

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

Согласие на обработку персональных данных

Я, **Соловьев Павел Анатольевич**, паспорт **45 18 655608**, выдан **ГУ МВД РОССИИ ПО Г.МОСКВЕ 31 мая 2018 г.**, зарегистрирован по адресу **г Москва, шоссе Энтузиастов**,

даю свое согласие Образовательному Фонду «Талант и успех», зарегистрированному по адресу: Российская Федерация, 354349, Краснодарский край, г. Сочи, Олимпийский проспект, д. 40, являющемуся оператором по формированию и ведению государственного информационного ресурса о детях, проявивших выдающиеся способности (далее – оператор), на обработку следующих персональных данных:

- фамилия, имя, отчество (при наличии);
- дата рождения;
- реквизиты документа, удостоверяющего личность;
- наименование организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых обучаюсь;
- класс / курс;
- сведения о получении образования вне организаций, осуществляющих образовательную деятельность (в форме семейного образования или самообразования);
- наименования образовательных программ, по которым обучаюсь;
- сведения об обучении по индивидуальному учебному плану в организации, осуществляющей образовательную деятельность;
- сведения об индивидуальных достижениях по итогам участия в олимпиадах и иных интеллектуальных и (или) творческих конкурсах, мероприятиях, направленных на развитие интеллектуальных и творческих способностей, способностей к занятиям физической культурой и спортом, интереса к научной (научно-исследовательской), творческой, физкультурноспортивной деятельности, а также на пропаганду научных знаний, творческих и спортивных достижений, подтвержденных соответствующими документами, выданными организаторами указанных мероприятий;
- страховой номер индивидуального лицевого счета страхового свидетельства обязательного пенсионного страхования;
- мои контактные данные (телефон, адрес электронной почты).

Я даю свое согласие на использование персональных данных исключительно в целях размещения их в государственном информационном ресурсе о детях, проявивших выдающиеся способности, сопровождения и мониторинга моего дальнейшего развития.

Настоящее согласие предоставляется мной на осуществление действий, включающих: сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение (обновление, изменение), использование, обезличивание, блокирование, уничтожение персональных данных, а также на передачу такой информации третьим лицам, в случаях, установленных законодательными и нормативными правовыми документами.

Персональные данные, предоставлены мной сознательно и добровольно, соответствуют действительности и корректны.

Подтверждаю, что мной дано согласие на рассылку рекламного, информационного характера от оператора и уполномоченных оператором лиц на указанный электронный адрес.

Я проинформирован, что оператор гарантирует обработку персональных данных в соответствии с действующим законодательством РФ.

Настоящее согласие действует бессрочно, но может быть отозвано в любой момент по соглашению сторон или в случае нарушения оператором требований законодательства о персональных данных.



(Подпись)

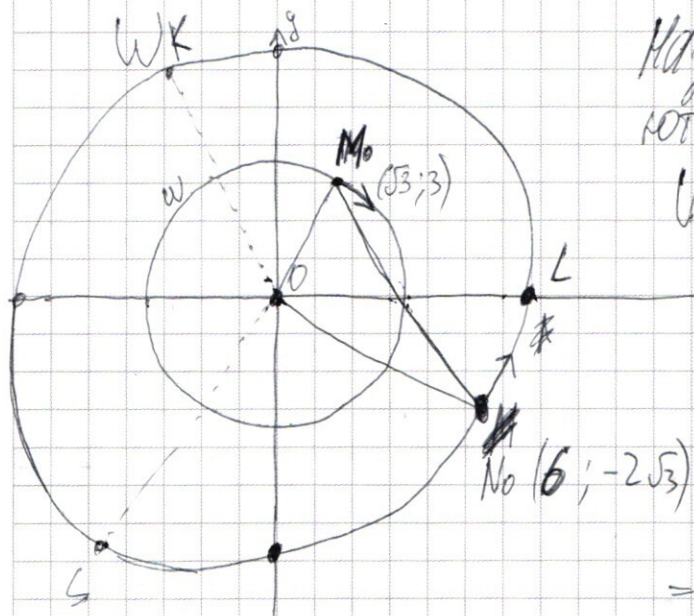


(Расшифровка подписи)



(Дата)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№1
Назовем окр. по которым двига-
ются шипы и смещр ω и
 Ω соответственно. Тогда

$$\text{радиус } \omega \text{ это } r \\ |OM_0| = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{радиус } \Omega \text{ равен } |ON_0| = \\ = \sqrt{6^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

т.е. радиус Ω в 2 раза больше чем у $\omega \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ длина окр Ω в 2 раза больше длины окр ω

т.к. длина вычисляется по формуле $2\pi R$.

