

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

- ✓ 2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

- ✓ 3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.

- ✓ 5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

- ✓ 6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- ✓ 7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$ Решение: Заметим, что $x^2+5x+6 = (x+3)(x+2)$.

$\Rightarrow (x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$. Заметим, что при $x = -3$, под корнем отрицательное число ($-3^3+3+10 = -27+13 = -14 < 0$). Такого не может быть $\Rightarrow x \neq -3$

можно сократить на $x+3$, т.к. $x+3 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x^3-x+10} = x+2$
Возведем в квадрат обе части уравнения при усл. $x+2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow x \geq -2: x^3-x+10 = x^2+4x+4 \Rightarrow x^3-x^2-5x+6 = 0$$

Заметим, что $x=2$ является корнем этого уравнения ($8-4-10+6=0$)

$$\Rightarrow \text{делится на } x-2: \begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \\ x^3 - 2x^2 \\ \hline x^2 - 5x + 6 \\ x^2 - 2x \\ \hline -3x + 6 \\ -3x + 6 \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow (x-2)(x^2+x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x^2+x-3=0 \end{cases} \quad \text{У первого ск}$$

1) $x-2=0$. У первого уравнения решение $x=2$.

У второго: $D = 1+12=13 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$. Но $\frac{-1-\sqrt{13}}{2} < -2$,

Ответ: $x=2; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$.
($\frac{-1+\sqrt{13}}{2} > -4$, т.к. $\sqrt{13} > 3$)
($\frac{-1-\sqrt{13}}{2} < -3$, т.к. $\sqrt{13} > 3$)

№5. Решение:

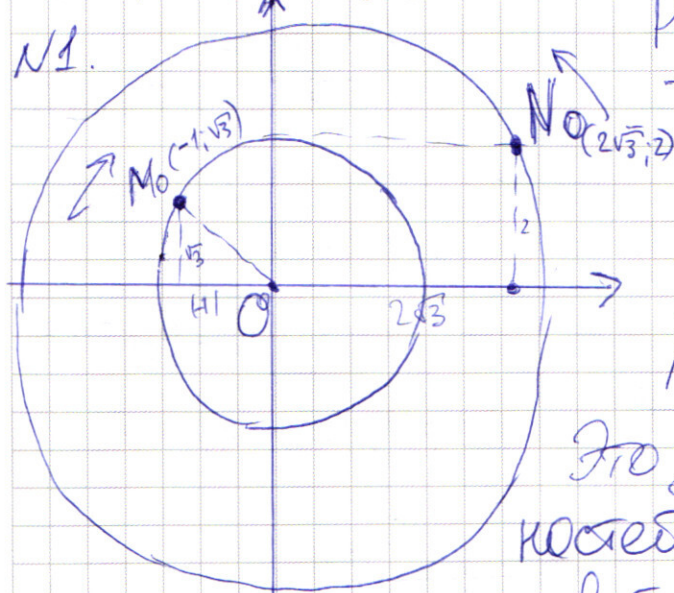
Разложим 1400 на простые множители: $1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$. (8-25-7=1400). Т.к. у нас число восьмизначное, оно состоит из цифр, то на любое «место»

15 (продолж.) мы не могли поставить комбинации
 произв-ств двух разн. прост. чисел ^{числа} 1400 ($2 \cdot 5 = 10 > 9$;
 $2 \cdot 7 = 14 > 9$, $5 \cdot 7 = 35 > 9$). Более того, выписав все возм-
 ые варианты: ^{супр. числа} (5, 5, 7, 2, 4); ^{1, 1, 1} (5, 5, 7, 2, 2, 2, 1, 1); ^{случае} (5, 5, 7, 8, 1, 1); ^{1, 1} (5, 5, 7, 8, 1, 1, 1)

Заметим, что в каждой ~~варианте~~ ^{случае} у нас 8! вариантов расст-к ^{у муравья}
 т.к. на первое место есть 8 чисел, на второе 7 ^{чисел} ~~(и т.д.)~~
 $\Rightarrow$ всего $8! \cdot 3 = 720 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3 = 10320 \cdot 3 = 120960$ вар-тов

Ответ: 120960 в.в.

