3x^2(x-1) + 2x^4 \geq 0$$

$$(x-1)^2 - 3x^2(x-1) + 2x^4 \geq 0$$

$$(x-1-2x^2)(x-1-x^2) \geq 0$$

$$(2x^2 - (x-1))(x^2 - (x-1)) \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$(2x^2 - x + 1)(x^2 - x + 1) \geq 0$$

$$2x^2 - x + 1 \geq 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 = -7$$

нет корней

$$2x^2 - x + 1 \geq 0$$

$$x^2 - x + 1 \geq 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -3$$

нет корней

$$x^2 - x + 1 > 0$$

при $x \geq 1$

$$(2x^2 - x + 1)(x^2 - x + 1) \geq 0$$

$$f(x) \geq 0$$

$$x \leq 1$$

$$(2x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \geq 0$$

$$(x+1)(2x-1)(x^2+x-1) \geq 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$(x+1)(x-0,5)(x-\frac{\sqrt{5}-1}{2})(x+\frac{\sqrt{5}+1}{2}) \geq 0$$

$$-\frac{\sqrt{5}-1}{2} < -1 < 0,5$$

$$-\sqrt{5}-1 < -2$$

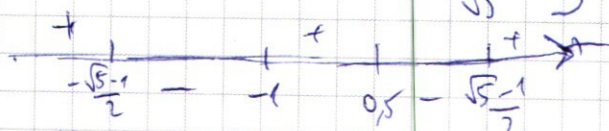
$$-\sqrt{5} < -1$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0,5$$

$$\sqrt{5}-1 > 1$$

$$\sqrt{5} > 2$$

$$\sqrt{5} > \sqrt{4}$$



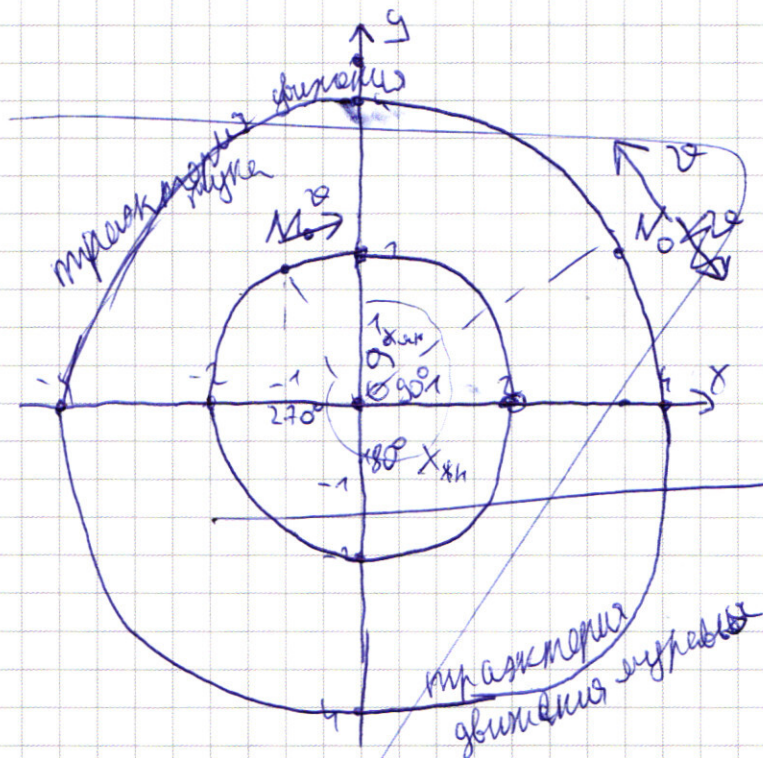
$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1 \leq \sqrt{5}-1 < 2 \leq \sqrt{5} < 3$$

$$x \in (-\infty; -\frac{\sqrt{5}-1}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [\frac{\sqrt{5}-1}{2}; 1]$$

~4

Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{\sqrt{5}-1}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [\frac{\sqrt{5}-1}{2}; +\infty)$

~1



v - скорость

муравья и пчелы

ω_m - угловая

скорость мурав.

