

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб  
Работы без вложенного задания не проверяются.

- [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке  $O(0; 0)$ . Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках  $M_0(-1; \sqrt{3})$  и  $N_0(2\sqrt{3}; 2)$  соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.
- [4 балла] Найдите все пары действительных параметров  $a$  и  $b$ , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

- [4 балла] Решите уравнение  $(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=x^2+5x+6$ .
- [6 баллов] Решите неравенство  $2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1 \geq 0$ .
- [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .
- [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leqslant 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6 = (x+3)(x+2)$$

$$(x+3)(\sqrt{x^3-x+10} - x-2) = 0$$

$$x = -3 \quad \sqrt{x^3-x+10} = x+2$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x^2+x-3) = 0$$

$$x = 2 \quad x^2+x-3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = -3; 2; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ x^2 - 5x \\ \underline{x^2 - 2x} \\ - 3x + 6 \\ \underline{- 3x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{a+b}{4}x + \frac{a}{12} \\ y = \cancel{\frac{4b}{a+b}x} - \frac{1}{a+b} \end{cases} \quad \text{OP3}$$

Полож. 2 у-я ст на коорд. пл. выходится прямими  $\Rightarrow$  чтобы система имела беск. мн. решений эти прямые должны совпадать  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} -\frac{a+b}{4} = -\frac{4}{a+b} \\ \frac{a}{12} = \frac{1}{(a+b)b} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 16 \\ ab = \frac{12}{a+b} \end{cases} \rightarrow I) \begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+\frac{3}{a}=4 \\ b=\frac{3}{a} \end{cases}$$

$$\rightarrow a^2 - 4a + 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ a=1 \\ b=3 \end{cases}$$

$$\text{II) } \begin{cases} a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{b} - 4 \\ b = -\frac{3}{a} \end{cases} \rightarrow a^2 + 4a - 3 = 0$$

$$D_1 = 4+3=7.$$

$$a_1 = -2 + \sqrt{7} \rightarrow b_1 = \frac{3}{2-\sqrt{7}}$$

$$a_2 = -2 - \sqrt{7} \rightarrow b_2 = \frac{3}{2+\sqrt{7}}.$$

Если  $a = -b$ , то

$$\begin{cases} 12y = a \\ -4ax = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{a}{12} \\ x = -\frac{1}{4a} \end{cases} \Rightarrow \text{сист. имеет 1 реш.}$$

~~значит~~ значит  $a \neq -b$ .

Если  $b = 0$ , то

$$\begin{cases} 3ax + 12y = a \\ 0 \neq 1 \end{cases} \rightarrow \cancel{\text{ }} \Rightarrow b \neq 0$$

Значит ответем: ~~а~~  $a = 3; b = 1;$

$$a = 1; b = 3$$

$$a = -(2 - \sqrt{7}); b = \frac{3}{2 - \sqrt{7}}$$

$$a = -(2 + \sqrt{7}); b = \frac{3}{2 + \sqrt{7}}$$

$\sqrt{5}$

$1400 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5^{0.1} \rightarrow$  числа могут быть составлены из таких наборов цифр:  $2; 7; 2; 5; 2; 5; 1; 1$   
 $4; 7; 2; 5; 5; 1; 1; 1$   
 $8; 7; 5; 5; 1; 1; 1; 1$ .

Каждому набору соответствует число.  $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 320 \cdot 24 \cdot 63 =$   
 чисел.  $\Rightarrow$  Ответ:  $= \boxed{483840.}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{7}$

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 \end{cases}$$

Рассмотрим 1e неравн.:  $|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$

I)  $\begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-6 \geq 0 \\ y \leq x-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 3 \\ y \leq x-3 \end{cases}$

$$x-3-y + x-3+y \leq 6$$

$$x \leq 6$$

II)  $\begin{cases} x-3-y < 0 \\ x-3+y < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ y < -x+3 \\ y > x-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3+y \geq 0 \\ x-3+y \leq 0 \end{cases}$

$$-(x-3)+y \leq 0$$

$$-(x-3-y) - (x-3+y) \leq 6$$

$$2(x-3) \geq -6$$

$$x \geq 0$$

III)  $\sqrt{4}$  (недр.)

