

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ (2) 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = -2(a-b)x + a \\ (a-b)by = -3bx + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3}(a-b)x + \frac{a}{6} \\ y = \frac{-3b}{(a-b)b}x + \frac{1}{(a-b)b} \end{cases} \Leftrightarrow$$

~~при b=0~~ ~~уравнение (2) не имеет ре-~~

шений.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3}(a-b)x + \frac{a}{6} \\ y = -\frac{3}{a-b}x + \frac{1}{(a-b)b} \end{cases}$$

Система имеет бесконечное множество решений, если две
прямые совпадают, т.е. $k_1 = k_2$; $b_1 = b_2$

$$\begin{cases} -\frac{1}{3}(a-b) = -\frac{3}{a-b} \\ \frac{a}{6} = \frac{1}{(a-b)b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 = 9 \\ ab(a-b) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ 3ab=6 \\ a-b=-3 \\ -3ab=6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a-b=3 \\ ab=2 \end{cases} \\ \begin{cases} a-b=3 \\ ab=-2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a=3+b \\ 3b+b^2-2=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-3+b \\ -3b+b^2+2=0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases} \end{cases}$$

$$(3) b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$b_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; b_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$$

$$(4) b^2 - 3b + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$b_1 = \frac{3+1}{2} = 2; b_2 = 1$$

Ответ: $\left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right); \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right); (-1, 2); (-2, 1)$

1/3.

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} \geq 0$$

$$1) x^2+3x-10=0$$

$$x_1+x_2=-3, \quad x_1x_2=-10$$

$$(x-2)(x+5)=0$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x-2)(x+5)$$

$$x=-5$$

Проверка:

$$\sqrt{-125+80+25} < 0 \Rightarrow -5 - \text{не корень}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$\frac{1}{4}(x^3-16x+25) = x^2-4x+4$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$x = \frac{p}{q}; \quad p = \pm 1, \pm 3, \pm 9; \quad q = \pm 1$$

$$x=3 - \text{корень, т.к. } 27-36+9=0$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0$$

$$x=3 \text{ или } x^2-x-3=0$$

$$D = 1+12=13$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$$

$$x \geq 2 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{2} - \text{не корень.}$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} \vee 2$$

$$\begin{array}{r} x^3-4x^2+9 \quad | \quad x+3 \\ \underline{x^3-3x^2} \\ -x^2+9 \\ \underline{-x^2+3x} \\ 3x+9 \\ \underline{-3x+9} \\ 0 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{13} \sqrt{3}$$

$$\sqrt{13} > 3$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} \approx \frac{1+3.6}{2} \approx 2.3$$

Подставим в $x^3 - 16x + 25$ значение $x = 2$

$$8 - 32 + 25$$

$\Rightarrow$ при подстановке $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ выражение $x^3 - 16x + 25$ не равно нулю

поэтому $\Rightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{2}$ корень

Ответ:

$$27 - 48 + 25 = 4 > 0 \Rightarrow 3 - \text{корень}$$

Ответ: $\frac{1+\sqrt{13}}{2}, 3$

✓4.

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

1) $x^2 - 1$

$$|x+1| = x+1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

а) $x = 1$ - корень, т.к. $6 - 5 - 4 + 2 + 1 = 0$ - верно.

$$(x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \geq 0$$

б) $6x^3 + x^2 - 3x - 1 = 0$

$$x = \frac{p}{q}, p = \pm 1, q = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$

$$x = -\frac{1}{2} - \text{корень, т.к. } -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + 1.5 - 1 = 0 - \text{верно}$$

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \quad | \quad x-1 \\ \underline{-6x^4 + 6x^3} \quad \quad \quad | \quad 16x^3 - 4x^2 - 3x + 1 \\ \quad \quad \quad x^3 - 4x^2 \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \underline{-x^3 + x^2} \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad -3x^2 + 2x \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{-2x^2 + 3x} \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -x + 1 \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{-x + 1} \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \quad | \quad 2x+1 \\ \underline{-6x^3 + 3x^2} \quad \quad \quad | \quad 3x^2 - x - 1 \\ \quad \quad \quad 2x^2 - 3x \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \underline{-2x^2 + x} \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad -2x - 1 \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{-2x - 1} \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$(x-1)(2x+1)(3x^2-x-1) \geq 0$$