Пусть r - радиус ω
 R - радиус Ω

(Все дуги в этой
задаче я буду обозна-
чать по направлению
движения по соотв. окр.)

$$r = 2\sqrt{3}$$

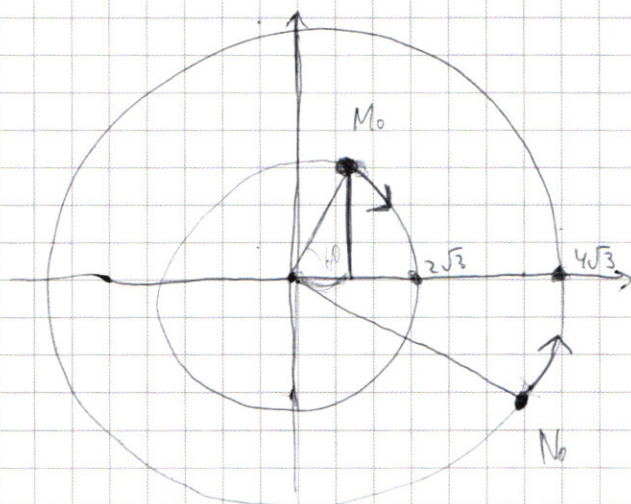
$$R = 4\sqrt{3}$$

Пусть L - точка пересечения окр Ω и оси x .

$$\cos \angle M_0OL = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle M_0OL = 60^\circ$$

$$\sin \angle LON_0 = \frac{-2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle LON_0 = 30^\circ$$

Поскольку $2r = R$ и $2\angle M_0OL = \angle LON_0$ то длина дуги между
 M_0 и осью x равна дуге $N_0L \Rightarrow$ когда смещр



$$\sqrt{(6-\sqrt{3})^2 + (3+2\sqrt{3})^2} =$$

$$= 36 - 12\sqrt{3} + 3 + 9 + 12\sqrt{3} + 12$$

$$2(3)x + 6y = \frac{3+\sqrt{12}}{2}$$

$$-\frac{9+3\sqrt{12}}{2}x + \frac{-9+3\sqrt{12}}{2}y = 1$$

$$x^2 = 3+9$$

$$x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$y^2 = 36 + 12 = 48$$

$$y = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{xy}{x^2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{8 \cdot 3}{12} = 2$$

$$\frac{xy}{x^2} = \frac{y}{x}$$

$$-\frac{9+3\sqrt{12}}{2}(x+y) = 2$$

$$x+y = \frac{3+3\sqrt{12}}{12}$$

$$x+y = \frac{2}{3\sqrt{12}-9}$$

$$2(a-b)x + by = a$$

$$3bx + (a-b)by = 1$$

$$y = \frac{1-3bx}{(a-b)b}$$

$$= \frac{3}{b-a}x - \frac{1}{b}$$

$$6 \cdot 7 \cdot 8 = 42 \cdot 8 = 320 + 16$$

$$320$$

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

$$x \cdot y \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$$

$$9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9$$

$$1120 \cdot 5 = 5600$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

будет в точке $L(4\sqrt{3}; 0)$, синица будет в точке $(2\sqrt{3}; 0)$ т.е. расстояние между ними будет $2\sqrt{3}$ а это и есть наименьшее возможное расстояние (т.к. радиусы откладываются на $2\sqrt{3}$). Поскольку $2r=R$ то угловая скорость синицы будет в 2 раза больше. Будем называть те положения ~~на~~ птиц когда расстояние между ними $2\sqrt{3}$ встречами. После 1-ой встречи до второй синица пролетит $\frac{1}{3}$ окр а синица $\frac{2}{3}$ окр т.е. если положение синицы ко второй встрече назвать K то $\angle KOL = 120^\circ$ и значит $\cos \angle KOL = -\frac{1}{2}$ т.е. $K(-2\sqrt{3}; 6)$. После этой 2-ой встречи до следующей в точке S синица опять пролетит $\frac{1}{3}$ окр, а синица опять $\frac{2}{3} \Rightarrow S(-2\sqrt{3}; -6)$ а после этого синица и синица окажутся в точках N_0 и M_0 соответственно и ситуация будет повторяться.