ω_x - угловая

скорость пчелы

R_m - радиус
траектории
муравья

R_x - радиус
траектории
пчелы

x_m - угол муравья в ^{определ.} момент

x_x - угол пчелы в ^{определ.} момент

x_{m0} - угол муравья (начальный) 30°

x_{x0} - угол пчелы (начальный) 60° - время и начало

$x_m = x_{m0} - \omega_m t - 360 k_m$ k_m - кол-во кругов, которые

$x_x = x_{x0} + \omega_x t - 360 k_x$ k_x - кол-во кругов, которые

$\omega_m = \frac{360}{T_m}$ $\omega_x = \frac{360}{T_x}$ T_m - время, за которое

$v = \frac{2\pi R_m}{T_m}$ $v = \frac{2\pi R_x}{T_x}$ муравей пройдет круг

$\frac{R_m}{T_m} = \frac{R_x}{T_x}$ T_x - время, за которое

$\frac{T_x}{T_m} = \frac{R_x}{R_m} = 2$ пчелы пройдет круг

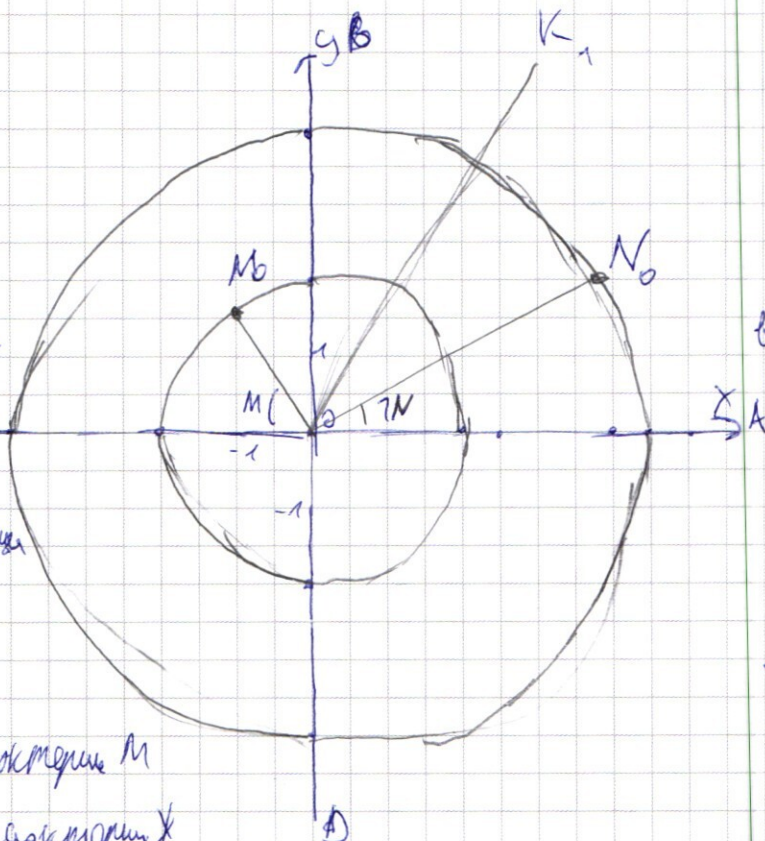
$T_x = 2T_m$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1
M - муравей
X - жук
M и X бегут
на одинаковом
расст. от центра C
будут находиться
на дуге, выходящей
из центра
(центра)

R_M - радиус траектории M

R_X - радиус траектории X



$$\tan(\angle M) = \left(\frac{2}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\angle N = 30^\circ$$

$$\tan(\angle M) = \left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) = \sqrt{3}$$

$$\angle M = 60^\circ$$

$$\angle M_0 O N_0 = 180 - (\angle M + \angle N) = 180 - (60 + 30) = 90^\circ$$

$$R_X = 2 R_M$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\omega = \frac{360}{T}$$

$$\frac{R_M}{T_M} = \frac{R_X}{T_X}$$

$$T_X = 2 T_M$$

$$\frac{\omega_M}{\omega_X} = \frac{T_X}{T_M} = 2$$

OK - дуга, на
которой будут
находиться

M и X, когда
первые выйдут из
центра

ω_M - угловая
скорость M

ω_X - угловая
скорость X

T_M - время, за
которое M
прейдем полный
круг

T_X - время, за
которое X
прейдем
полный
круг

v - ок скорости

$$W_M = 2W_X$$



$$\frac{\angle M_0 O K_1}{\angle N_0 O K_1} = \frac{W_M}{W_X} = 2$$

OK_n - луч, который показывает направление M и X во время сближения $n^{\text{о}} n$