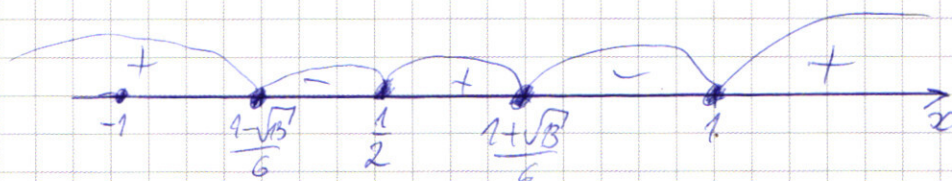
$$b) 3x^2-x-1=0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{+1+\sqrt{13}}{6}; x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{6}$$

$$(x-1)(2x+1)\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x + \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right) \geq 0$$

$$x \geq -1$$



$$x \in [-1, \frac{1-\sqrt{13}}{6}] \cup [\frac{1}{2}, \frac{1+\sqrt{13}}{6}] \cup [1, +\infty)$$

$$2) x < -1$$

$$|x+1| = -x-1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2(-x-1) + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$a) 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 5x^2 + x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2(6x^2 + 5x + 5) + (x+1)^2 \geq 0$$

Рассмотрим функцию $f(x) = 6x^2 + 5x + 5$.

$$f(x) = 0$$

$$6x^2 + 5x + 5 = 0$$

$D = 25 - 20 \cdot 6 < 0 \Rightarrow$ функция не имеет нулей, а так как $a=6 > 0$, то

$f(x)$ всегда принимает только положительные значения

$(x+1)^2 \geq 0$ — по свойству квадрата числа.

$$6x^2 + 5x + 5 > 0 \Rightarrow x^2 x^2(6x^2 + 5x + 5) \geq 0 \Rightarrow 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

верно для модифицированной x .

то $C-1$.

$x \in (-\infty, -1)$.

$$3) x \in (-\infty, \frac{1-\sqrt{3}}{6}] \cup [\frac{1}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{6}] \cup [1, +\infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty, \frac{1-\sqrt{3}}{6}] \cup [\frac{1}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{6}] \cup [1, +\infty).$

№5.

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$ - восьмизначное число.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 7000$$

$$7000 = 2 \cdot 3500 = 2 \cdot 2 \cdot 1750 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 875 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 175 = 2^3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 =$$

$= 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$ - в разложении 7000 на простые всего 7 чисел $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ восьмизначное число, произведение чисел которого равно

7000 состоит из трех 2, трех 5, одной 7 и одной 1. (это

цифры, из которых состоит число, которое записывается данными числами).

$$\text{Всего таких чисел: } \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 = 56 \cdot 2 \cdot 10 = 1120$$

Ответ: 1120

Также в записи числа может встречаться цифра 4 или цифра 8.

1) Встречается цифра 4:

Число состоит из: 4, 1, 4, 2, 2, 5, 5, 5, 7

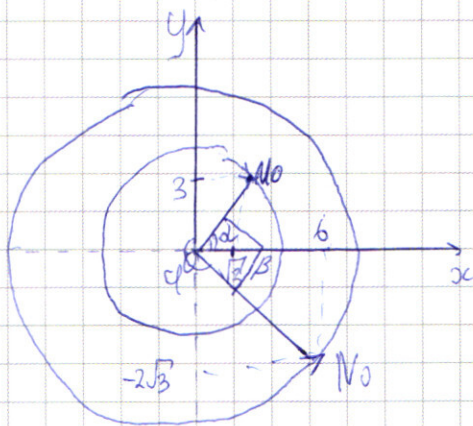
Всего возможных чисел: $\frac{8!}{2!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 56 \cdot 6 \cdot 10 =$
 $= 3360.$

2) Встречается цифра 8?

