

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N6

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 | x+1 | +1 \geq 0$$

I $x \geq -1$

$$|x+1| = x+1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x(x+1) + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 + x^2 + 2x - 5x + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 1 \geq 0$$

нум: $6x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$

	6	-5	1	-3	1
1	6	1	2	-1	0

$x = 1$ - корень

$$(x-1)(6x^3 + 5x^2 + 2x - 1) = 0$$

$$6x^3 + 5x^2 + 2x - 1 = 0$$

	6	5	2	-1
-1	-6			

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 6 = 7$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{7}}{12}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{7}}{12}$$

$6x^3 + 5x^2 + 2x - 1$	$ x+1 $
$6x^3 + 6x^2$	$6x^2 - x - 1$
$-(x+1)^2 = -x^2 + 2x - 1$	
$-x^2 + 2x - 1$	
0	

$$(6x^2 - x - 1)(x+1) = 6x^3 + 6x^2 - x^2 - x - 1 = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$$

	6	5	2	-1
-1	6	-1		
$\frac{1}{6}$	6	7		
$-\frac{1}{3}$	6	3	1	
$\frac{1}{2}$	6	8	6	

$-\frac{1}{2}$	6	2		
$\frac{1}{6}$	6	6	3	
$-\frac{1}{6}$				

$$N4 \quad 6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 |x+1| + 1 \geq 0$$

$$I \quad x \geq -1$$

$$\begin{aligned} & \cancel{6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0} \\ & 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 1 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (6x^4 + x^2 - 2x - 5x^2(x+1) + 1 \geq 0) \\ & 6x^4 - 5x^3 + x^2(1-5) - 2x + 1 \geq 0 \\ & 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ & \text{нум: } 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 2x + 1 = 0 \\ & x = -1: 6 + 5 - 4 + 2 + 1 = \end{aligned}$$

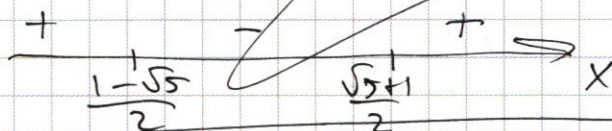
$$6x^4 - 5x^2 |x+1| + (x+1)^2 \geq 0$$

$$\cancel{6x^4 - 6x^2 |x+1| + x^2 |x+1| + (x+1)^2 \geq 0}$$

$$6x^2 \left(\frac{x^2}{2} - |x+1| \right) + x^2 |x+1| + (x+1)^2 \geq 0$$

$$I \quad x \geq -1$$

$$\begin{aligned} x^2 - x - 1 &= x^2 - 2 \cdot \frac{x}{2} + \frac{1}{4} - \frac{5}{4} = \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = \left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \\ &= \left(x - \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)\right) \left(x - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\right) \end{aligned}$$



$$\cancel{6x^4 - 2x^2 |x+1| + (x+1)^2 + 4x^2 |x+1| \geq 0}$$

$$\cancel{(3x^2 - |x+1|)^2 + 4x^2 |x+1| \geq 0}$$

$$6x^4 - 2 \cdot 2,5 |x+1| + (x+1)^2 \geq 0$$

$$6,25x^4 - 2 \cdot 2,5 |x+1| + (x+1)^2 - \frac{x^4}{4} \geq 0$$

$$\left(\frac{5}{2}x^2 - |x+1|\right)^2 - \frac{x^4}{4} \geq 0$$

$$\left(\frac{5}{2}x^2 - |x+1| - \frac{x^2}{2}\right) \left(\frac{5}{2}x^2 - |x+1| + \frac{x^2}{2}\right) \geq 0$$

$$2,5^2 = 6,25$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№

$$(2x^2 - |x+1|)(3x^2 - |x+1|) \geq 0$$

I $x \geq -1$

$$(2x^2 - x - 1)(3x^2 - x - 1) \geq 0$$

Кум: $2x^2 - x - 1 = 0$
 $D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$

