

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

- ✓ 2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

- ✓ 3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.

- ✓ 4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.

- ✓ 5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

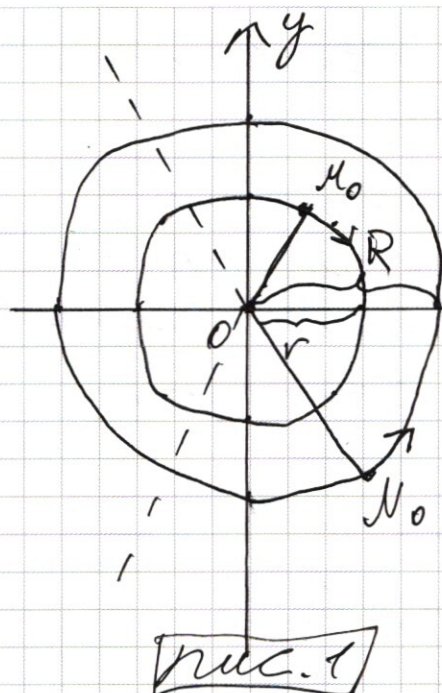
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

22/33

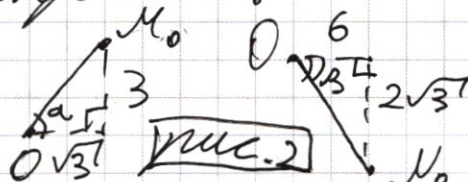
~~$(y+12)^2 = 13^2 + (x+5)^2 = (13-|x|+5)^2$~~
 ~~$(x+5)^2 = (13-|y|+12)(13+|y|-12) = (25-|y|)(7+|y|)$~~
 ~~$= (25-|y|)(7+|y|)$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



У1.

Найдем радиусы
окр-тей:



$$OM_0 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} =$$

$$= \sqrt{3 + 9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$ON_0 = \sqrt{6^2 + (2\sqrt{3})^2} =$$

$$= \sqrt{36 + 12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

Пусть r - радиус меньшей окр-ти
см. рис. 1) R - радиус большей окр-ти

$$OM_0 < ON_0 \Rightarrow r = 2\sqrt{3} \quad R = 4\sqrt{3}$$

$\Rightarrow r$ - рад. окр. синусы

R - рад. окр. косинусы

Найдем углы α и β (см. рис. 2):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} \end{aligned} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

Пусть ω_1 - угловая скорость синуса
 ω_2 - угловая скорость косинуса

По усл. скорости равны $\Rightarrow \omega_1 r = \omega_2 R \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R}{r} = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2 \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2 \Rightarrow$$

$$\alpha = 2\beta \Rightarrow \dots$$

И 1 (продолжение)

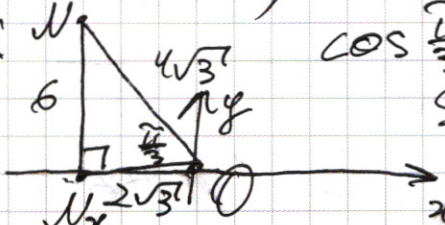
... $\Rightarrow$ линия и скелюр встречаются* первый раз на Ox .

П.к. $\omega_1 = 2\omega_2$, то до след. встречи линия пролетит угол в 2 р. больший чем скелюр, т.е. $\frac{4\pi}{3}$ и $\frac{2\pi}{3}$ соответственно.

Таким образом получаем, что ~~лучи~~ ~~лучи~~ встречи делят окруж-ти на 3 равные части. Найдём соотв. 3 значения координат скелюра:

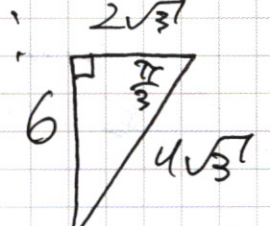
I: $(4\sqrt{3}'; 0)$

II: $\cos \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow OM_x = 2\sqrt{3}'$
 $\sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MM_x = 6$



$(-2\sqrt{3}'; 6)$

III: $(-2\sqrt{3}'; -6)$



Ответ: $(4\sqrt{3}'; 0), (-2\sqrt{3}'; 6), (-2\sqrt{3}'; -6)$.