$$2(a - \frac{1}{2}b)(a-b) \geq 0.$$

$$(x^2 - \frac{1}{2}(x-1))(x^2 - (x-1)) \geq 0.$$

1)  $x \geq 1$

$$(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2})(x^2 - x + 1) \geq 0.$$

$$D = \frac{1}{4} - 2 < 0$$

$$\cancel{x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \geq 0}$$

$$D = 1 - 4 < 0$$

$$\cancel{x^2 - x + 1 \geq 0}$$

III. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 1000. 1001. 1002. 1003. 1004. 1005. 1006. 1007. 1008. 1009. 1000. 1001. 1002. 1003. 1004. 1005. 1006. 1007. 1008. 1009. 1010. 1011. 1012. 1013. 1014. 1015. 1016. 1017. 1018. 1019. 1010. 1011. 1012. 1013. 1014. 1015. 1016. 1017. 1018. 1019. 1020. 1021. 1022. 1023. 1024. 1025. 1026. 1027. 1028. 1029. 1020. 1021. 1022. 1023. 1024. 1025. 1026. 1027. 1028. 1029. 1030. 1031. 1032. 1033. 1034. 1035. 1036. 1037. 1038. 1039. 1030. 1031. 1032. 1033. 1034. 1035. 1036. 1037. 1038. 1039. 1040. 1041. 1042. 1043. 1044. 1045. 1046. 1047. 1048. 1049. 1040. 1041. 1042. 1043. 1044. 1045. 1046. 1047. 1048. 1049. 1050. 1051. 1052. 1053. 1054. 1055. 1056. 1057. 1058. 1059. 1050. 1051. 1052. 1053. 1054. 1055. 1056. 1057. 1058. 1059. 1060. 1061. 1062. 1063. 1064. 1065. 1066. 1067. 1068. 1069. 1060. 1061. 1062. 1063. 1064. 1065. 1066. 1067. 1068. 1069. 1070. 1071. 1072. 1073. 1074. 1075. 1076. 1077. 1078. 1079. 1070. 1071. 1072. 1073. 1074. 1075. 1076. 1077. 1078. 1079. 1080. 1081. 1082. 1083. 1084. 1085. 1086. 1087. 1088. 1089. 1080. 1081. 1082. 1083. 1084. 1085. 1086. 1087. 1088. 1089. 1090. 1091. 1092. 1093. 1094. 1095. 1096. 1097. 1098. 1099. 1090. 1091. 1092. 1093. 1094. 1095. 1096. 1097. 1098. 1099. 1100. 1101. 1102. 1103. 1104. 1105. 1106. 1107. 1108. 1109. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1117. 1118. 1119. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1117. 1118. 1119. 1120. 1121. 1122. 1123. 1124. 1125. 1126. 1127. 1128. 1129. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1117. 1118. 1119. 1120. 1121. 1122. 1123. 1124. 1125. 1126. 1127. 1128. 1129. 1130. 1131. 1132. 1133. 1134. 1135. 1136. 1137. 1138. 1139. 1130. 1131. 1132. 1133. 1134. 1135. 1136. 1137. 1138. 1139. 1140. 1141. 1142. 1143. 1144. 1145. 1146. 1147. 1148. 1149. 1140. 1141. 1142. 1143. 1144. 1145. 1146. 1147. 1148. 1149. 1150. 1151. 1152. 1153. 1154. 1155. 1156. 1157. 1158. 1159. 1150. 1151. 1152. 1153. 1154. 1155. 1156. 1157. 1158. 1159. 1160. 1161. 1162. 1163. 1164. 1165. 1166. 1167. 1168. 1169. 1160. 1161. 1162. 1163. 1164. 1165. 1166. 1167. 1168. 1169. 1170. 1171. 1172. 1173. 1174. 1175. 1176. 1177. 1178. 1179. 1170. 1171. 1172. 1173. 1174. 1175. 1176. 1177. 1178. 1179. 1180. 1181. 1182. 1183. 1184. 1185. 1186. 1187. 1188. 1189. 1180. 1181. 1182. 1183. 1184. 1185. 1186. 1187. 1188. 1189. 1190. 1191. 1192. 1193. 1194. 1195. 1196. 1197. 1198. 1199. 1190. 1191. 1192. 1193. 1194. 1195. 1196. 1197. 1198. 1199. 1200. 1201. 1202. 1203. 1204. 1205. 1206. 1207. 1208. 1209. 1200. 1201. 1202. 1203. 1204. 1205. 1206. 1207. 1208. 1209. 1210. 1211. 1212. 1213. 1214. 1215. 1216. 1217. 1218. 1219. 1210. 1211. 1212. 1213. 1214. 1215. 1216. 1217. 1218. 1219. 1220. 1221. 1222. 1223. 1224. 1225. 1226. 1227. 1228. 1229. 1220. 1221. 1222. 1223. 1224. 1225. 1226. 1227. 12