Ответ: $L(4\sqrt{3}; 0)$, $K(-2\sqrt{3}; 6)$, $S(-2\sqrt{3}; -6)$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

Очевидно, что и первое и второе ур-ия задают прямые т.к. в них обоих x и y входят в 1-ой степени. $\Rightarrow$ эта система будет иметь бесконечно много решений только в том случае если 1-ое и 2-ое ур-ия задают одну и ту же прямую. Давайте каждое из ур-ий представим в виде $y = kx + c$

1) $2(a-b)x + 6y = a$

$$y = \frac{a + 2(b-a)x}{6} = \frac{b-a}{3}x + \frac{a}{6}$$

2) Для начала заметим, что $b \neq 0$ т.к. иначе все левая часть ур-ия 0, а правая 1. А также если $a = b$ то

$$\begin{cases} 6y = a & - \text{задает горизонтальную прямую} \\ 3bx = 1 & - \text{задает вертикальную прямую} \end{cases}$$

$\Downarrow$
У этой системы 1 решение ~~т.е.~~ т.е. нам не подходит т.е. $a \neq b$.

$$3bx + (a-b)by = 1$$

$$y = \frac{1 - 3bx}{(a-b)b} = \frac{3}{b-a}x - \frac{1}{(b-a)b}$$

Поскольку 1) и 2) должны быть одной и той же прямой, то:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \frac{b-a}{3} = \frac{3}{b-a} \Rightarrow (b-a)^2 = 9 \Rightarrow b-a = 3 \text{ или } b-a = -3 \\ \frac{a}{b} = -\frac{1}{(b-a)b} \Rightarrow a(a-b)b = 6 \end{cases}$$

Теперь есть 2 случая.

1) $b-a = 3$

$$a(a-b)b = 6$$

$$a(-3)b = 6$$

$$a \cdot b = -2$$

$$\begin{cases} b-a=3 \\ a \cdot b = -2 \end{cases} \quad b = a+3$$

$$a \cdot (a+3) = -2$$

$$a^2 + 3a + 2 = 0$$

$$a_1, a_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = -1, -2$$

Т.е. $(a=-1; b=2) \vee (a=-2; b=1)$

2) $b-a = -3$

$$a(a-b)b = 6$$

$$a \cdot 3 \cdot b = 6$$

$$a \cdot b = 2$$

$$\begin{cases} b-a = -3 \\ a \cdot b = 2 \end{cases} \quad a = b+3$$

$$(b+3) \cdot b = 2$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$b_1, b_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \quad a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

$$b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \quad a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Т.е. } \left(a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} ; b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \right) \vee \left(a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} ; b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \right)$$

Ответ: ~~4~~ 4 пары

1) $a = -1 ; b = 2$

2) $a = -2 ; b = 1$

3) ~~a~~ $a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} ; b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$

4) $a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} ; b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

N5

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

Значит среди цифр этого восьмизначного числа точно есть одна 7, точно есть три 5 (т.к.

~~не~~ между цифрами : 5 кроме 5), и еще есть

либо три 2 и одна 1, либо одна 4 одна

2 и две 1, либо одна 6 и три 1. Т.е.

∃ 3 возможных комплекта ~~цифр~~ ~~знач~~, из кото-
рых можно составить подходящее число.

Вот эти комплекты:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) 7, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 1

2) 7, 5, 5, 5, 4, 2, 1, 1

3) 7, 5, 5, 5, 8, 1, 1, 1

Рассчитаем кол-во чисел в которых все цифры
это 1-ый комплект.

7 мы можем поставить ~~8~~^{на} 8 мест.

1 ~~и~~ 7 оставшихся свободных мест

~~На~~ На оставшиеся 6 свободных мест нужно
расставить три 5 и три 2. Очевидно,
что расположение пятёрок однозначно задает
расположение двоек. А на 6 мест мы
можем расставить ~~три~~ три пятёрки $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} =$
 $= 20$ способами. $\Rightarrow$ всего восьмизначных

чисел с комплектом цифр 1) равно

$$8 \cdot 7 \cdot 20 = 1120$$

Для 3-го комплекта цифр очевидно вариан-
тов ровно столько же т.к. 1 из 1-го комплек-
та можно считать 8 из 3-го, а двойки
из 1-го переходят в ~~и~~ единицы из 3-го.
Т.е. из 3-го комплекта ~~цифры~~ можно считать
1120 восьмизначных чисел

А из 2-го комплекта цифр можно собрать:

7 можно поставить 8-ью способами

4 можно поставить 7-ью способами

2 можно поставить 6-ью способами

А расставить две единицы на оставшихся

5 мест можно $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ способами $\Rightarrow$