* "встречей" мы называем событие, когда центр координат, линия и скелюр наход. на одной прямой, т.к. при таком положении расстояние между линией и скелюром минимально.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

У2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)6y = 1 \end{cases}$$

Заметим, что мы имеем систему из двух линейных ур-ний. Чтобы она имела бесконечно много решений, эти две прямые должны совпадать $\Rightarrow$ ур-ния должны быть попарно эквивалентными друг другу.

~~Вот~~ Вернувшись заметим, что при $b=0$ второе ур-ние не имеет решений, а при $a=b$ мы получим две $\perp$ прямые. Тогда приведем ур-ния в стандартный вид $y=kx+b$:

$$\begin{cases} y = \frac{a}{6} - \frac{a-b}{3}x \\ y = \frac{1}{(a-b)6} - \frac{3}{a-b}x \end{cases}$$

Значит, ~~при~~ система имеет беск. много решений тогда и только тогда, когда ~~выполняется~~ выполняется след. система:

$$\begin{cases} \frac{a}{6} = \frac{1}{(a-b)6} \\ \frac{a-b}{3} = \frac{3}{a-b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 = 9 \\ ab(a-b) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \dots$$

№2 продолжение)

$$\dots \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a-b=3 \\ 3ab=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b+3 \\ b^2+3b-2=0 \end{cases} \begin{cases} D=3^2+4\cdot 2=17 \\ b=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a-b=-3 \\ 3ab=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b-3 \\ b^2-3b+2=0 \end{cases} \begin{cases} D=3^2-4\cdot 2=1 \\ b=\frac{3\pm 1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a=\frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ b=\frac{-3+\sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a=\frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ b=\frac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases} \end{cases} \quad \text{Ответ: } \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \right), \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \right), (-1; 2), (-2; 1).$$

№3.

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}=x^2+3x-10$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}=(x+5)(x-2)$$

$$\sqrt{x^3-16x+25}=2(x-2)$$

$$\boxed{x \neq -5}$$

$$x^3-16x+25=4(x-2)^2$$

$$\boxed{x \geq 2}$$

$$x^3-16x+25=4x^2-16x+16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$(27-36+9=0)$$

(подбираем корни по теор.
0 целых корнях)

$$\begin{array}{r|l} x^3-4x^2+9 & x-3 \\ \underline{x^3-3x^2} & \\ -x^2+9 & \\ \underline{-x^2+3x} & \\ -3x+9 & \\ \underline{-3x+9} & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0$$

...

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$$D = 1^2 + 4 \cdot 3 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \geq 2$$

$$\frac{1 - \sqrt{13}}{2} < 2$$

~~В ответе~~

Ответ: $\{-5; 3; \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\}$.

№4.

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

$$|5x^2(x+1)| \leq 6x^4 + x^2 + 2x + 1$$

$$\begin{cases} 5x^2(x+1) \leq 6x^4 + x^2 + 2x + 1 \\ 5x^2(x+1) \geq -6x^4 - x^2 - 2x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0 \\ 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0 \\ 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0 \\ 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

Разложим ~~второе~~ второе многочлен на множители!

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 = (ax^2 + bx + c) \cdot (dx^2 + ex + f)$$

$$\begin{cases} ad = 6 \\ ae + bd = 5 \\ af + cd + be = 6 \\ bf + ec = 2 \\ cf = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = f = 1 \\ ad = 6 \\ ae + bd = 5 \\ a + d + be = 6 \\ b + e = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = f = 1 \\ b = e = 1 \\ ad = 6 \\ a + d = 5 \\ \begin{cases} a = 2 \\ d = 3 \end{cases} \\ b = e = 1 \\ c = f = 1 \dots \end{cases}$$

УЧ (продолжение)

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 = (2x^2 + x + 1)(3x^2 + x + 1)$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0 \quad D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 < 0$$