Решение: Найдем ^{измерительное} радиус-
 векторы муравья и жука
 в СО, считая с ч. О.



$$\vec{r}_{M0} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$$

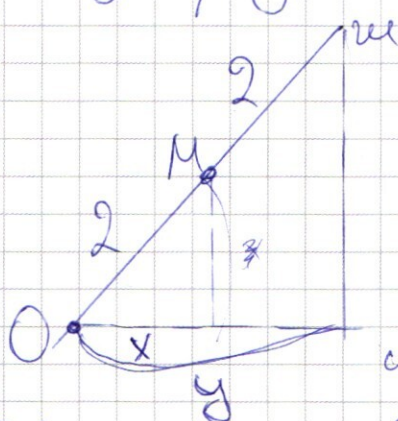
$$\vec{r}_{N0} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4} = 4$$

Это значит, что радиусы окруж-
 ностей, по которым движутся
 муравей и жук, равны соответственно

2 и 4. По условию, нам нужны коор-ты жука
 в момент наим. расстояния между ^{дирекции} ~~ними~~. $\Rightarrow$
 расстие миним. между M и N $\Rightarrow 4 - 2 = 2$ (это так,
 потому что если в момент наим. расст-ия к окр-ностям
 в точках полож-ия ж и м провести касат-ые и провести
 между ними перпендикул-р — то и будет наим. расст-ие
 $= r_N - r_M = 2$.) Теперь соединим O и полож-ие жука. Этот
 отрезок пройдет чрез полож-ие муравья (момент наимин.
 расст-ия). Если опустить из точек полож-ия жука и
 муравья перпенд. на ось, прох-щую чрз O, то

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~№5 (продолж.)~~ №1 (продолж.) мы получили подобные
прямоуг. треугольн-ки (соотв. углы равны):



Пусть катеты Δ соотв-но равны x и y . $\Rightarrow$ соотн-ие подобия: $\frac{2}{x} = \frac{4}{y}$
 $\Rightarrow 2x = y \Rightarrow$ расс-ие

от О до муравья в два раза
меньше, чем от О до жука
в момент нашей расс-ий.

$\Rightarrow$ коор-ты по вертикал и горизонт. оси жука
равны $\Rightarrow 2y^2 = 6 \Rightarrow y = \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{3}; \sqrt{3})$ и сим-но
против-ная ей точка $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

Ответ: $(\sqrt{3}; \sqrt{3}), (-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$
№4, $|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$

$$2) (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 = 5^2$$

Рассмотрим первое уравнение: $|x-3-y| \leq 0$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ |x-3+y| \geq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ |x-3+y| \geq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \leq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ |x-3+y| \leq 0 \end{cases}$$

①: Сложим, получим $2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow y \geq x-3$

②: Сложим, уменьшим $y \leq -x+3$

первое уравнение на -1: $2y \geq 0 \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow y \geq x-3$
 $y \geq -x+3$

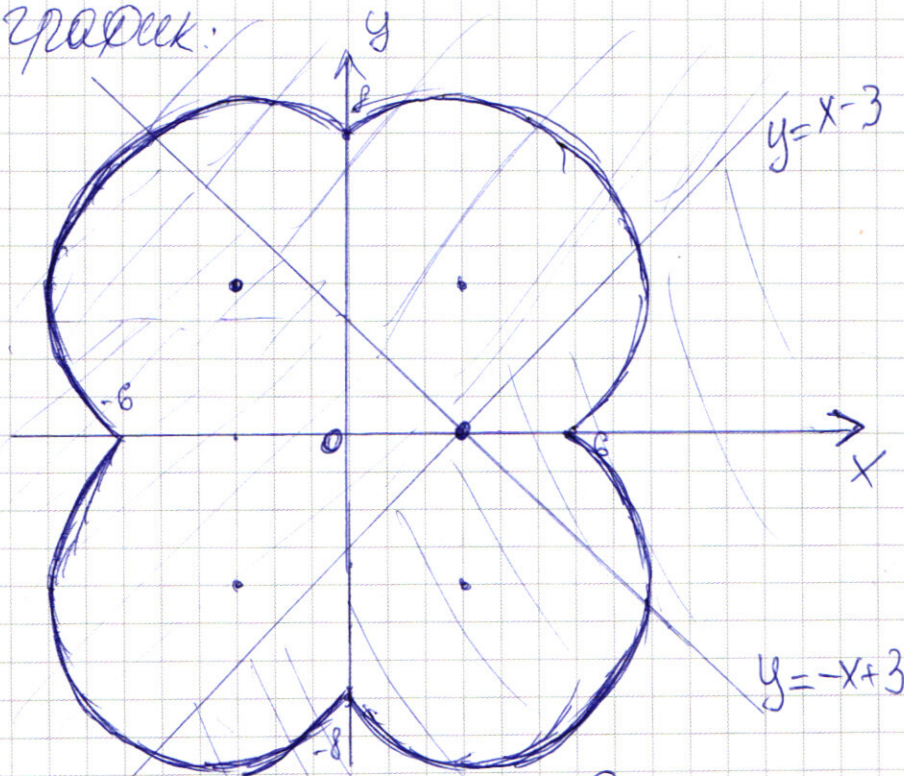
№7. (продолжение). ③ Сложим: $2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3$ и