$$x_1 = \frac{1+3}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$$

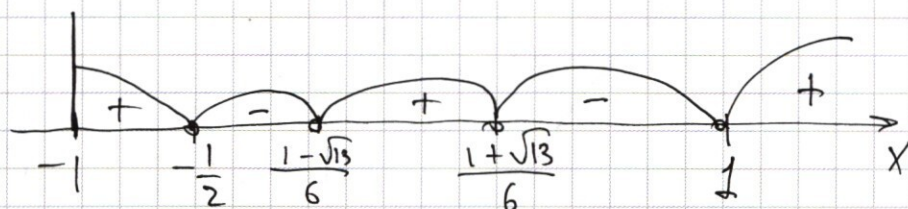
$$3x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 = 13$$

$$x_3 = \frac{1+\sqrt{13}}{6}$$

$$x_4 = \frac{1-\sqrt{13}}{6}$$

$$(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right) \geq 0$$



$$x \in [-1; -\frac{1}{2}] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right] \cup [1; +\infty)$$

$$3 < \sqrt{13} < 4$$

$$\frac{2 \cdot 4}{3} < \frac{1+\sqrt{13}}{6} < \frac{5}{6}$$

$$-3 < 1-\sqrt{13} < -2$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{1-\sqrt{13}}{6} < -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{1-\sqrt{13}}{6}$$

$$-6 < 2-2\sqrt{13}$$

$$-8 < -2\sqrt{13}$$

II $x < -1$

$$(2x^2 + x + 1)(3x^2 + x + 1) \geq 0$$

Кум: $2x^2 + x + 1 = 0$
 $D < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2 + x + 1 > 0$
т.к. $y = 2x^2 + x + 1$ - парабола,
ветви вверх

$3x^2 + x + 1 = 0$
 $D < 0 \Rightarrow$

$3x^2 + x + 1 > 0$ т.к.
 $y = 3x^2 + x + 1$ - парабола
ветви вверх

Кум $x < -1$

Ответ: $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right] \cup [1; +\infty)$

N7

$$\begin{aligned} (-5)^3 + 16 \cdot 5 + 28 &= \cancel{25} - 5^3 + 5(16+5) = \\ \frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 28} &= x^2 + 3x + 10 \end{aligned}$$

$$x^3 - 16x + 25 = x^3 + 25x + 9x + 25 =$$

I $x < 0$
 $y < 0$
 u, v

$$= x(x^2 + 9) + 25(x+1)$$

$$x^3 - 16x + 27 - 2 =$$

$$= (x-3)(x^2+3x+9)$$

$$\begin{aligned} & (x-3)(x^2-x-3) = \\ & = (x-3)(x^2-(x+3)) = \\ & = x^2(x-3) - (x^2-3x+9) = \end{aligned}$$

$g) = x^3 - 4x^2 + 9x - 10 = \left(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) - 10\frac{1}{4}$
 $= (x + \frac{3}{2})^2 - 10\frac{1}{4}$
 $= (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{41}{4}$

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x - 10 \quad | \quad x + 5 \\ -x^2 + 5x \quad \quad | \quad x - 2 \\ \hline -2x - 10 \end{array}$$

$$(x-2)^2 = 252 - 3048$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

$$74x^2 - (6x + 16) =$$

$$2 + 18 + 25 - 16 = 0$$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right)^3 = 8 - 8\sqrt{13} + 25$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -4 & 9 \\ \hline 3 & 1 & 3 & 4 \\ \hline -3 & 1 & -3 & 5 \\ \hline \end{array}$$

1	0	-4	9
3	3		

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$x^2+3x-10 = x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} - \frac{49}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 =$$

$$= \left(x + \frac{3}{2} - \frac{7}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2} + \frac{7}{2}\right) = \left(x - 2\right)\left(x + 5\right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{ОДЗ:} \\ x^3-16x+25 \geq 0 \end{array} \right\} **$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2)$$

$$(x+5)\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} - (x-2)\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x+5=0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} - (x-2)=0 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \text{ не уга} ** \\ \sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2) \end{array} \right]$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2) \quad x-2 \geq 0 **$$

$$x^3-16x+25 = 4(x^2-4x+4)$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$x=3: 27-4 \cdot 9+9=0$$