Число состоит из 1, 1, ~~8~~, 5, 5, 5, 7.

Всего возможных чисел: $\frac{8!}{2!3!} = 3360.$

Всего чисел восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000 — $3360 + 3360 + 1120 = 7840$
 Ответ: 7840.



✓1

$\tan \alpha =$

1) Пусть α — угол между начальной положением стрелки и осью Ox.

α — угол между начальной положением стрелки и осью Ox.

$\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

$\tan \varphi = \frac{y_{\text{ок}}}{x_{\text{ок}}} = \frac{-2\sqrt{3}}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = 330^\circ$ (т.к. $x_{\text{ок}} > 0$, то $\varphi \neq 150^\circ$).

$\alpha = 60^\circ$

$\varphi = 330^\circ \Rightarrow \beta = 60^\circ + (360^\circ - 330^\circ) = 90^\circ$

2) Пусть R_c — радиус окр. стрелки; $R_{\text{ок}}$ — радиус окр. стрелки.

$R_c = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$R_{\text{ок}} = \sqrt{36+12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

V_c — линейная скорость стрелки; $V_{\text{ок}}$ — линейная скорость стрелки.

$V_c = V_{\text{ок}}$

$V_c = \omega_c R_c$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_{cm} = \omega_{cm} R_{cm}$$

$$\omega_c R_c = \omega_{cm} R_{cm}$$

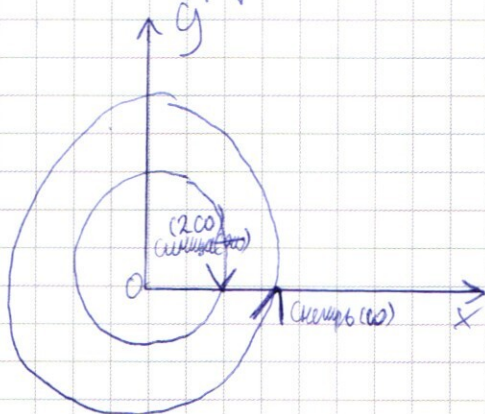
$$\omega_c 2\sqrt{3} = \omega_{cm} 4\sqrt{3}$$

$\omega_c = 2\omega_{cm}$ — угловая скорость шкива в 2 раза больше $\neq \times$.

И шкивы будут находиться на минимальном расстоянии в той момент, когда они будут касаться касаний прямой с т. О и друг с другом.

Т.к. угловая скорость шкива в 2 раза больше, то при первой встрече она пройдет 60° , а шкив $30^\circ \Rightarrow$ первая встреча произойдет на оси Ox.

$(4\sqrt{3}, 0)$ — координата шкива при первой встрече.



Далее, чтобы встретиться во второй раз шкивам нужно прокатить 360° , т.к. угловая скорость шкива в 2 раза больше, то она прокатит в 2 раза больше углов, т.е. шкив прокатит 240° (по

шкиву), а шкив 120° .

Пусть

x_2, y_2 — координаты шкива при второй встрече.

$$x_2^2 + y_2^2 = 48$$

$$\tan 120^\circ = \frac{y_2}{x_2} = -\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x_2^2 + y_2^2 = 48 \\ \frac{y_2}{x_2} = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_2 = -\sqrt{3}x_2 \\ x_2^2 + 3x_2^2 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2^2 = 12 \\ y_2 = -\sqrt{3}x_2 \end{cases}$$

П.с.к. вторая встреча произойдет во II координатной четверти, т.е. $x_2 < 0$, $y_2 > 0$.

$$x_2 = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$$

$$y_2 = +6$$

$(-2\sqrt{3}; 6)$ - координаты второй встречи.