$$\begin{cases} y \leq x-3 \\ y \leq -x+3 \end{cases}$$

④ Сложим, увеличив второе уравнение на -1 : $-2y > 0 \Rightarrow y < 0$

$$\begin{cases} y \leq x-3 \\ y < -x+3 \end{cases}$$

Построим график:



$\Rightarrow$ как проходит пересечение всей плоскости и фигуры, заданной уравнением $(|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25$

$\Rightarrow x$ и $y \in$ дугам от $(0; 8)$ до $(6; 0)$;
от $(0; 6)$ до $(0; -8)$;
от $(0; -8)$ до $(-6; 0)$;
от $(-6; 0)$ до $(0; 8)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N6.



Дарм:

~~20 Apr 54,~~

$$R = g;$$
$$\angle CAD = 90^\circ$$

B & C D

$$BF \perp BD;$$
$$BF = BD$$

CF = ?

Решение:

Соединения C_4F_{10}

Отметили точку O_1 - центр

окр-ти, проходящий через A, B, C .

Соединения О, и С; О, и В. Отр. кер

$$\angle C = \angle B = 90^\circ. \text{ Pythag } \angle CAB = \alpha. \Rightarrow \angle BAD = 90 - \alpha.$$

Заметим, что для $\triangle ABC$, $\triangle BD$ радиус описанной окр-ти одинаков и равен 9 по усл. $\Rightarrow$ Заметим

горячий воздух. Отметим O_2 - центр
арти, проходящий через A, B, D . Соединим O_2 с B и D .

$O_2B = O_2D = 9$ Т.к. O_1 - центр окружности, проходящей через A_1 и O_2 - ее центр $\Rightarrow \angle CO_1B = 2 \cdot \angle CAB$

$$\angle BO_2D = 2 \cdot \angle BAD \Rightarrow \angle CO_1B = 2\alpha; \angle BO_2D = 180 - 2\alpha.$$

Запишем теорему синусов для $\triangle CAB$ и $\triangle O_2 D$:

$$\text{из (продолжение): } \frac{CB}{\sin \alpha} = 2R; \quad \frac{BD}{\sin(180-2\alpha)} = \frac{BD}{\sin 2\alpha} =$$

$$= \frac{BO_2}{\sin(180-(180-2\alpha))} = \frac{R}{\sin \alpha} \quad (\text{т.к. } \triangle BO_2D \text{ равноб.} \Rightarrow \text{углы}$$

$$\text{при вершине } D = \alpha) \Rightarrow CB = 2R \sin \alpha$$

$$\frac{BD}{\sin 2\alpha} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\text{т.к. } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow BD = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha R}{\sin \alpha} = 2R \cos \alpha$$

Возведем в квадрат CB и BD и сложим их:

$$CB^2 = (2R)^2 \sin^2 \alpha; \quad BD^2 = (2R)^2 \cos^2 \alpha \Rightarrow CB^2 + BD^2 =$$

$$= (2R)^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \stackrel{\text{по основн. триг. тожд-ву}}{=} (2R)^2$$

Теперь заметим, что из $\triangle CBF$ (он прямоугольный)

$$CB^2 + BF^2 = CF^2 \Rightarrow CF^2 = (2R)^2 \Rightarrow CF = 2R = R$$

Ответ: R .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.
$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$
 Решение: ^уДалее рассмотрим первое уравнение на b ; второе — на 3 :

$$\begin{cases} 3b(a+b)x + 12by = ab \\ 12bx + 3b(a+b)y = 3 \end{cases}$$

Сложим эти 2 уравнения

$$3b(a+b)x + 3b(a+b)y + 12by + 12bx = ab + 3$$

Вынесем за скобки $x+y$: $(x+y)(3b(a+b) + 12b) = ab+3$

Нам нужно, чтобы система имела бесконечное число решений. Это означает, что слева от знака равно в итоговом уравнении должно быть произведение нуля и ~~какой-то~~ неизвестной(ых), но только с известными нам ~~коэффициентами~~ коэффициентами, а справа — тоже ноль.