всего таких восьмизначных чисел с цифрами

из 2-го набора $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 10 = 3360$

Тогда общее число подходящих нам

восьмизначных чисел это $1120 + 1120 + 3360 =$

$= 5600$

Ответ: 5600

N3

$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10$$

$$(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x+5)(x-2)$$

При $x = -5$ выражение под корнем равно $-20 \Rightarrow x \neq -5$

$$\sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x-2)$$

Обе части ур-ия должны быть $\geq 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x \geq 2$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x-2)^2$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$(x-3)(x^2 - x - 3) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x-3)(x^2-x-3)=0$$

Очевиден корень $x=3$. (выражение под корнем очевидно >0)

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 3 \cdot 1}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Но мы помним, что $x \geq 2$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ точно не подходит.

$$x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} > 2 \text{ подходит.}$$

Проверим на выражение под корнем.

$$x^3 - 16x + 25$$

Подставим $x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$

$$\frac{(1 + \sqrt{13})^3}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 = \frac{1 + 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 + 13\sqrt{13}}{8} -$$

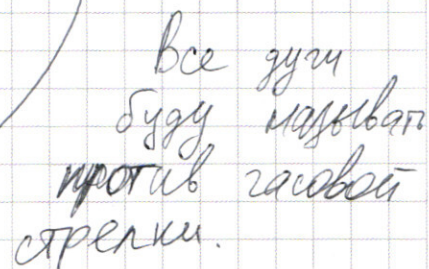
$$- 8 - 8\sqrt{13} + 25 = \frac{40 + 16\sqrt{13}}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 =$$

$$= 5 + 2\sqrt{13} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 = 22 - 6\sqrt{13} =$$

$$= 22 - \sqrt{468} = \sqrt{484} - \sqrt{468} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \text{ подходит}$$

Ответ: $x=3$; $x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$



Problem: $CF = 14$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 | x+1 | + 1 \geq 0$$

Сначала рассмотрим случай $x < -1$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

Поскольку в данном случае $|x| > 1$ то

$$6x^4 + 5x^3 > 0$$

$$6x^2 + 2x > 0$$

$$1 > 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0 \text{ т.е. } \text{выполняется}$$

с для любого $x < -1$.

При $x = -1$ левая часть н-во равна 6
т.е. н-во выполняется.

Теперь рассматриваем случай $x > -1$.

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$(x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \geq 0$$

$$\text{и } (x-1) > 0$$

$$\text{При } x \geq 1 \quad 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \geq 0 \text{ т.к.}$$

$$\text{т.е. все } x \geq 1 \text{ подходят. } 6x^3 - 3x = 3x(2x^2 - 1) > 0$$

$$x^2 - 1 = (x+1)(x-1) \geq 0$$

При ~~х~~ $-1 < x < 1$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1 \leq 0$$

Если x меньше -1 то н-во неверно.

Когда x равно 0 оно верно и $x > 0$ н-во верно

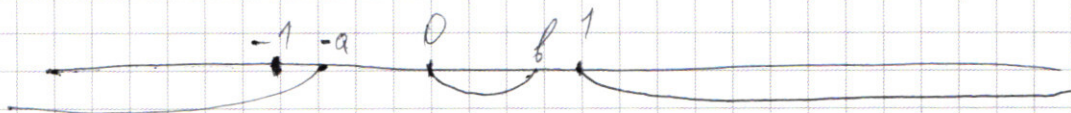
~~Если $x > 0$ то не совсем большой~~

Если $x \geq 0$ ~~то~~ $x > 0$ (меньше больше
0) то н-во верно.

Если x меньше 0 то н-во неверно.

Если x меньше -1 то н-во верно.

Т.е. решение н-ва на числовой прямой
такое,



Ответ: ~~н-во~~ верно при $x \leq -1$,

при $x \geq 1$, при $x \leq -a$ и при ~~н-во~~

$0 \leq x \leq b$ где ~~н-во~~ a и b некоторые положи-
тельные числа < 1 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(a+b)^3 = (a-b)^3$