$\Downarrow$

$\Downarrow$

$$\forall x \quad 2x^2 + x + 1 > 0$$

$$\forall x \quad 3x^2 + x + 1 > 0$$

$$\forall x \quad 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 > 0$$

Тогда достаточно решить первое неравенство:

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$(6 - 5 - 4 + 2 + 1 = 0)$$

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \\ - 6x^4 - 6x^3 \\ \hline x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} | x - 1 \\ \hline 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ (-\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1 = 0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \\ - x^3 - x^2 \\ \hline -3x^2 + 2x + 1 \\ -3x^2 + 3x \\ \hline -x + 1 \\ -x + 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ - 6x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 - 3x - 1 \\ -2x^2 - x \\ \hline -2x - 1 \\ -2x - 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} | 2x + 1 \\ \hline 3x^2 - x - 1 \\ D = 1^2 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 13 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6} \end{array}$$

$$(x - 1)(2x + 1)\left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6}\right) \geq 0$$

Воспользуемся методом интервалов:

$$\begin{array}{ccccccc} + & - & + & - & + \\ \hline & -\frac{1}{2} & \frac{1 - \sqrt{13}}{6} & \frac{1 + \sqrt{13}}{6} & 1 & & \end{array}$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1 - \sqrt{13}}{6}, \frac{1 + \sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

Заметим, что есть 3 способа разложения
7000 на 8 однозначных множителей
без учёта порядка:

I: $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

II: $1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

III: $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

больше вар-тов
нет, т.к. $2 \cdot 5 > 8$
 $5 \cdot 5 > 8$
 $5 \cdot 7 > 8$
 $2 \cdot 7 > 8$

Тогда теперь посчитаем кол-во
перестановок.

I: ~~8 элементов: 3 раза 2, 3 раза 5, 1 раз 7.~~

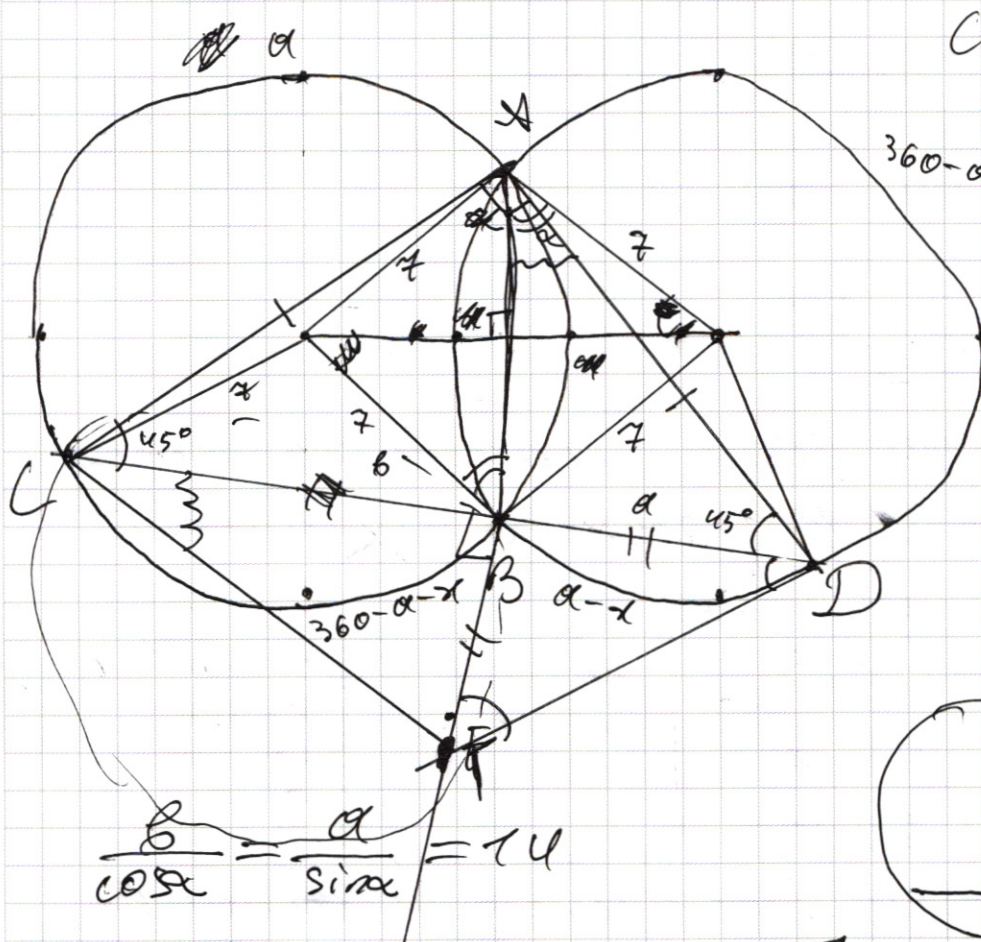
$$\frac{8!}{1! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 1!} \quad \text{II: } \frac{8!}{2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 1!}$$