О. (х+у) = 0. Тогда, какими бы не были x и y , умножив их на ноль, получим 0.

$$\Rightarrow \begin{cases} 3b(a+b) + 12b = 0 \\ ab + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3ab + 3b^2 + 12b = 0 \\ ab + 3 = 0 \end{cases}$$

Подставим $ab = -3$ (из 2-го)

$$\Rightarrow 3b^2 + 12b - 9 = 0 \quad | :3 \Rightarrow b^2 + 4b - 3 = 0 \quad D = 16 + 12 = 28$$

$$\Rightarrow b = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2} = -2 \pm \sqrt{7} \Rightarrow a = \frac{-3}{b} = \frac{-3}{-2 \pm \sqrt{7}}$$

N2 (продолжение). Ответ: $a = \frac{-3}{-2 \pm \sqrt{7}}$; $b = -2 \pm \sqrt{7}$

Знаки + и - соответ-во.

(То есть $\left(\frac{-3}{-2 \pm \sqrt{7}}; -2 \pm \sqrt{7}\right)$; $\left(\frac{-3}{-2 \pm \sqrt{7}}; -2 \pm \sqrt{7}\right)$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 & \cancel{2} \cancel{2} (t^2 + 2t + 1)(t^2 + 2t + 1) = t^4 + 2t^3 + t^2 + 2t^3 + \\
 & + 4t^2 + 2t + t^2 + 2t + 1 = t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 4t + 1 \\
 & 2t^4 + 8t^3 + 12t^2 + 8t + 2 + t^2 - 3(t+1)^2 t \geq 0 \\
 & 2t^4 + 8t^3 + 13t^2 + 8t + 2 - 3t^3 - 6t^2 - 3t \geq 0 \\
 & 2t^4 + 5t^3 + 5t^2 + 5t + 2 \geq 0 \quad t \geq 0 \\
 & 2 - 5 + (t+1)^4 + t^4 + t^3 - t^2 - t + 1 \\
 & (t+1)^4 \\
 & \begin{array}{r} t^4 + t^3 - t^2 - t + 1 \\ \underline{t^4 + t^3} \\ -t^2 - t + 1 \\ 16 + 8 - 4 - \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} t^4 + t^3 - t^2 - t + 1 \\ \underline{t^3 - t} \\ t^4 + t^3 \\ \end{array} \\
 & 3(a+b)x + 12y = a \\
 & 4bx + (a+b)by = 1/3 \\
 & \cancel{1/3} \cancel{1/3} \\
 & (3x - by)(a+b) + 12y - 4bx = a - 1 \\
 & 3ax + 3bx + 12y = a \\
 & 4bx + (a+b)by = 1 \\
 & x(4b - 3a) + y(a + 2b - 12) = 1 - a \\
 & (x+y)b \\
 & \begin{array}{r} 3(a+b)bx + 12yb = 3ab \\ 12bx + 3(a+b)by = 3 \\ \times 43 = \\ x+y(3b(a+b) + 12b(x+y)) \\ ab + 1 = 0 \\ ab + b^2 + 4 = 0 \\ (x+y)/(b(a+b) + 4) = ab + 1 \\ b^2 + 3 = 0 \end{array}
 \end{aligned}$$

N4. $2x^4 + x^2 - 2x + 1 - 3x^2 |x-1| \geq 0$.

Сделаем замену $t = |x-1|$

$x^2 - 2x + 1 = t^2$

$\Rightarrow 2(t+1)^4 + t^2 - 3(t+1)^2 t \geq 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 / x - 1 / + 1 \geq 0$

$x \neq 1$

$$2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0 \quad x = -1$$

$2+3-4+1 \quad 2-3-2+2+1$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \quad |x+1 \quad -2+1+3+1$$

$$2x^4 + 2x^3$$

$$2x^3 + x^2 - 3x + 1$$

$$x^3 - 2x^2$$

$$x^3 + x^2$$

$$-3x^2 - 2x$$

$$-3x^2 - 3x$$

$$x+1$$

$$2x^3 + x^2 - 3x + 1 \quad |2x^2 - 1$$

$$2x^3 - x$$

$$x^2 + x$$

$$+x^2 + \frac{1}{2}$$

$$x + \frac{1}{2}$$

$$(x+1)(2x^3 + x^2 - 3x + 1) \geq 0$$

$$8+4-14$$

$$8+4-14$$

$$-54+9+9+1$$

$$2x^3 - 2x + (x+1)^2$$

$$x(2x^2 - 1)$$

$$\sqrt{2} \Rightarrow 4\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{2} + 1$$