$\left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{225}{16}$

$13 \cdot 22$

$160 + 36 \cdot 13$

$360 + 108$

468

$(a+b)(a+b)(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$\sqrt{13}$

$\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$

$\frac{14}{4}$

$\frac{15}{4} \cdot 6 =$

$= \frac{90}{4}$

22

$6\sqrt{13}$

36
 13
 108
 468

22
 22
 44
 468

440

22
 22
 44
 468

13

$160 +$

$36 \cdot 13$

$360 + 108$

468

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2x^2 + 6x - 20$$

$$x^2+3x+10 = (x+5)(x-2)$$

$$x = -5$$

$$-125 + 25 + 80$$

$$x^3 - 16x + 25 \geq 0$$

$$x^2 - 10x + 25 \geq 0$$

$$x^2 - 10x + 25 + (x^3 - x^2) - 6x$$

$$a - b = 1$$

$$a \cdot b = -3$$

$$(b+1)(b) = -3$$

$$x > 2$$

$$8 - 32$$

$$b^2 + b + 3 = 0 \quad 8 - 32 + 25$$

$$-1 \pm \sqrt{1} = -24$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 9 \quad | \quad x-3 \\ \underline{x^3 - 3x^2} \\ -x^2 + 9 \\ \underline{-x^2 + 3x} \\ -3x + 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^3 - 4x^2 + 9 = 0 \\ (x-3) \cdot (x^2 - 3x + 3) \end{array}$$

$$x^3 = (2x+3)(2x-3)$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$0 \quad 7 \cdot 1$$

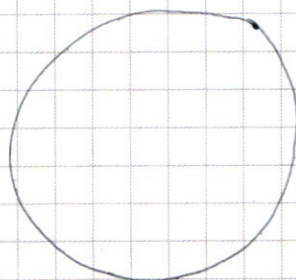
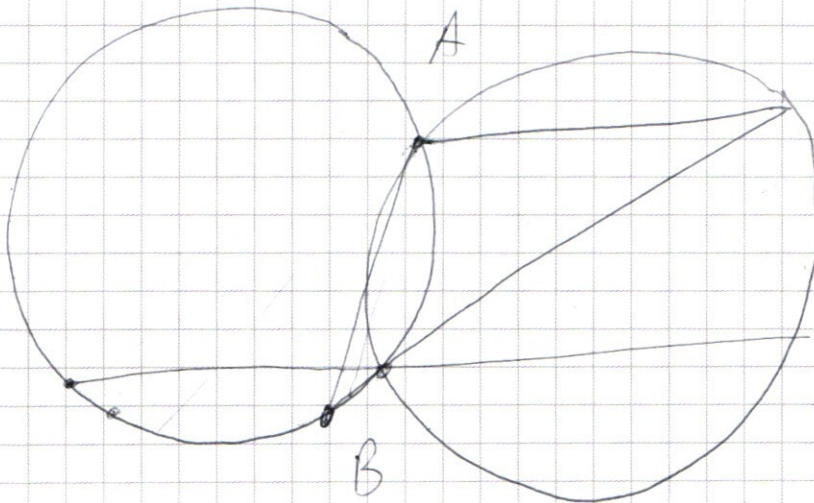
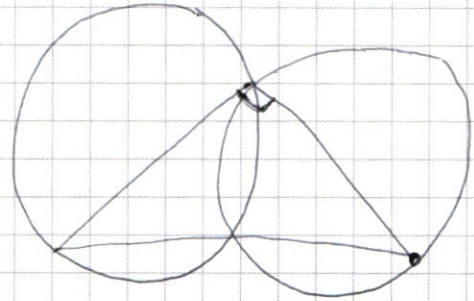
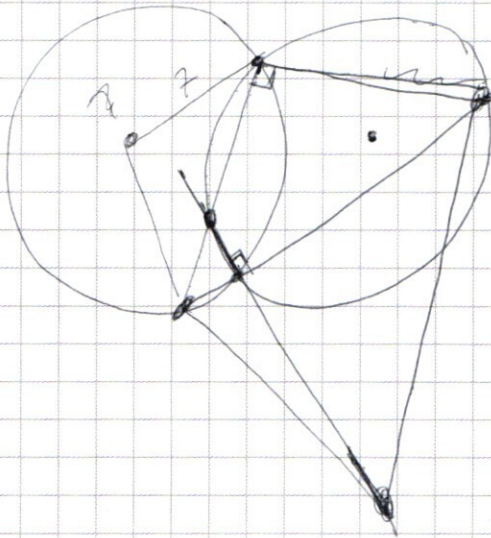
$$27 = 9 \cdot 3$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 - 8 - 8\sqrt{13} + \frac{125}{8} - 15$$

$$1 \pm \sqrt{40 - 8 - 6\sqrt{13}}$$

$$\frac{125}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned}
 &6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 / (x+1) + 1 \geq 0 \\
 &6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0 \\
 &6 + 4 - 4 - 20 + 1 \\
 &6 + 1 - 2 + 1
 \end{aligned}$$

$$AC^2 + AD^2 = CD^2 = CB^2 + 2CB \cdot BD + BD^2$$

$$CB^2 + CB \cdot BD$$

C'