$$\text{III: } \frac{8!}{3! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 1!}$$

значит всего
возможных чисел:

$$\begin{aligned} & \frac{8!}{3! \cdot 3!} + \frac{8!}{2! \cdot 3!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = 8! \left(\frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} \right) = \\ & = \frac{5 \cdot 8!}{36} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 8 = 5600 \end{aligned}$$

Ответ: 5600.



$$CF = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2 \cdot 7$$

$$\sqrt{2} \cdot AB = 14$$

$$AB = \frac{14}{\sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\frac{b}{\cos \alpha} = \frac{a}{\sin \alpha} = 14$$

$$\frac{a}{b} = \tan \alpha$$

$$a = 14 \cdot \sin \alpha$$

$$b = 14 \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \angle ACD = \frac{7\sqrt{2}}{14} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.

У окр-тей
одинак.
радиусы,
а дуги, образ.
при пересеч.
равны $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD =$
 $= \angle ADC = 45^\circ$
 $\Downarrow$
 $AC = AD$

По теор. синусов:
 $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R = \dots$

$\Rightarrow \frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2 \cdot 7 \Rightarrow AB = 7\sqrt{2}$

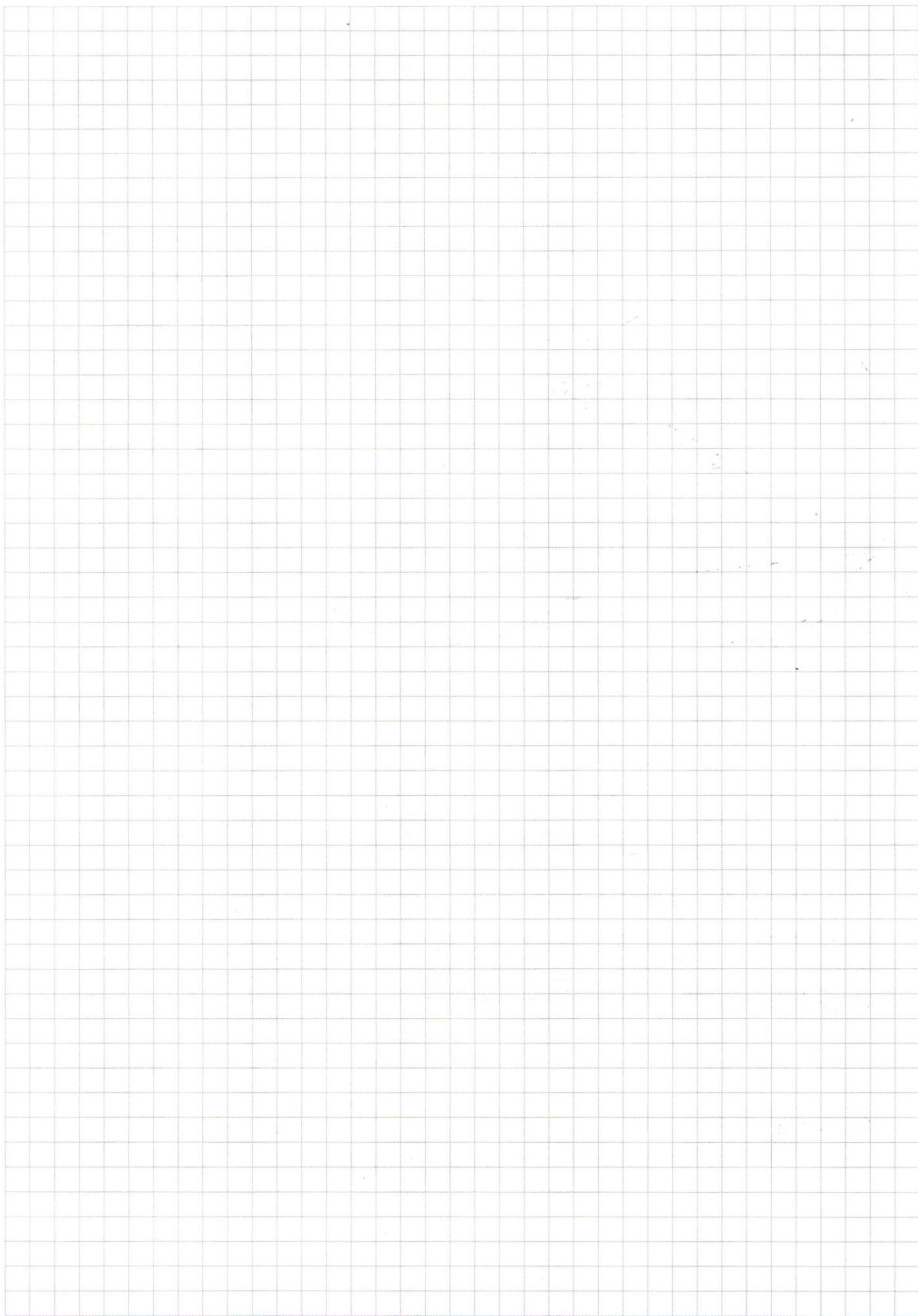
По теор. косинусов. в $\triangle BO_1A$:

$$7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cos \alpha = (7\sqrt{2})^2$$

$$\cos \alpha = - \frac{49 \cdot 2 - 49 - 49}{2 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{70 - 98}{98} = - \frac{5}{7}$$

$\square BO_1AO_2$ - параллелограмм $\Rightarrow \angle AO_1B = \angle AO_2B = \alpha$

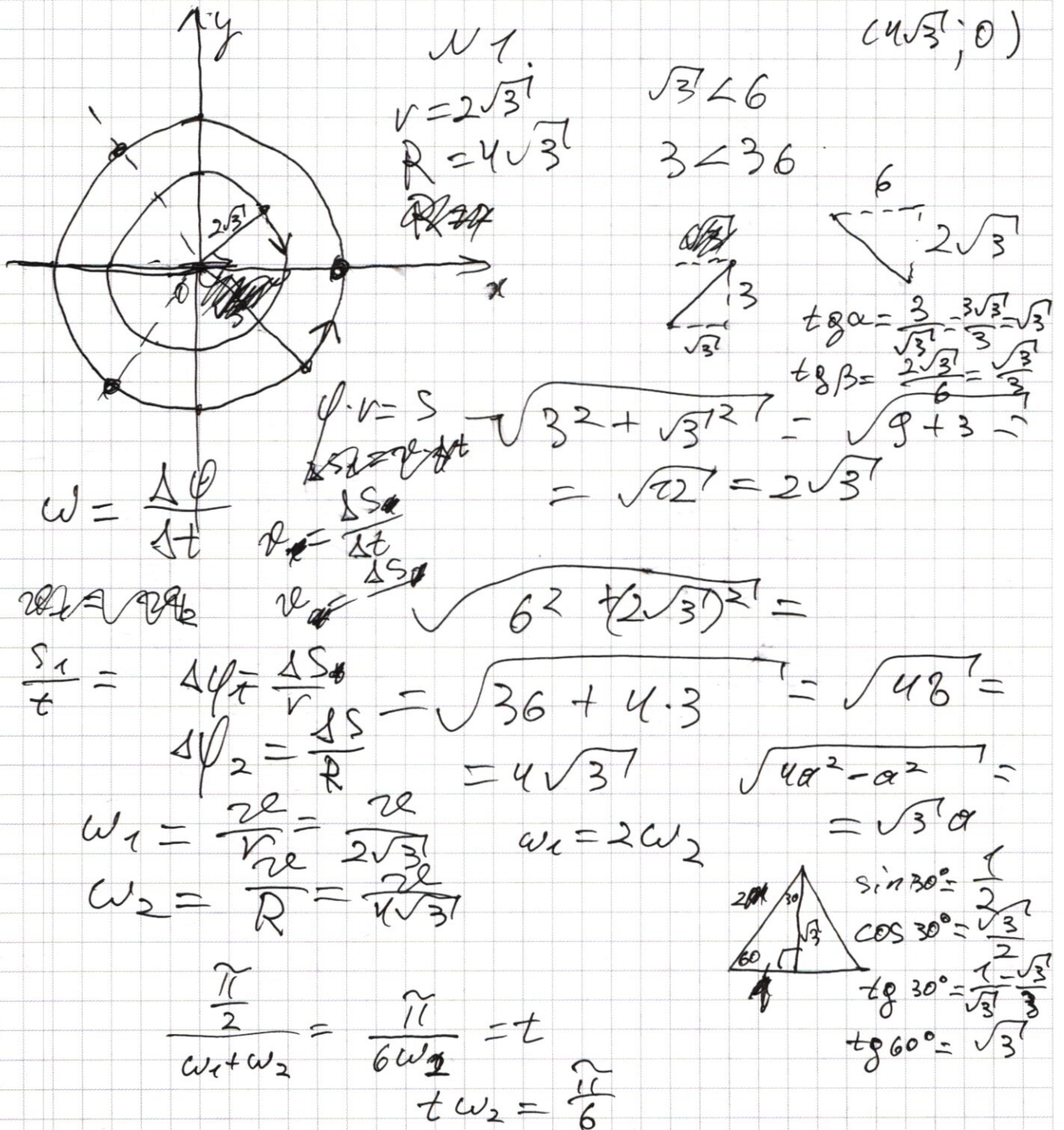
$\triangle CO_1A \cong \triangle DO_2A$ (по 3 сторонам) $\Rightarrow \angle CAO_1 = \angle DAO_2$
 $\Rightarrow \angle CAB = \angle DAB$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} by &= a \\ 3ax &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a - 2(a-b)x}{b} \\ y = \frac{1}{(a-b)b} - \frac{3b}{(a-b)}x \end{cases} \quad \begin{matrix} a \neq b \\ b \neq 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{(a-b)b} \\ \frac{(a-b)}{3} = \frac{3}{(a-b)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 = 9 \\ ab(a-b) = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = \pm 3 \\ ab(a-b) = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = 3 \\ 3ab = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} a-b = -3 \\ -3ab = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} a-b = 3 \\ ab = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} a-b = -3 \\ ab = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b + 3 \\ b^2 + 3b - 2 = 0 \\ D = 3^2 + 4 \cdot 2 = 9 + 8 = 17 \\ b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ a = b - 3 \\ b^2 - 3b + 2 = 0 \\ D = 3^2 - 4 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 \\ b = \frac{3 \pm 1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} &= \\ &= x^2 + 3x - 10 \\ D &= 3^2 + 4 \cdot 10 = 49 \\ x &= \frac{-3 \pm 7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-2 &\geq 0 \\ x &\leq 2 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x-2)(x+5) \quad \boxed{x = -5}$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x-2)^2, \quad x \geq 2$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16, \quad x \geq 2$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0, \quad x \geq 2$$

$$2^3 - 3 \cdot 4 + 9 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 9 \mid x - 3 \\ \underline{-x^3 - 3x^2} \\ -x^2 + 0x \\ \underline{-x^2 + 3x} \\ -3x + 9 \\ \underline{-3x + 9} \\ 0 \end{array}$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} |x| < 3 \\ (-3, 3) \end{array} \right\}$$