N5

Дано:  $\omega_1$ ;  $\omega_2$ ;  $r = 9$

$\omega_1 \cap \omega_2 = A; B$ .  
 $\angle CAB = 90^\circ$ .

$B \in CD$

$BF \perp CD$

$BF = BD$

Найти:

$CF$

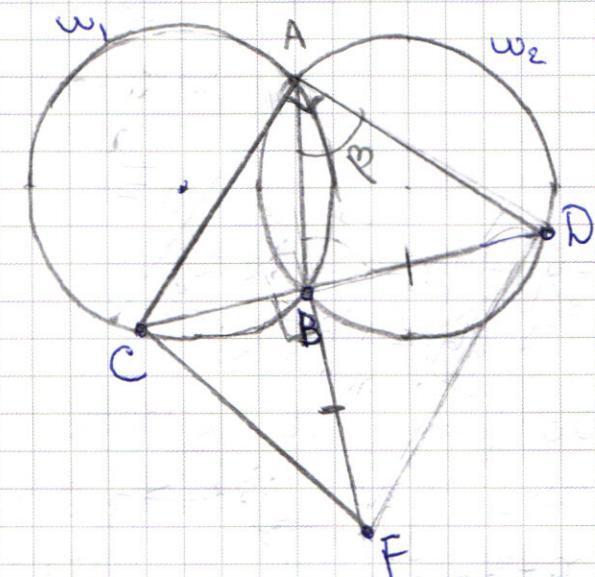
Решение: Тогда  $\angle DAB = \beta \Rightarrow BD = 2R \cdot \sin \beta$  и то, что  $\angle CAB = 90 - \beta \Rightarrow CB = 2R \sin(90 - \beta) = 2R \cos \beta$ .

~~Задача~~

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2 = 4R^2 (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = 4R^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CF = 2R = 18$$

Ответ:  $CF = 18$ .



N4.

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + (x-1)^2 - 3x^2|x-1| \geq 0$$

Введем зам. нер.  $x^2 = a$ ;  $|x-1| = b$ .

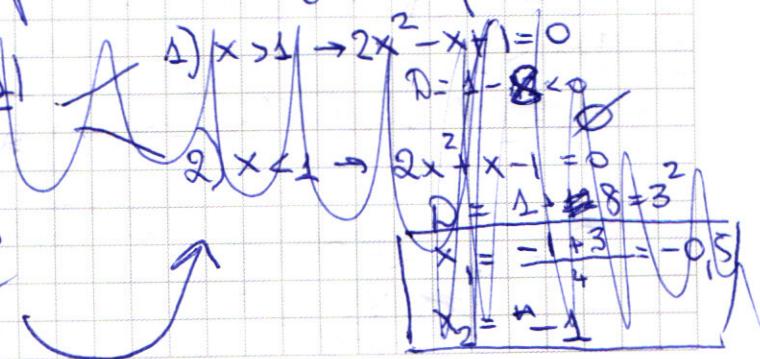
$$2a^2 + b^2 - 3ab \geq 0 \Leftrightarrow ((x-1)^2 = (|x-1|)^2 = b^2)$$

Решение симметрично относительно  $b$  за наше.