~~Далее снаряд пролетит еще 120° , т.е. его направление будет 240° . (Снаряд снова пролетит 120°). Снаряд будет находиться в точке, симметричной относительно м.с. от точки второй встречи относительно начала координат, т.е. его координаты будут $(2\sqrt{3}; -6)$.~~

~~Следующая встреча произойдет на оси OX, т.е. снаряд пролетит 360° , дальнейшие встречи будут происходить в тех же координатах, т.е. и вторая, третья и первая.~~

~~Ответ: $(4\sqrt{3}; 0); (2\sqrt{3}; 6); (-2\sqrt{3}; -6)$.~~

Далее снаряд пролетит еще 120° , т.е. его направление будет 240° . (Снаряд снова пролетит 120°).

Пусть:

x_3, y_3 - координаты снаряда при 3 встрече ($x_3 < 0, y_3 < 0$).

$$x_3^2 + y_3^2 = 48$$

$$\tan 240^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{y_3}{x_3}$$

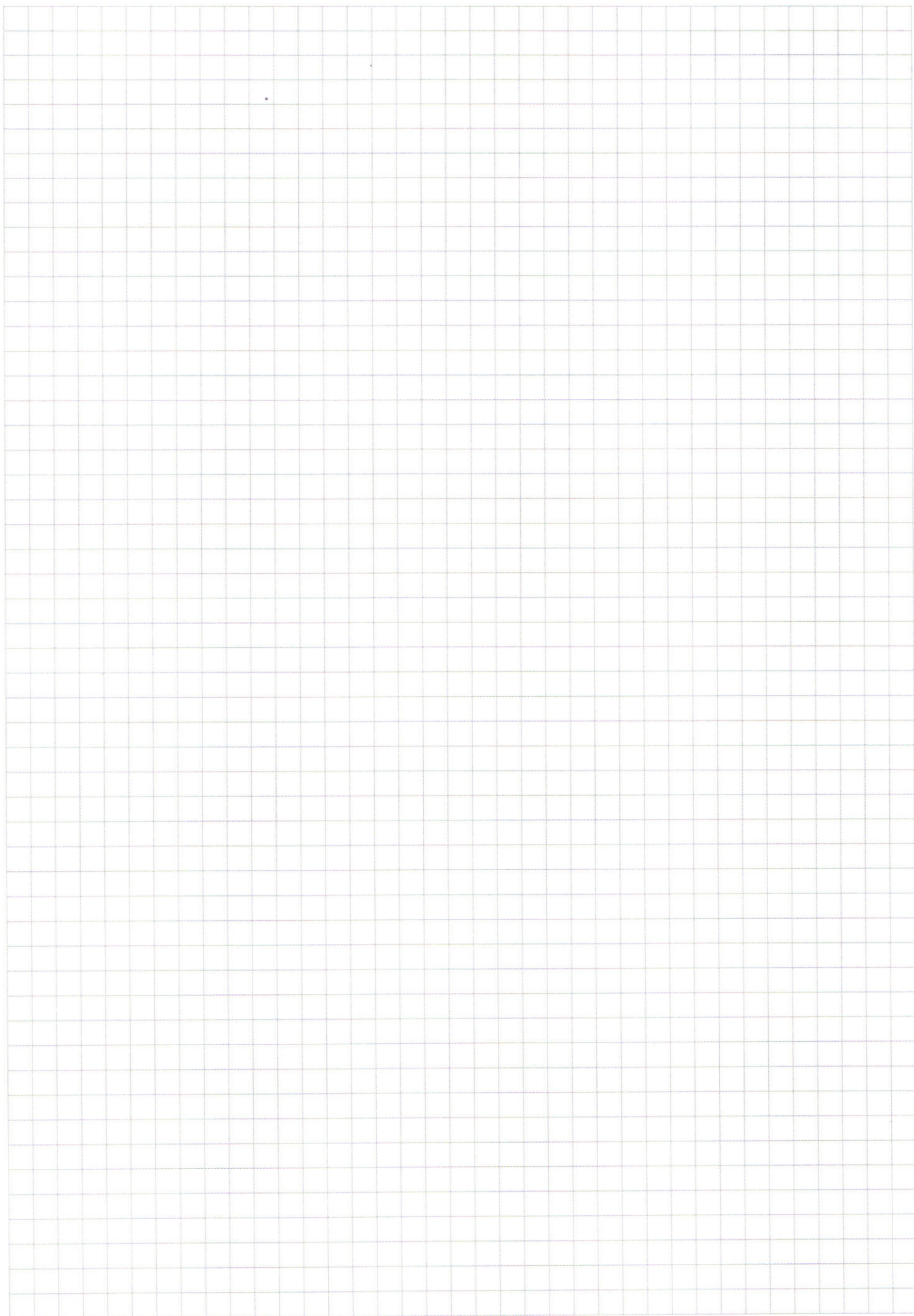
$$\begin{cases} x_3^2 + y_3^2 = 48 \\ \frac{y_3}{x_3} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_3 = \sqrt{3}x_3 \\ x_3^2 + 3x_3^2 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = -2\sqrt{3} \\ y_3 = -6 \end{cases}$$