№2. $(a+b)x + 4y = \frac{a}{3} \cdot x \quad b=0 \Rightarrow 3ax + 12y = a$

$$(a+b)y + 4x = \frac{1}{6} \cdot y$$

$$ax=0$$

$$\frac{ax}{3} - \frac{y}{6} = 0 \Rightarrow axb = 3y$$

20960

$$\begin{array}{r} 220 \\ \times 56 \\ \hline 1320 \\ 2200 \\ \hline 12320 \end{array}$$

$$3x + 12y = t - 6$$

$$3x + 12y = 9$$

$$(t-9)4x + t(t-9) = 1$$

$$(a+b)x + 12y = \frac{9}{3}$$

$$(t-9)(4x+t) = 1 \Rightarrow b(4x+a+b) = 1 \quad b \neq 0$$

$$x-3-y < 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3+y < 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3-y < 0 \\ x-3+y < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -x+3+y - x+3-y \leq 6$$

$$x-3-y < 0 \Rightarrow x-3+y \geq 0$$

$$\Rightarrow -x+3+y + x-3+y \leq 6$$

$$2y \leq 6 \Rightarrow y \leq 3$$

$$\Rightarrow y > x-3$$

$$\Rightarrow y \geq 3-x$$

$$y > x-3$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$$

$$x > 0, y > 4$$

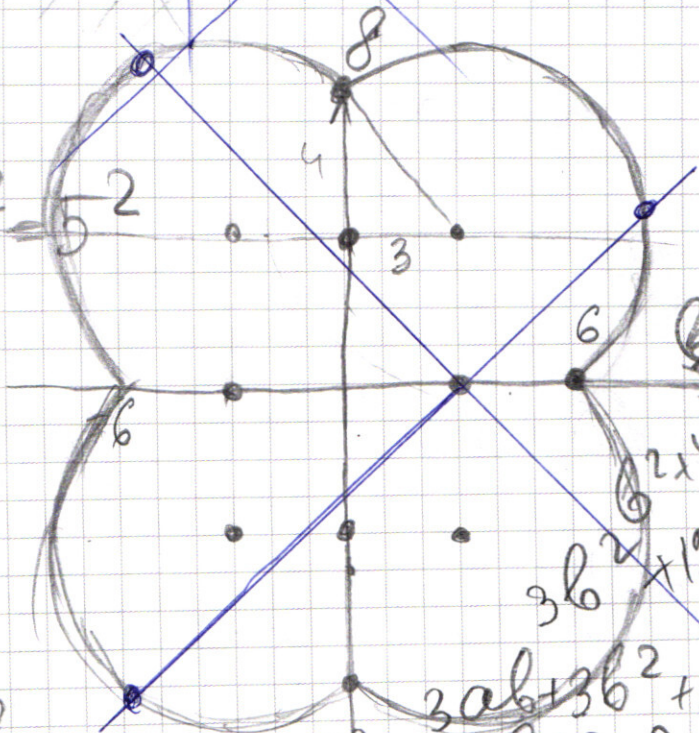
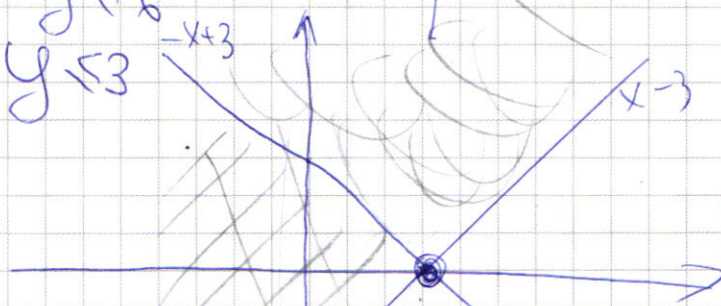
$$2y \leq 6$$

$$\Rightarrow y \leq 3$$

$$y > 3$$

$$3b(a+b)x + 12yb = ab$$

$$12yb + 3b(a+b)y = 3$$



Второй

$$2x + 4y - 3 = 0$$

$$3b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$3ab + 3b^2 + 12b = 0$$

$$ab + 3 = 0$$

$$(x+y)(3b(a+b) + 12b) = ab + 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving points A, B, C, D, E, F and various trigonometric and algebraic calculations.