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$a_1 = \frac{3b - b}{4} = \frac{1}{2}b \Rightarrow x^2 = \frac{|x-1|}{2}$$

$$a_2 = b \Rightarrow x^2 = |x-1| \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЛЧ (найдены)

$$2) x < 1$$

$$(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2})(x^2 + x - 1) \geq 0.$$

$$D = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

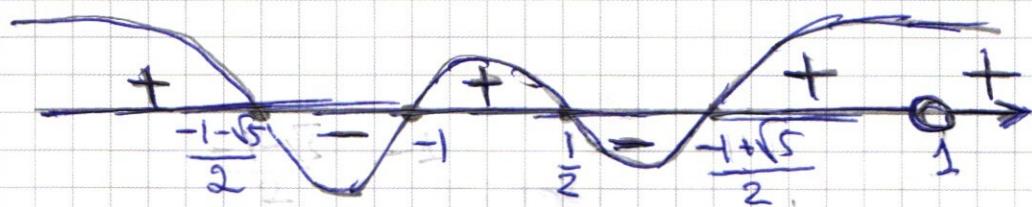
$$x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

$$D = 1 + 4 = 5.$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$



$$\text{Ответ: } x \in \left(-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[-1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[-1; \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1\right)$$

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ ((|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 \end{cases}$$

--- 4 окр., сим. относ. оси коорд

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$\begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq -x+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ y \leq x-3 \end{cases}$$

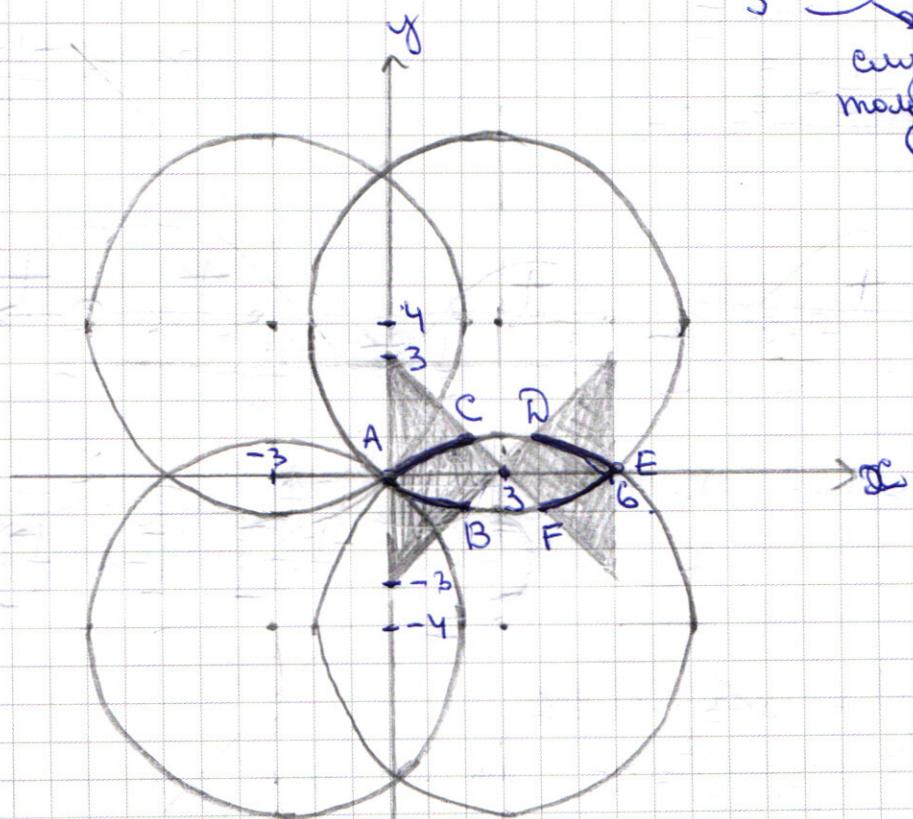
$$x-3-y + x-3+y \leq 6$$

$$2x \leq 6$$

$$\text{II) } \begin{cases} x-3-y < 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3 \\ y > x-3 \\ y \leq -x+3 \end{cases} \quad -(x-3-y) - (x-3+y) \leq 6 \\ 2x-6 \geq -6 \\ x \geq 0.$$

$$\text{III) } \begin{cases} x-3-y < 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y > x-3 \\ y \geq -x+3 \end{cases} \quad -(x-3-y) + (x-3+y) \leq 6 \\ y > x-3 \quad y \geq -x+3 \quad 2y \leq 6 \\ y > x-3 \quad y \geq -x+3 \quad y \leq 3. \quad \rightarrow \text{в этом случае есть только 1 реш} (0;3)$$

$$\text{IV) } \begin{cases} x-3-y > 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq x-3 \\ y < -x+3 \end{cases} \quad x-3-y - (x-3+y) \leq 6 \\ y \leq x-3 \quad y < -x+3 \quad y \leq -2x+6 \quad y \geq 3. \quad \rightarrow \text{в этом случае есть только 1 реш} (0;3)$$