корни уга и уга **

$$x^2-x-3=0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 = 13$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$$

уг уга * и уг уга **
не уг уга *

$$\begin{array}{r} x^3-4x^2+9 \quad | \quad x-3 \\ -x^3-3x^2 \quad | \quad x^2-x-3 \\ \hline -x^2+9 \\ -x^2+3x \\ \hline -3x+9 \end{array}$$

~~(x+5)(x-2)~~

Ответ: ~~3~~; $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$$\frac{2x}{y} = \frac{a-by}{5x}$$

$$5x^2 = ay - by^2$$

$$ay + 5x^2 = 0$$

$$x = \frac{a-by}{5x}$$

$$b \neq 0$$

$$2(a-b)x = a-by$$

$$(a-b)y = 3bx$$

$$(a-b)y = 3x$$

$$7000 = 7 \cdot 10^3 = 7 \cdot 5^3 \cdot 2^3$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

$$a-b = \frac{a-by}{2x}$$

$$3bx + \frac{a-by}{2x} by = 1$$

$$3b^2x^2 + aby - b^2y^2 = 1$$

$$6b(x^2 - y^2) + aby = 1$$

$$6(a-b) \cdot a$$

$$(a-b)x + 3y = \frac{a}{2}$$

$$3bx + (a-b)by = 1$$

$$y = \frac{a - 2(a-b)x}{6}$$

$$3bx + (a-b) \cdot \frac{a - 2(a-b)x}{6}$$

$$2(a-b)x + by + 3bx + (a-b)by = a$$

$$(a-b)(2x + by) + 3$$

$$3abx + ab(a-b)y = a$$

$$3abx + ab(a-b)y = 2(a-b)x + by$$

$$(a-b)(aby - 2x) +$$

$$a, b, c, d, e, f$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$$

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_8 = 7000$$

$$0 \leq a_{i+1} \leq 9$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5
 $\omega(0,1; r_1=7)$
 $\omega(0,2; r_2=7)$
 $\omega(1,1) = \{A, B\}$
 $C \in \omega, \Phi \in \Phi$
 $B \in C\Phi$
 $\angle C A \Phi = 90^\circ$
 $BF = B\Phi$
 $CF = ?$

$a_1 a_2 a_3 \dots a_7 a_8$

1) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_8 = 7000 \Rightarrow a_i \neq 0$

2) $7000 = 7 \cdot 10^3 = 7 \cdot 5^3 \cdot 2^3$
 всего ~~10~~ $2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$ делителя

Так как a_i - цифры, то

$a_i \leq 9$, тогда ~~е~~

I 7, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 1

возможные II 7, 5, 5, 5, 4, 2, 1, 1
 цифры в

III 7, 5, 5, 5, 8, 1, 1, 1

I $N_{\text{чисел 1}} = \frac{8!}{3! \cdot 3!}$

II $N_{\text{чисел 2}} = \frac{8!}{3! \cdot 2!}$

III $N_{\text{чисел 3}} = \frac{8!}{3! \cdot 3!}$

$N_0 = \frac{8!}{(3!)^2} \cdot 2 + \frac{8!}{3! \cdot 2!} =$

$= 2 \cdot 807.65 \cdot 8! \left(\frac{2}{36} + \frac{1}{12} \right) =$

$= 8! \cdot \frac{5}{36} =$

$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5}{36} =$

$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 5 = 40 \cdot 20 \cdot 7 =$