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 | x+1 | + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 1 + 2x \geq 5x^2 | x+1 |$$

$$6x^4 + x^2 + 1 + 2x \geq 5x^3 + 5x^2$$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1 \leq 0 \quad \frac{2}{3}$$

$$x > -1$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \quad | x-1 | \\ 6x^4 - 6x^3 \quad \quad \quad 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ \hline x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \\ x^3 - x^2 + 2x + 1 \\ \hline -3x^2 + 2x + 1 \\ -3x^2 + 3x \\ \hline -x + 1 \end{array}$$

$$x^3 - 4x^2 + 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 + 2x + 1$$

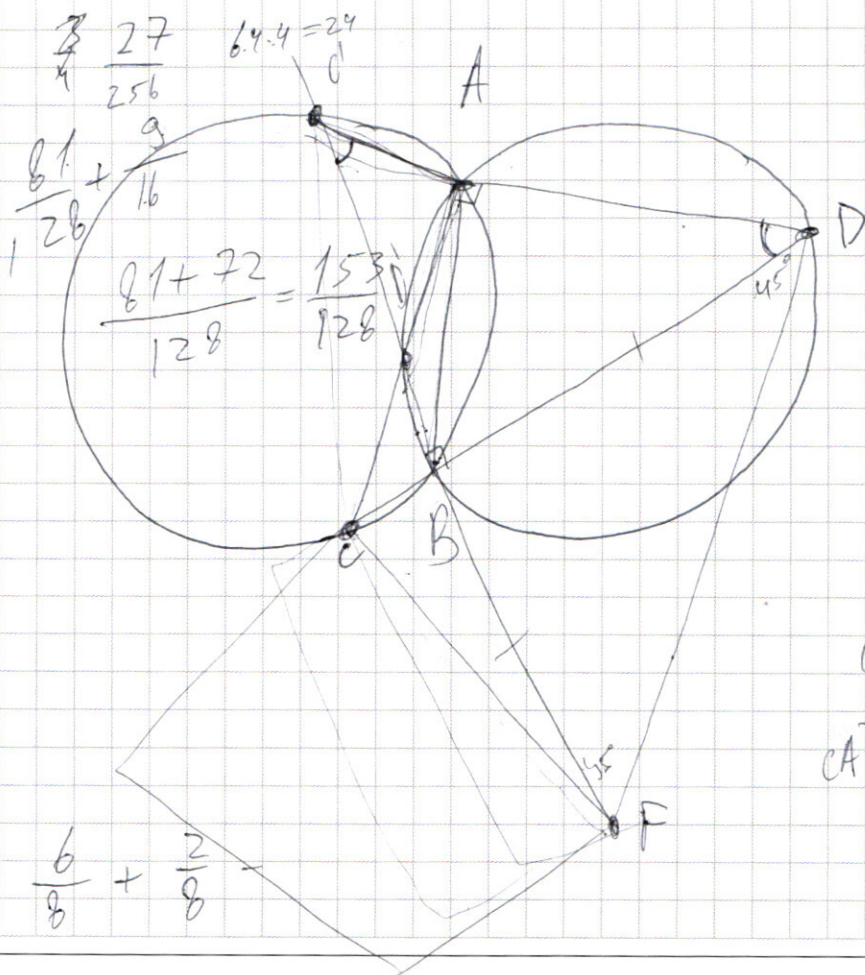
$$-3x^2 + 2x + 1$$

$$-3x^2 + 3x$$

$$-x + 1$$

$$\frac{16}{9} + \frac{4}{9}$$

$$\frac{2}{3}$$



$$CB^2 + BF^2 = CF^2 =$$

$$= CB^2 + BD^2 =$$

$$= CD^2 - 2CB \cdot BD =$$

$$= AC^2 + AD^2 - 2CB \cdot BD = CF^2$$

$$AC^2 + AD^2 = CF^2 + 2CB \cdot BF$$

$$CB^2 + CB^2 = 14^2$$

$$BD^2 + BD^2 = 14^2$$

$$BF^2 + BD^2 = 14^2$$

$$CA^2 + AD^2 = CB^2 + 2CB \cdot BD + BD^2$$

$$CA^2 + AD^2 = 2CB \cdot BF + CB^2 + BD^2 = 14^2$$