Решениями будут дуги AC, AB, ED, EF  
~~и B~~ коорд: в ин. коорд:  $x=2\alpha$ ;  $y=-(\sqrt{24}\alpha-4)$

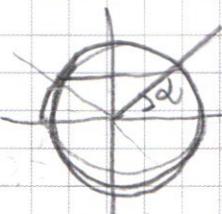
$$C(2; \sqrt{24}-4)$$

$$D(4; \sqrt{24}-4); F(4; -(\sqrt{24}-4))$$

$$\text{Ответ: } x \in (0; 2) \cup (4; 6); y \in (-(\sqrt{24}-4); \sqrt{24}-4)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(180 - \alpha)$$

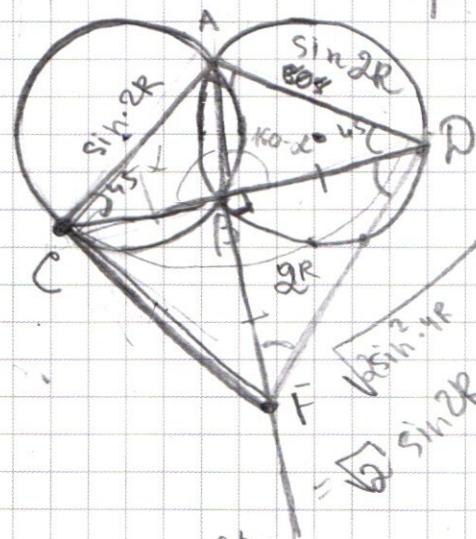


$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 |(x-1)+1 > 0.$$

$$2x(x^3 - 1) + x^2 - 3x^2 |(x-1)+1 > 0.$$

$$2x(x-1)(x^2 + x + 1) + x^2 - 3x^2 |(x-1)+1 > 0.$$

$$x^2(2x+1)$$



$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)b y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{(a+b)}{4}x + \frac{a}{12} \\ y = -\frac{4}{a+b}x + \frac{1}{(a+b)b} \end{cases}$$

$$-\frac{(a+b)}{4}x + \frac{a}{12} = -\frac{4}{a+b}x + \frac{1}{(a+b)b}$$

$$x \left( \frac{4}{a+b} - \frac{a+b}{4} \right) = \frac{1}{(a+b)b} - \frac{a}{12}$$

$$\sin \alpha \cdot 2R = CA$$

$$\cos \alpha \cdot 2R = AN$$

$$\left( \frac{4}{a+b} - \frac{a+b}{4} \right) = 0$$

$$x \left( \frac{4}{a+b} - \frac{a+b}{4} \right) = \frac{1}{(a+b)b} - \frac{a}{12}$$

стри

$$\begin{cases} a \neq -b \\ b \neq 0 \end{cases}$$

это уже имеет беск.

многод реш.  $\Rightarrow$  сист.

может иметь беск. реш.

реш.

$$(a+b)^2 = 16$$

$$12 - ab(a+b) = 0$$

$$\rightarrow I) \begin{cases} a+b=4 \text{ и } ab \\ 12 - 4(a+b) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \end{cases}$$

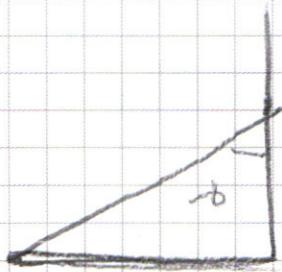
$$1400 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5.$$

$$\cancel{2} \cdot 27255211$$

$$47525111$$

$$875\cancel{2}51111$$

$$\begin{array}{r}
 320 \\
 \times 24 \\
 \hline
 1280 \\
 64 \\
 \hline
 7680 \\
 48 \\
 \hline
 23040 \\
 4608 \\
 \hline
 483840
 \end{array}$$