$$\text{Отно: } \begin{array}{c} -5 \\ 3 \\ \frac{1+\sqrt{13}}{2} \end{array}$$

$$7000 = 7 \cdot 10^3 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

$$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

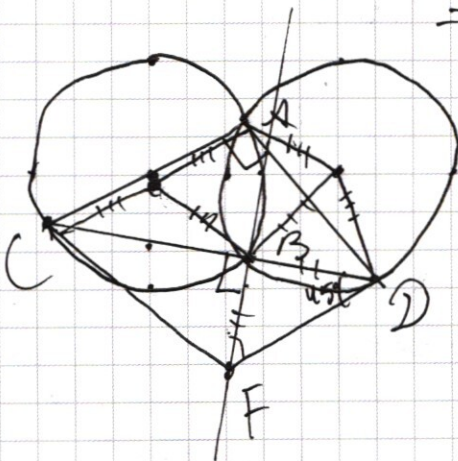
$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$8! \left(\frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} \right) = \frac{8! \cdot 5}{36} =$$

$$= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5}{6} =$$

$$= 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 5600$$

$$\begin{array}{r} 8! \\ \hline 3! \cdot 3! = 36 \\ 8! \\ \hline 6 \cdot 7 \cdot 8 = 56 \\ \hline 3! \\ \hline 8 + 28 + 56 = 36 + 56 = 92 \end{array}$$



$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

$$15x^3 + 5x^2x$$

$$15x^2(x+1) \leq 6x^4 + x^2 + 2x + 1$$

$$5x^2(x+1) \leq 6x^4 + x^2 + 2x + 1$$

$$5x^2(x+1) \leq -6x^4 + x^2 - 2x - 1$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0 \mid \cdot (-1)$$

$$6x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{216} - \frac{5}{216} + \frac{1}{54} - \frac{1}{3} + 1 = \\ = -\frac{1}{54} + \frac{1}{54} + \frac{1}{54} + 1 = \\ = \frac{1}{54} - \frac{5}{216} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} + 1 = -\frac{1}{54} + \frac{1}{54} - \frac{1}{54} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{216} - \frac{5}{216} + \frac{1}{54} - \frac{1}{3} + 1 = \\ = -\frac{1}{54} + \frac{1}{54} + \frac{1}{54} + 1 = \\ = \frac{1}{54} - \frac{5}{216} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} + 1 = -\frac{1}{54} + \frac{1}{54} - \frac{1}{54} \end{array}$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1$$

$$(ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f)$$

$$\begin{cases} ad = 6 \\ ae + bd = 5 \\ af + cd + be = 6 \\ bf + ec = 2 \\ cf = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ad = 6 \\ ae + bd = 5 \\ a + d + be = 6 \\ b + e = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ad = 6 \\ a + d = 5 \\ \text{~~af + cd + be = 6~~} \end{cases}$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 < 0$$

$$2, 3$$

$$(2x^2 + x + 1)(3x^2 + x + 1) =$$

$$= (2x^2 + x)(3x^2 + x + 1) + 3x^2 + x + 1 =$$

$$= 6x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 3x^3 + x^2 + x + 3x^2 + x + 1 =$$

$$= 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1$$

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \quad | \quad x-1 \\ -6x^4 - 6x^3 \quad \quad \quad 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ \hline \quad \quad \quad x^3 - 4x^2 \quad \quad \quad -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1 \\ \quad \quad \quad -x^3 - x^2 \quad \quad \quad -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad -3x^2 + 2x \quad \quad \quad 3 = \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} = 4 \\ \quad \quad \quad \quad \quad -3x^2 + 3x \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -x + 1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -x + 1 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \quad | \quad 2x + 1 \\ -6x^3 + 3x^2 \quad \quad \quad 3x^2 - 4x - 1 \\ \hline \quad \quad \quad -2x^2 - 3x \quad \quad \quad D = 1^2 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 1 + 12 = 13 \\ \quad \quad \quad -2x^2 - 4x \quad \quad \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad -x - 1 \end{array}$$

$$(x-1)(2x+1)\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}] \cup [1; +\infty)$$