$$\begin{aligned}\angle M_0 O K_1 &= 2 \angle N_0 O K_1 \\ \angle M_0 O K_1 + \angle N_0 O K_1 &= 90^\circ \\ 3 \angle N_0 O K_1 &= 90^\circ \\ \angle N_0 O K_1 &= 30^\circ\end{aligned}$$

$$\angle K_1 O K_2 = \frac{1}{3} \cdot 360^\circ = 120^\circ$$

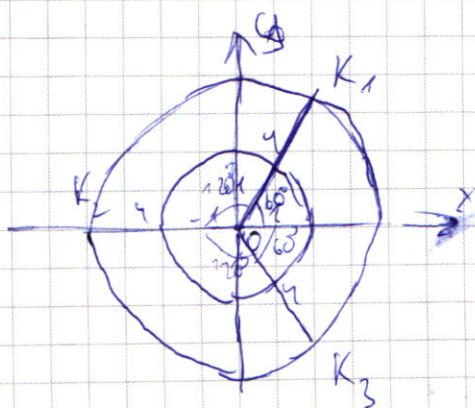
$$\angle K_2 O K_3 = \frac{1}{3} \cdot 360^\circ = 120^\circ$$

$$\angle K_3 O K_4 = \frac{1}{3} \cdot 360^\circ = 120^\circ$$

Значит м.п. $\angle K_1 O K_2 + \angle K_2 O K_3 + \angle K_3 O K_4 = 360^\circ$

OK_4 совпадает с OK_1 , значит

Есть только 3 точки, в которых между M и X минимальное расстояние:



$$x_1 = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

$$y_1 = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = -4$$

$$y_2 = 0$$

$$x_3 = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2$$

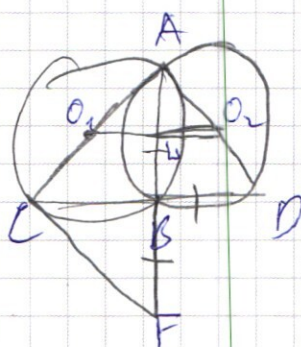
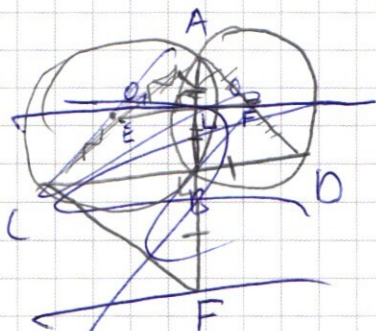
$$y_3 = -4 \cdot \sin 60^\circ = -2\sqrt{3}$$

Ответ: $(2, 2\sqrt{3}), (-4, 0), (2, -2\sqrt{3})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

26

Тысячи $CD \parallel O_1O_2$ и $Q(AC$ и AD - диаметры)