$= 280 \cdot 20 = 560$

Ответ: 560 чисел

№2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 6(a-b)x + 18y = 3a \\ 6bx + 2(a-b)by = 2 \end{cases} = \cancel{6x(a-b)} + 2y(a-b)b = 3a-2$$

$$2) \begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 18bx + 6y(a-b)b = 6 \end{cases}$$

$$6(a-b)x + 18y - (18bx + 6y(a-b)b) = 3a-6$$

$$6(a-b)x - 18bx + 18y - 6y(a-b)b = 3a-6$$

$$6(a-b)(x-yb) + 18(y-bx) = 3a-6$$

$$2(a-b)(x-yb) + 6(y-bx) = a-2$$

$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

$$|x|^2 + |y|^2 = r^2$$

$$(|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169$$

$$(|x+y+5| + |x-y+5| - 10) \leq 10 \Leftrightarrow$$

$$(x+y+5)^2 + (x-y+5)^2 + 2|(x+y+5)(x-y+5)| =$$

$$\begin{aligned} x+y+5 &\geq 0 \\ x-y+5 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y \geq -5-x \\ y \geq 5-x \end{cases}$$

$$2x+10 \leq 10$$

$$x \leq 0$$

$$\begin{cases} y \geq -5 \\ y \geq 5 \end{cases} \Rightarrow y \geq 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1
 $O(0;0), M_0(\sqrt{3};3), N_0(6;-2\sqrt{3})$

1) Сигналы принимаются по окр-ти
 $\Gamma(\text{от } O(0;0); \text{ до } \rho(0;M_0))$

Сигналы по окр-ти

$\omega(O(0;0), \rho(0;M_0))$

2) $\rho(0;M_0) = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$

$\rho(0;N_0) = \sqrt{6^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 + 12} = 4\sqrt{3}$

3) Расстояние между станциями будет наименьшим, если $O \in (MN)$, где M и N — точки в которых сигналы и станция на кратчайшем расстоянии. Тогда $MN = ON - OM = \rho(N;M) \approx \approx = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

4) Пусть у точки M абсцисса x_0 , тогда
 $M(x_0; \dots) \Rightarrow \Gamma: x^2 + y^2 = (2\sqrt{3})^2$

Пусть у точки N абсцисса x_0 , тогда ; $x_0 \neq 0^{**}$

$I M(x_0; +\sqrt{12-x_0^2})$

$OM: \frac{x-x_0}{x_0} = \frac{y-y_0}{y_0} \Rightarrow y = \frac{y_0}{x_0} \cdot x$

$N(x; \frac{\sqrt{12-x_0^2}}{x_0} \cdot x)$

$\Leftarrow$

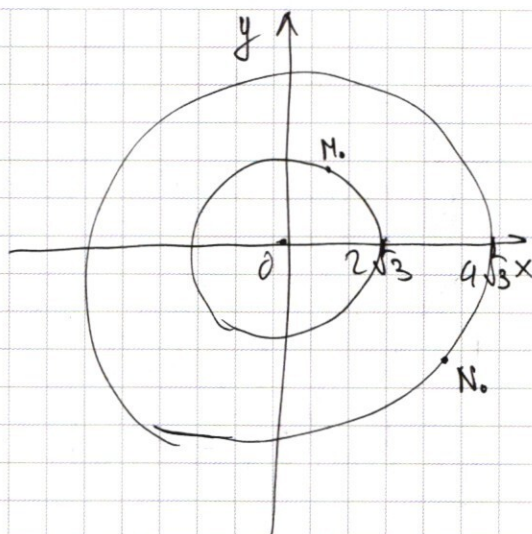
$y = \frac{\sqrt{12-x_0^2}}{x_0} \cdot x$

$MN^2 = (2\sqrt{3})^2 = (x_0 - x)^2 + (12 - x_0^2) \left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^2$

$x_0^2 - 2xx_0 + x^2 + 12 - 24\frac{x}{x_0} + 12\frac{x^2}{x_0^2} - x_0^2 - 2xx_0 - x^2 \approx 12$

$\left(\frac{x}{x_0} - 1\right)^2 \cdot 12 = 12$

$\left(\frac{x}{x_0} - 1\right)^2 = 1$



$$x - \cancel{x_0} = \begin{cases} 1 - \frac{x}{x_0} = 1 \\ 1 + \frac{x}{x_0} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2x_0 \end{cases}$$

$$\omega: x^2 + y^2 = (4\sqrt{3})^2$$

$$y = \pm 2\sqrt{12 - x_0^2}$$

$$\begin{cases} N(2x_0; 2\sqrt{12 - x_0^2}) \\ N(2x_0; -2\sqrt{12 - x_0^2}) \\ N(0; 4\sqrt{3}) \\ N(0; -4\sqrt{3}) \end{cases}$$