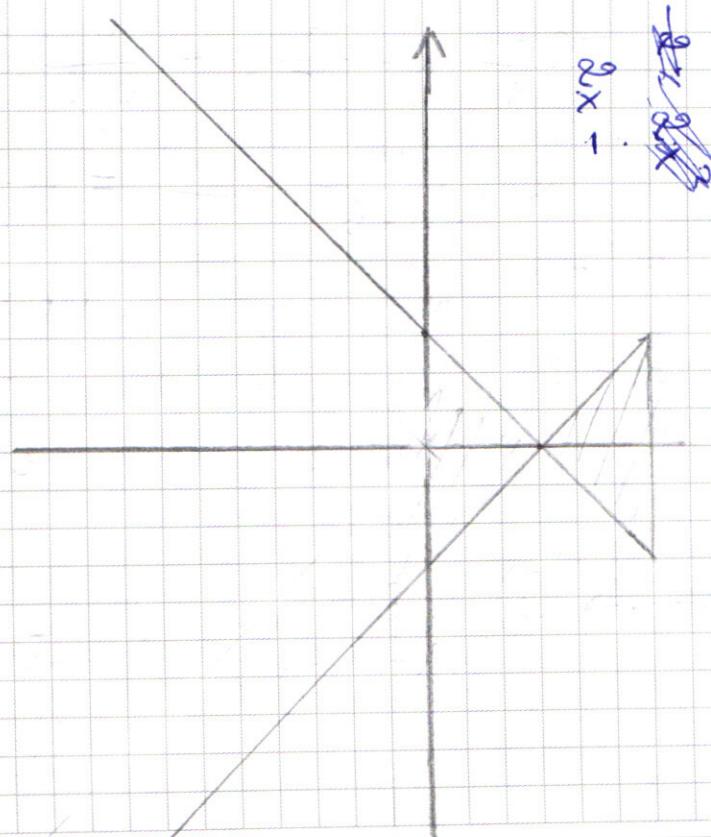


$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6.$$

$$\begin{cases}
 x-3-y > 0 \\
 x-3+y > 0
 \end{cases} \rightarrow 2x-6 > 0 \\
 x > 3.$$

$$\begin{cases}
 x-3 > y \\
 x-3 > -y
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x-3 > y \\
 3-x < y
 \end{cases} \rightarrow y \in (3-x, x-3)$$



$$\begin{aligned}
 & 2x^4 + x^2 - 2x^3 + x^2 - 2x - 3x^2 + x - 1 + 1 > 0. \\
 & 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 > 0. \\
 & 2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x^2 + x + 1 > 0.
 \end{aligned}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

$$(3x - by)(a+b) + (3y - bx)\cdot 4 = a - 1.$$

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6 = (x+3)(x+2)$$

$$(x+3)(\sqrt{x^3-x+10} - x-2) = 0.$$

~~$x+3=0 \Rightarrow x=-3$~~

$$\sqrt{x^3-x+10} = x+2.$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4.$$

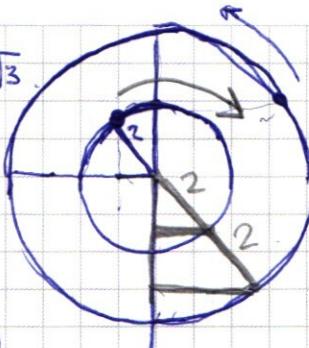
$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0.$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 \mid x-1 \rightarrow 1 \geq 0$$

$x \geq 1.$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 9x^2 - 8x^3 - 2x + 1 \geq 0.$$



$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \\ x^3 - 2x^2 \\ \hline x^2 - 5x \\ x^2 - 2x \\ \hline -3x + 6 \\ -3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