$(-2\sqrt{3}; -6)$ - координаты снаряда при третьей встрече.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При данных условиях встречаем координаты окружностей будут повторяться, т.к. ~~они~~ и окружности 4 встречи или будет третий целый круг, т.е. 4 встречи & произойдет, когда окружность будет в координатах 1 встречи, 2 5 произойдет, когда окружность будет в координатах 2 и т.д.

Ответ: $(4\sqrt{3}; 0); (-2\sqrt{3}; 6); (-2\sqrt{3}; -6)$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S = \sqrt{(x_c - x_{cm})^2 + (y_c - y_{cm})^2}$
 Вторая угловая скорость совпадает -3ω .
 $\omega = V_c / R_c$
 $\omega R_c = \omega R_{cm}$
 $2\omega \cdot 2\sqrt{3} = \omega \cdot 4\sqrt{3}$
 $\omega_c = 2\omega_{cm}$
 $\tan 60^\circ = \frac{y_c}{x_c} = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow 12 = 60^\circ$
 $\angle = 90^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$
 $\angle = 90^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\tan \varphi = -\frac{2\sqrt{3}}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = 330^\circ$
 Расстояние $\sqrt{3}$ в начале 90°
 Первая ветвь $(0, \sqrt{3})$ $(\sqrt{3}, 0)$ $(0, -\sqrt{3})$ $(-\sqrt{3}, 0)$

$V_c = V_{cm}$
 $R_c = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $R_{cm} = \sqrt{36+12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$
 $S_{cp} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
 $\omega_c = \frac{25}{T_c} = \frac{25}{N}$
 $\omega_{cm} = \frac{25}{T_{cm}}$
 $x_c^2 + y_c^2 = 12$
 $x_{cm}^2 + y_{cm}^2 = 48$
 $(x_c - x_{cm})^2 + (y_c - y_{cm})^2 = 12$
 $x_c^2 - 2x_c x_{cm} + x_{cm}^2 + y_c^2 - 2y_c y_{cm} + y_{cm}^2 = 12$
 $12 + 48 - 2(x_c x_{cm} + y_c y_{cm}) = 12$
 $24 = x_c x_{cm} + y_c y_{cm}$
 $x_c^2 + y_c^2 = 12$
 $x_{cm}^2 + y_{cm}^2 = 48$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 $\frac{y_{cm}}{x_{cm}} = \sqrt{3}$
 $y_{cm}^2 + x_{cm}^2 = 48$
 $3x_{cm}^2 + x_{cm}^2 = 48$
 $4x_{cm}^2 = 48$
 $x_{cm}^2 = 12$
 $x_{cm} = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$
 $y_{cm} = 6$
 $\tan(180^\circ - 60^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\tan(60^\circ)$
 $\varphi = 120^\circ$
 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 $\frac{y_c}{x_c} = \sqrt{3}$
 $y_c^2 + x_c^2 = 12$
 $3x_c^2 + x_c^2 = 12$
 $4x_c^2 = 12$
 $x_c^2 = 3$
 $x_c = \pm \sqrt{3}$
 $y_c = 3$