$$\underline{AL = BL}$$

$$AF = CE$$

~~ALLOZGO~~

$$AF = OF$$

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$BD = \frac{AD}{\sqrt{2}}$$

$$\angle A O_1 O_2 = 90^\circ$$

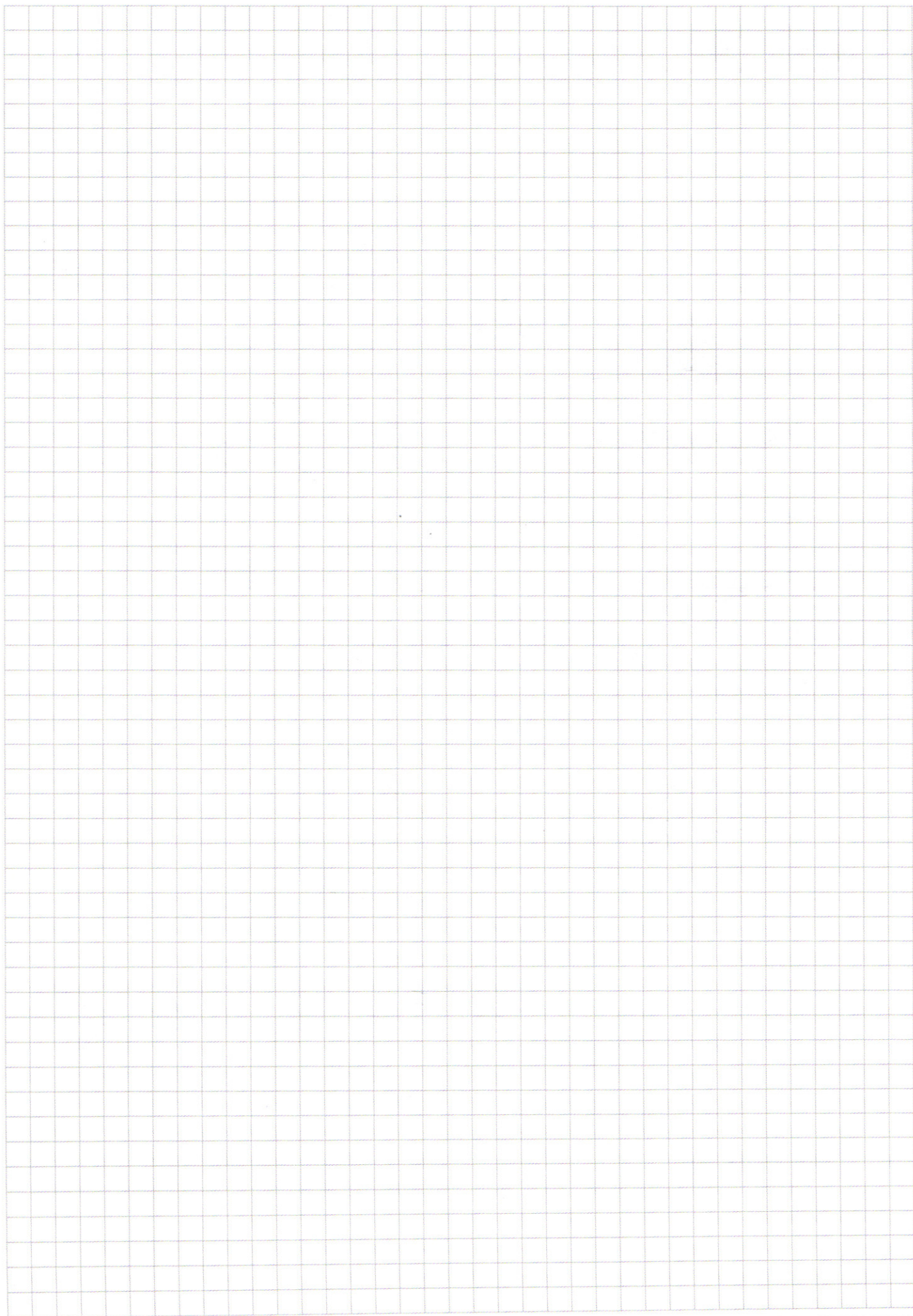
$$\angle ACD = 45^\circ$$

$$CB = BD$$

$$CB = BF$$

$$\begin{aligned} \leftarrow CF &= \sqrt{2} BF = \sqrt{2} BD = \frac{\sqrt{2} AD}{\sqrt{2}} = \\ &= AD = 2R = 18 \end{aligned}$$

Ombra 18



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1

$$\frac{\omega_m}{\omega_x} = \frac{T_x}{T_m} = 2$$

$$\omega_m = 2\omega_x$$

$$x_m = x_x$$

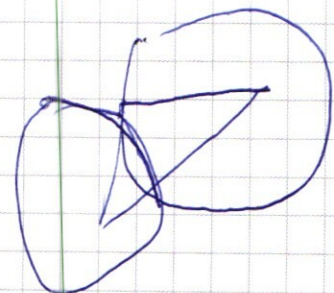
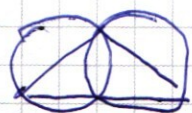
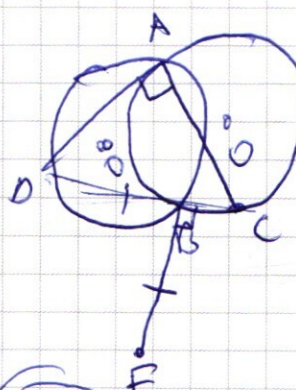
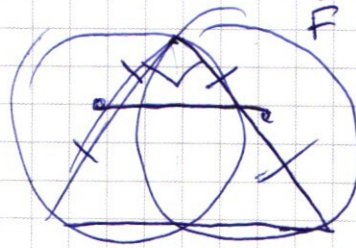
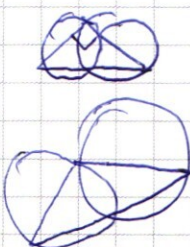
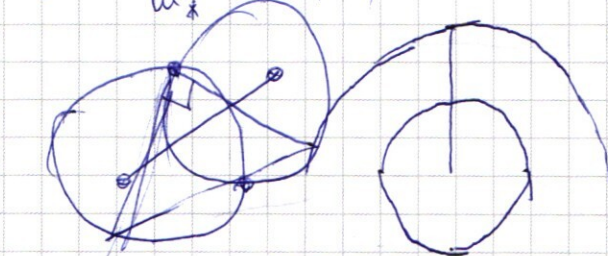
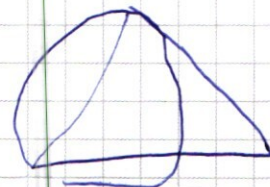
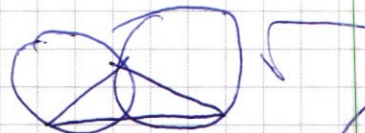
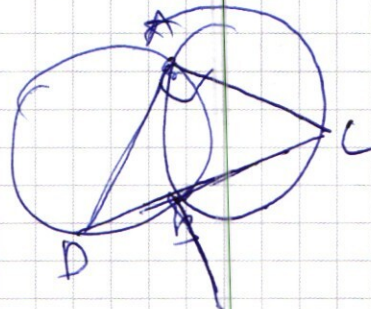
$$x_{mn} - 2\omega_x t - 360 \left[\frac{t}{T_x} \right] k_m = x_{xn} + \omega_x t - 360 k_x$$