~~$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$~~

~~$(100-3)^2 + (100-4)^2 = 25.$~~

~~$x > 0 \quad y > 0 \quad 3 \leq y$~~

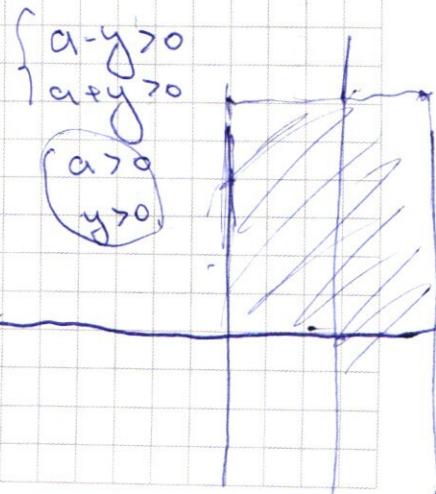
~~$x < 3$~~

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6.$$

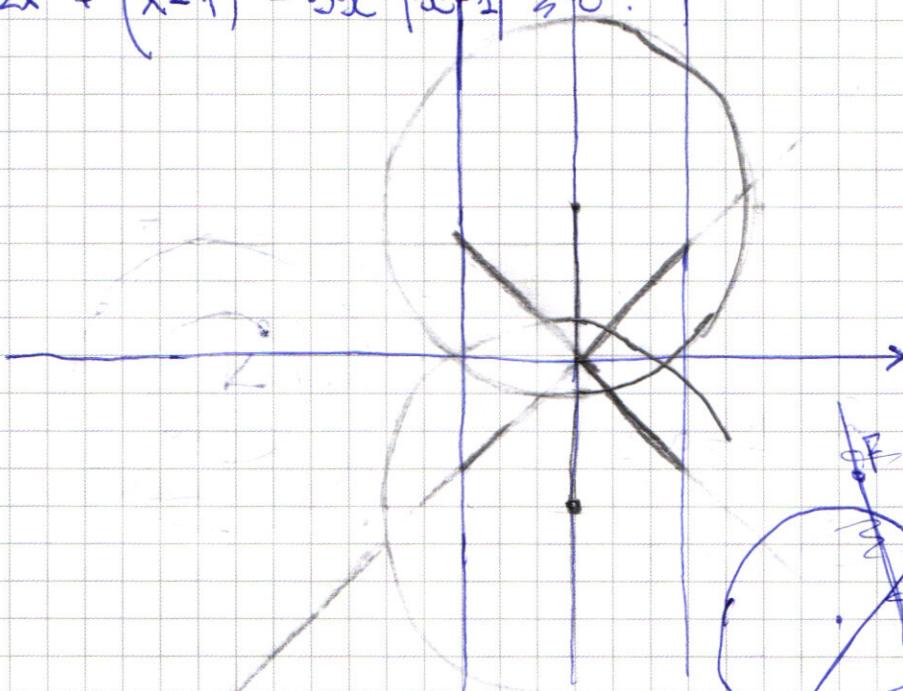
$$x-3 = a$$

$$|a-y| + |a+y| \leq 6.$$

$$a-y + a-3 + a-3 + a-3 \leq 6 \quad a \leq 6.$$



$$2x^4 + (x-1)^2 - 3x^2 |x-1| \geq 0.$$



$$|x-3+y| + |x-3-y| \leq 6.$$

$$x-3 = a$$

$$|a+y| + |a-y| \leq 6.$$

$$\begin{cases} a+y \geq 0 \\ a-y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} a \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}$$

$$a \geq 0 \rightarrow x \geq 3.$$

$$y \geq 0$$

$$(a+y)(a-y) \geq 0.$$

$$a \geq 0 \Leftrightarrow (y+a)(y-a) \leq 0.$$

$$y \in (-a; a).$$

$$x-3 \geq 0.$$

$$y \leq x-3$$

$$\begin{cases} a+y \geq 0 \\ a-y \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} a \geq 0 \\ y \leq 0 \end{array}$$

$$a+y - a+y \leq 6$$

$$y \leq 3$$

$$2x^2 + 1 - \frac{2}{x} - 3|x-1| + \frac{1}{x^2} \geq 0.$$

$$2x^2 + 1 - \frac{2}{x} - 3|x-1| + \frac{1}{x^2} \geq 0.$$

$$\cancel{2x^2}$$

$$2x^2 + 1 - \frac{2}{x} \geq 3|x-1| + \frac{1}{x^2}.$$

чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)