Geometric Diagrams:

- Top left: A right triangle with angles 90° and 45° .
- Bottom left: A triangle with angles 45° and 75° .
- Center: A complex geometric figure with points A, B, C, D, E, F. Lines connect these points, forming several triangles. Angles of 90° , 45° , and 30° are marked.
- Right side: A right triangle with angle 90° and side $R=g$.

Equations and Calculations:

- $\frac{CB}{2\sin\alpha\cos\alpha} = 2R$
- $\frac{BD}{2\sin\alpha} = \frac{g}{\sin\alpha}$
- $\frac{CB}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{BD}{2\sin\alpha}$
- $\frac{g}{\sin\alpha} = \frac{BD}{2\sin\alpha\cos\alpha}$
- $x = \sqrt{ay}$
- $x^2 = ay$
- $\frac{CB}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha}$
- $\frac{CB}{\sin\alpha} = \dots$
- $\frac{g}{c} = \frac{x}{\sin\alpha}$
- $18\sin\alpha = CB$
- $18^2 = CB^2 + BD^2$
- $\frac{CB}{\sin\alpha} = 2R \cdot \frac{BD}{\cos\alpha}$
- $\Rightarrow CB = BD$
- $\Rightarrow CB = 18\sin\alpha$
- $\Rightarrow AB = CB$
- Algebraic system:

$$\begin{cases} 3x + 12y = 1 - 6 \\ 4(t-a)x + \dots + (t-a)y = \dots \\ 4(t-a)(4x + t(a)) = 1 \end{cases}$$

$$0 \square = 0$$

$$(x-1)^2 + x^2(2x^2-3x+3)$$

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3ax + 3bx + 12y = a \quad / \cdot 4 \\ 4bx + aby + ab^2y = 1 \quad / \cdot 3 \end{cases}$$

$$12ax + 48y - 3aby - 3ab^2y = 4a - 3 \quad (2x+3)(2x-1)$$

$$a+b = \frac{a-12y}{3x} \Rightarrow 4bx + \frac{(a-12y)by}{3x} = 1$$

$$\frac{ay - 12y^2 + 12x^2}{0 = 0} = \frac{3x}{6} \quad \frac{4x + (a-12y)y}{3x} = \frac{6}{6} \quad \sqrt{(x-1)^2}$$

$$t = x - 1$$

$$3(a+b)x + 12y =$$

$$(a+b)(3+by) + 4(3x+4y) = a+1$$

$$2(t+1)^4 - 3(t+1)$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^2 \cdot 2x \quad x-1=t$$

$$\Rightarrow \frac{t^2}{\geq 0} - \frac{1}{t} \cdot 3(t+1)^2 + \frac{2(t+1)^4}{\geq 0} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} 2 \cdot 81 - 3 \cdot 81 + 4 \cdot 9 - 8 + 1 \\ 2 \cdot 81 - 81 + 36 - 8 + 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -81 + 36 \\ 3x(a+b) + 12y = a \end{matrix}$$

$$2 \cdot 4^4 - 3 \cdot 4^4$$

$$2 - 3 + 4 - 2 + 1$$

$$2 + 3 + 4 + 2 + 1$$

$$\begin{cases} 4x + ay + by = \frac{1}{b} \\ y(a+b) + 4x = \frac{1}{b} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$(x-1)^3$$

$$2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x - (x^3 - 1) \geq 0$$

$$R=9$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = BD$$

$$CF = 7$$

$$2(x^3 - x^2 + 2x - 1)$$

$$2x(x^3 - (x-1)^2) - (x^3 - 1) \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 \mid x-1$$

$$2(t+1)^4 - 3(t+1)^3 \mid x-1$$

$$+ (t+1)^2 \geq 0$$

$$2(t+1)^4 - 3(t+1)^3 t + t^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 t + t^2 + 1 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = t^2$$

$$2(x+3) = \sqrt{3}$$

$$(x+3)\sqrt{x^3 - x + 10} = (x+3)\sqrt{x+2}$$

$$x = -3 \Rightarrow -27 + 3 + 10 < 0$$

$$\Rightarrow x \geq -3$$

$$\sqrt{x^3 - x + 10} = x + 2 \quad x \geq -2$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$8 - 4 - 10 + 6 = 0 \quad x = 2$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 \mid x-2$$

$$x^3 - 2x^2$$

$$x^2 - 5x$$

$$x^2 - 2x$$

$$-3x + 6$$

$$x^2 + x - 3$$

$$(x-2)(x^2 + x - 3) = 0$$

$$(x-2)\left(x + \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$$

$$\left(x + \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) = 0$$

$$x = 2; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$