$$x_{mn} - x_{xn} - 3\omega_x t = 360(k_m - k_x)$$

$$270^\circ - 3\omega_x t = 360(k_m - k_x) \text{ , пусть } k_m = k_x \text{ , тогда}$$

$$3\omega_x t = 270^\circ$$

$$t = \frac{90}{\omega_x} = \frac{T_x}{4} \text{ , то}$$



A hand-drawn diagram on grid paper. It features a triangle with several lines drawn inside it, possibly representing medians or altitudes. A circle is drawn around the triangle, intersecting it. The drawing is done in blue ink.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~3

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$$

$$(x+3)(\sqrt{x^3-x+10} - (x+2)) = 0$$

$$x+3=0$$

$$\sqrt{x^3-x+10} - (x+2) = 0$$

$$x = -3$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = x+2$$

$$x = -3$$

$$x^3-x+10 = x^2+4x+4$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

$$x^3(x-1)-5(x-1)+1=0$$

$$(x^2-5)(x-1)+1=0$$

$$x^2(x-2)+x^2-5x+6=0$$

$$x^2(x-2)+(x-3)(x-2)=0$$

$$(x^2+x-3)(x-2)=0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-\sqrt{13}-1}{2}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ + & + & + & + & + & + & + \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \end{array}$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

~5

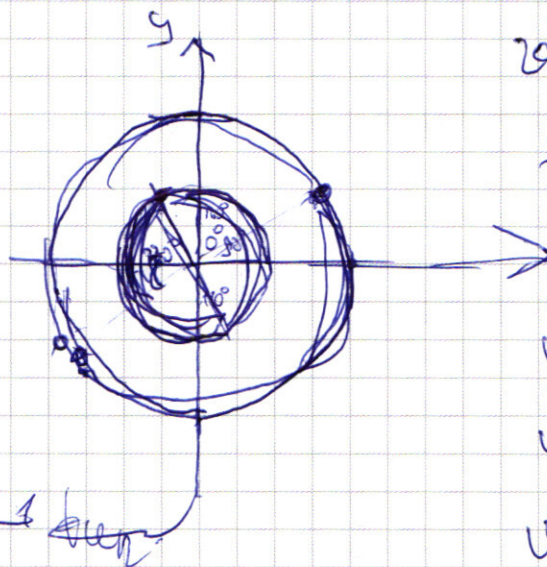
$$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$1) 11222557$$

$$2) 11142552$$

$$3) 11118552$$

~1



$$R_1 = R_2$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1}$$

$$T_1 = 2T_2$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \text{ (рад.)}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$K = \pi$$

$$M = 2\pi$$

$$2\omega_1 = \omega_2$$

$$x_1 = x_{n1} + \omega_1 t$$

$$x_2 = x_{n2} + \omega_2 t$$

$$x_1 = x_2 + 2\pi k$$

$$x_{n1} - \omega_1 t = x_{n2} + \omega_2 t + 2\pi k$$

$$x_{n1} - x_{n2} - 3\omega_1 t = 2\pi k$$

$$x_{n1} - x_{n2} - \frac{6\pi}{T_1} t = -2\pi k$$

$$\frac{kT_1 + 3t}{T_1} - \text{цел.}$$

$$x_{n1} - x_{n2} = 2\pi \left(-\frac{kT_1 + 3t}{T_1} \right)$$

$$t = \frac{(x_{n1} - x_{n2}) T_1}{6\pi} - \frac{k T_1}{3} = \frac{T_1}{3} \left(\frac{x_{n1} - x_{n2}}{2\pi} + k \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{a - 3(a+b)x}{12} \\ y = \frac{1 - 4bx}{b(a+b)} \end{cases}$$