u2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad 6y &= a - 2(a-b)x \\ 6y &= -2(a-b)x + a \\ y &= -\frac{1}{3}(a-b)x + \frac{a}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 3bx + (a-b)y &= 1 \\ (a-b)y &= 1 - 3bx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{-3bx + 1}{(a-b)b} \\ y &= -\frac{3bx}{a-b} + \frac{1}{(a-b)b} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -\frac{3}{a-b} = -\frac{1}{3}(a-b) \\ \frac{a}{6} = \frac{1}{(a-b)b} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{9}{a-b} = (a-b) \\ ab(a-b) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} g = (a-b)^2 \\ ab(a-b) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$3 + \frac{-3 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - \frac{16(1+\sqrt{5})}{2} \approx 2.5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ ab=ab(a-b)=6 \\ a-b=3 \\ ab(a-b)=6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ ab=2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ ab=-2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a=3+b \\ 3b+b^2=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3+b \\ -3b+b^2=-2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3 + \frac{-3 \pm \sqrt{9}}{2} &= \frac{3 \pm \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{6-3 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{3 \pm 3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 9g \\ x_1 &= \frac{-3 \pm 7}{2} = 4, x_2 = 5 \end{aligned}$$

$$oc = \frac{p}{q}; q = \pm 1$$

$$p = \pm 1, \pm 5, \pm 25$$

$$\begin{aligned} x(x-4)(x+4) + 25 &= \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 2.23 \\ x^3 - 16x + 25 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} &= x^2 + 3x - 10 \\ \frac{1}{2}(x+5) &= (x-4)(x+5) \end{aligned}$$

$$x = -5 - \text{корень} - \text{ли корень, н.в.} \sqrt{x^3 - 16x + 25}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x - 2$$

$$\frac{1}{4}(x^3 - 16x + 25) = x^2 - 4x + 4$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$(x-3)(x^2 - x - 3) = 0$$

$$\begin{aligned} 1 + \sqrt{13} \pm \sqrt{4} \\ \sqrt{13} \sqrt{3} \quad \sqrt{13} > 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + 9 &| x-3 \\ x^3 - 3x^2 &- \\ \hline x^2 + 9 & \\ -x^2 + 3x &- \\ \hline -3x + 9 & \\ -3x + 9 &- \\ \hline 0 & \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 \mid x+1 \mid +1 \geq 0$$

1) $x \geq -1$

$$(x+1) = x+1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^2 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$(x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \geq 0$$

$$x = \frac{p}{q}; p = \pm 1; q = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$

$$p = \pm 1; q = \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{1} + 1.5 - 1$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ — корень}$$

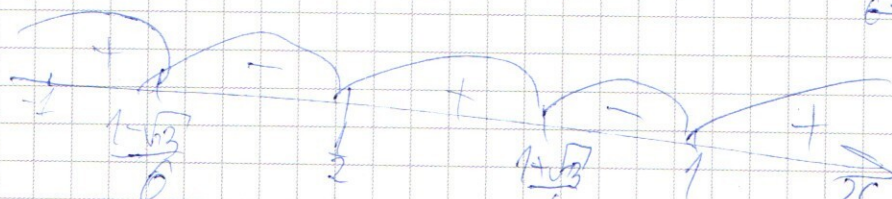
$$x = \frac{1}{2}$$

$$(x-1)(2x+1)(3x^2-x-1) \geq 0$$

$$D = 1 + 13 \cdot 2 = 13$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{6}; x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{6}$$

$$(x-1)(2x+1)\left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6}\right) \geq 0$$



$$x \geq -1$$

$$x \in \left[1; \frac{1 + \sqrt{13}}{6}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{1 - \sqrt{13}}{6}\right] \cup [1; +\infty)$$