Если $x_0 = 0$, то

$$\begin{aligned} 2\sqrt{12 - x_0^2} &= 4\sqrt{3} \\ -2\sqrt{12 - x_0^2} &= -4\sqrt{3}, \text{ т.е.} \end{aligned}$$

$$\forall x_0 \begin{cases} N(2x_0; 2\sqrt{12 - x_0^2}) \\ N(2x_0; -2\sqrt{12 - x_0^2}) \end{cases}$$

и y всегда
находятся в одной
четверти

Ответ: Если линия

~~имеет абсциссу x_0~~

имеет абсциссу x_0 , то

$$\begin{cases} N(2x_0; 2\sqrt{12 - x_0^2}) \\ N(2x_0; -2\sqrt{12 - x_0^2}) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 7

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -(5+x) \\ y \geq x-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+10 \leq 10 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq -5 \\ y \geq 5 \end{cases} \Rightarrow |y| \geq 5$$

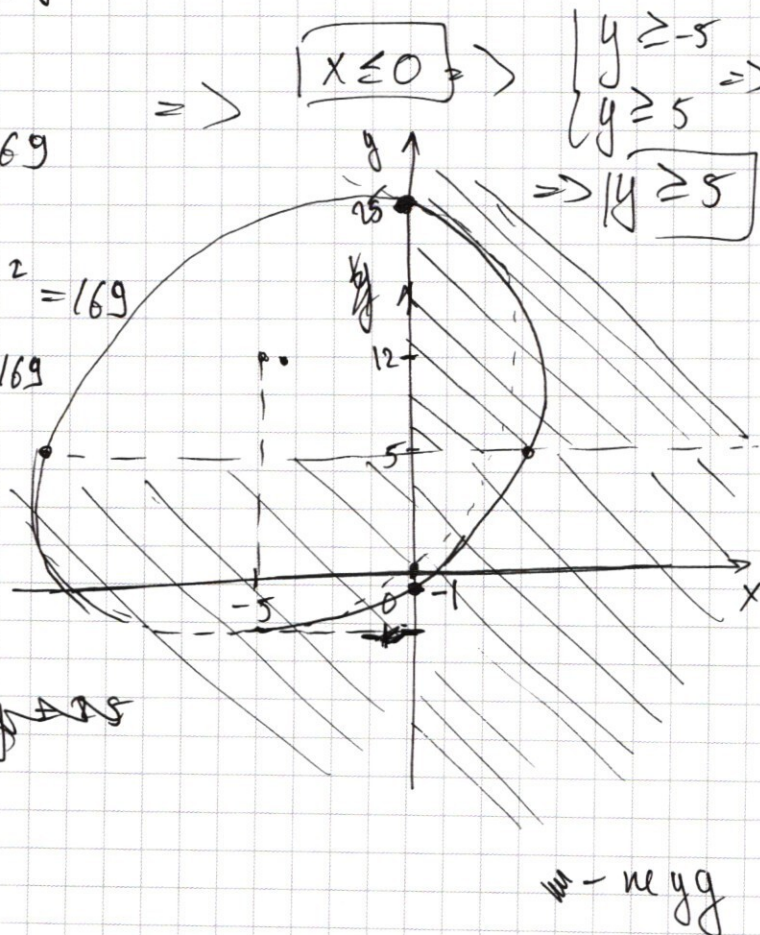
$$\begin{aligned} (-x-5)^2 + (y-12)^2 &= 169 \\ (x+5)^2 + (y-12)^2 &= 169 \end{aligned}$$