$$\frac{a - 3(a+b)x}{12} = \frac{1 - 4bx}{b(a+b)}$$

$$\begin{cases} -\frac{3(a+b)}{12} = -\frac{4b}{b(a+b)} \\ 3b(a+b)^2 = 48b \\ ab(a+b) = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} 3b(a+b)^2 - 16 = 0 \\ ab(a+b) = 12 \end{cases}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{1}{b(a+b)}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ a+b=4 \\ a+b=-4 \end{cases}$$

$$ab(a+b) = 12$$

$$b^2 + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 3 = 4 \cdot 7 = (2\sqrt{7})^2$$

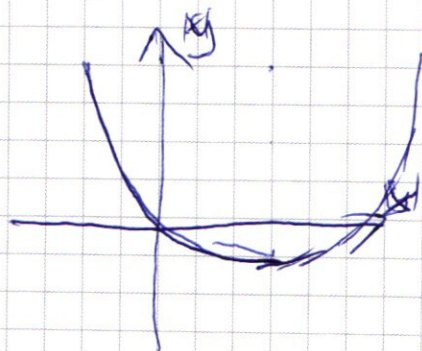
$$x_1 = \frac{2\sqrt{7} - 4}{2} = \sqrt{7} - 2$$

$$x_2 = -\sqrt{7} - 2$$

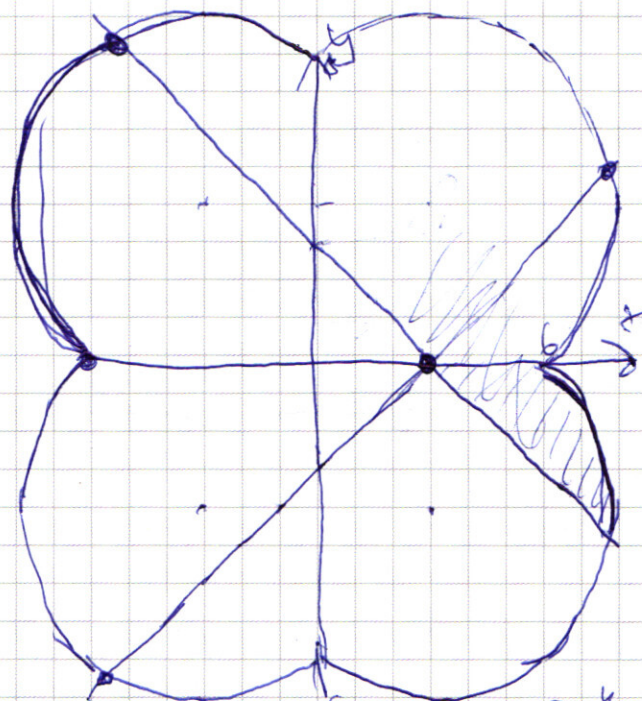
$$\begin{cases} b=0 \\ 0=12 \\ a+b=4 \\ ab=3 \\ a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=3 \\ a=1 \\ a=3 \\ b=1 \\ a+b=-4 \\ b^2 + 4b - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=1 \\ b=3 \\ a=3 \\ b=2 \\ a+b=-4 \\ b^2 + 4b - 3 = 0 \end{cases}$$



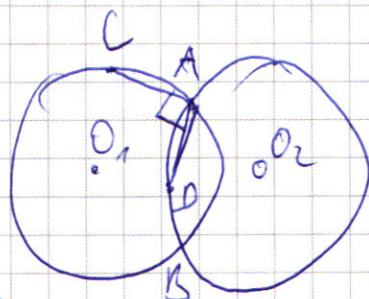
17



$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(x-1) + 1 \geq 0$$

$$x \geq 1 \quad \checkmark$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$



$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

h

h



$$(x-1)^2 - 3x^2(x-1) + 2x^4$$

$$x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 1$$

$$2 \cdot 9^2$$

$$162 - 3 \cdot 27 + 36$$