$$x < -1$$

$$x = \frac{p}{q}; p = \pm 1; q = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$

$$\begin{array}{r} 6x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \mid x-1 \\ \underline{6x^4 - 6x^3} \\ 11x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \\ \underline{-11x^3 + 11x^2} \\ -7x^2 + 2x + 1 \\ \underline{-7x^2 + 7x} \\ -5x + 1 \\ \underline{-5x + 5} \\ -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \mid 2x+1 \\ \underline{6x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 - 3x - 1 \\ \underline{-2x^2 - 3x} \\ -1 \\ \underline{-2x - 1} \\ 2x \\ \underline{2x + 1} \\ 0 \end{array}$$

$$x = \frac{p}{q}; p = \pm 1; q = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$

$$6x^4 + 5x^2 + 6x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{8} + \frac{3}{2} - 1 + 1 = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} + \frac{12}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{24} - \frac{3}{27} + \frac{18}{127} - \frac{6}{53} - \frac{1}{81} - \frac{5}{27} + \frac{6}{9} - \frac{2}{3} + 1 =$$

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

$\sqrt{5}$
 $7000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

$a_1 a_2 \dots a_8 = 7000$

$a_1 a_2 \dots a_8 \in \{1, 2, 2, 2, 5, 5, 5, 7\}$

$12 \cdot 1257$

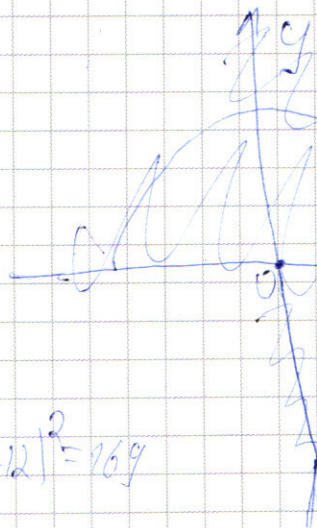
$43 \cdot 41 = 24$

4. $\frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4} =$

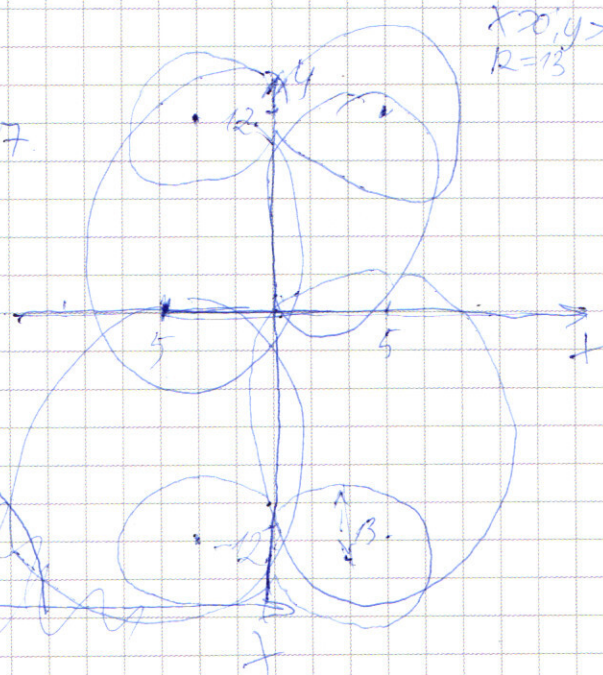
$= \frac{4 \cdot 7 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{56}{15}$

$= 112 \cdot 10 = 1120$

$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (x+5)^2 + (y+2)^2 = 169 \end{cases}$



$(x+5)^2 + (y+2)^2 = 169$



$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$

1) $x+y+5 \geq 0, x-y+5 \geq 0, y \leq x+5$
 $x \geq y-5, x \geq y+5, y \geq x+5$

$x+y+5 - x-y+5 = 10$
 $2+10=10$
 $x=0$