$$x=0$$

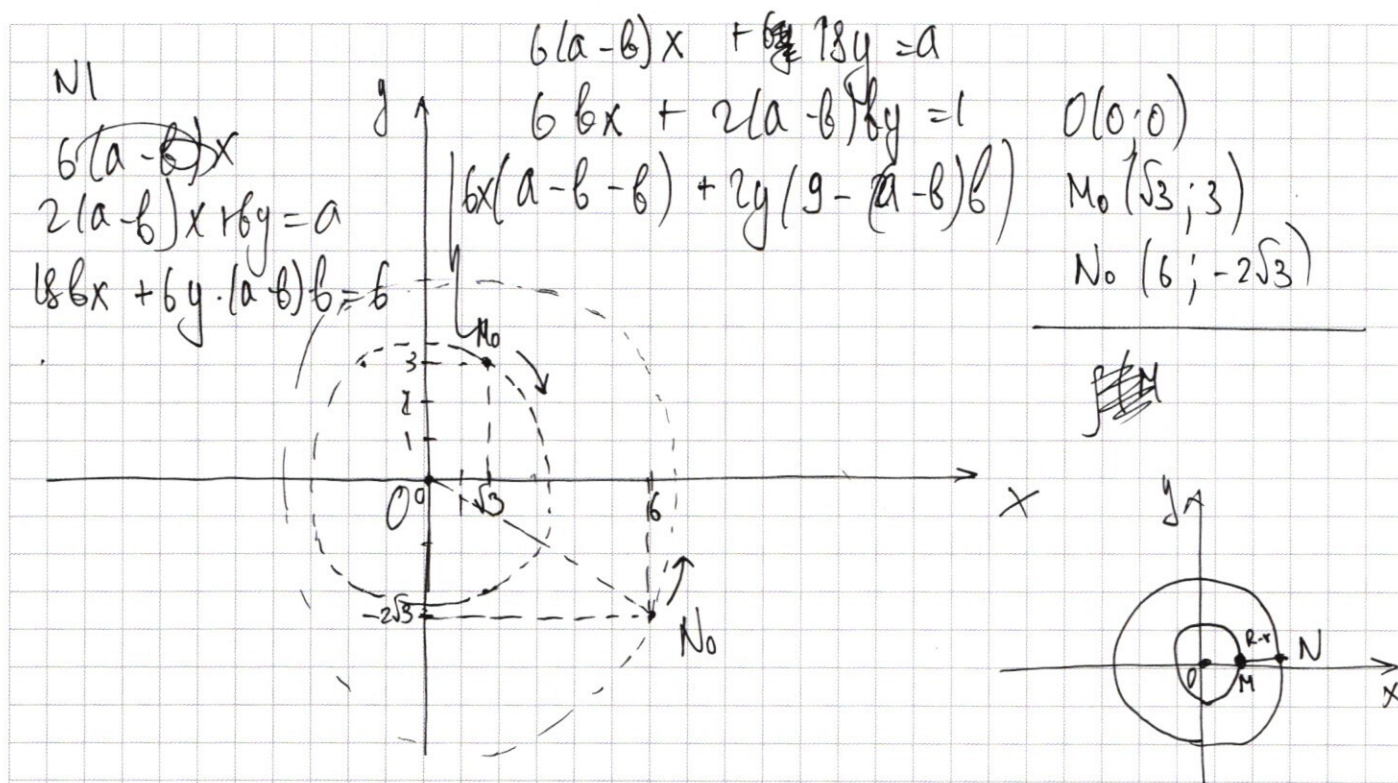
$$\begin{cases} y-12=13 \\ y-12=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=25 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$\text{т.к. } y \geq 5$$

$$x \leq 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1) \quad \rho(O; M_0) = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{75 + 9} = \sqrt{84} = 2\sqrt{3}$$

$$\rho(O; N_0) = \sqrt{6^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 + 12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

2) Линия принадлежит окружности $\Gamma(O(0;0); r = 2\sqrt{3})$, а скелет принадлежит окружности $\omega(O(0;0); R = 4\sqrt{3})$

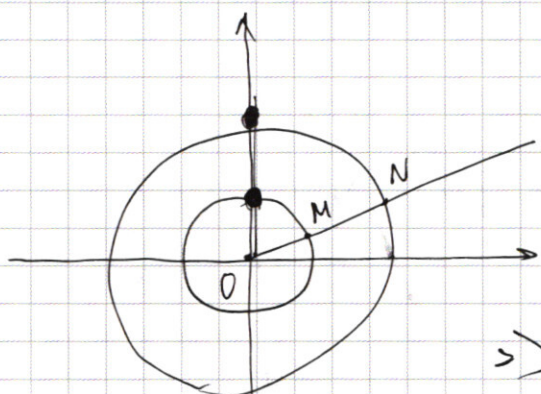
3) Расстояние между скелетом и линией будет кратчайшим, если $MN = R - r = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

~~$\Gamma: x^2 + y^2 = (2\sqrt{3})^2$~~
 ~~$\omega: x^2 + y^2 = (4\sqrt{3})^2$~~

4) Точки M и N будут лежать на ~~одной~~ прямой, содержащей точку $O(0;0) \Rightarrow M \in (ON)$ и $N \in OM$

5) ON: ~~$x - x_0$~~ $\vec{r}_{y_0}$ $M(x_0; y_0)$, $x_0 \neq 0, y_0 \neq 0$

ON: ~~$x - x_0$~~ OM: $\frac{x - x_0}{x_0} = \frac{y - y_0}{y_0}$



$$xy_0 - x_0y_0 = yx_0 - y_0x_0$$

$$xy_0 = yx_0$$

$$y = \frac{y_0}{x_0} \cdot x$$

$$2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}^2$$

$$\Rightarrow N\left(x^3; \frac{y_0}{x_0} \cdot x^3\right)$$

6) MN = $2\sqrt{3} = \sqrt{(x_0 - x^3)^2 + (y_0 - \frac{y_0}{x_0} \cdot x^3)^2}$, x_0

$M \in \Gamma$, $\Gamma: x^2 + y^2 = (2\sqrt{3})^2$

$$x_0^2 + y_0^2 = (2\sqrt{3})^2$$

$$y_0 = \sqrt{(2\sqrt{3} - x_0)(2\sqrt{3} + x_0)}$$

Т.к. $(x_0, y_0) \in \Gamma$ то
 $|x_0| \leq 2\sqrt{3}$
 $|y_0| \leq 2\sqrt{3}$

Ослож
 $MN^2 = (x_0 - x)^2 + \left(\sqrt{(2\sqrt{3} - x_0)(2\sqrt{3} + x_0)} - \frac{(2\sqrt{3} - x_0)(2\sqrt{3} + x_0)}{x_0} \cdot x\right)^2 = 12$

$$(x_0 - x)^2 + 2\sqrt{3}(12 - x_0^2)\left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^2 = 12$$

$$x_0^2 - 2xx_0 + x^2 + (12 - x_0^2)\left(1 - 2\frac{x}{x_0} + \frac{x^2}{x_0^2}\right) = 12$$

$$\underbrace{x_0^2 - 2xx_0 + x^2}_{(x_0 - x)^2} + 12 - 24\frac{x}{x_0} + 12\frac{x^2}{x_0^2} - \underbrace{x_0^2}_{x_0^2} + \underbrace{2xx_0}_{2xx_0} - \underbrace{x^2}_{x^2} = 12$$

$$12\left(\frac{x^2}{x_0^2} - 2\frac{x}{x_0} + 1\right) = 12$$

$$\left(\frac{x}{x_0} - 1\right)^2 = 1$$

$$\begin{cases} \frac{x}{x_0} - 1 = -1 \\ \frac{x}{x_0} - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{x}{x_0} = 0 \\ \frac{x}{x_0} = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 2x_0 \end{cases}$$

$\omega: x^2 + y^2 = (4\sqrt{3})^2$

$$\begin{aligned} x &= 2x_0 \\ y &= \pm \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4x_0^2} \\ &= \pm 2\sqrt{12 - x_0^2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} N(0; 4\sqrt{3}) \\ N(0; -4\sqrt{3}) \\ N(2x_0; 2\sqrt{12 - x_0^2}) \\ N(2x_0; -2\sqrt{12 - x_0^2}) \end{cases}$$

~~черновик~~