

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица двигается по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

/2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a; \\ 3bx + (a-b)y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2(a-b)x + 6y - a = 0; \\ 3bx + (a-b)y - 1 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 = 0; \\ \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 = 0. \end{cases}$$

система имеет бесконечно много
решений при: $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$, что
является условием

$$\begin{cases} \alpha_1 \cdot \beta_2 = \beta_1 \cdot \alpha_2; \\ \beta_1 \cdot \gamma_2 = \beta_2 \cdot \gamma_1. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \alpha_1 \cdot \beta_2 = \beta_1 \cdot \alpha_2 \\ \alpha_1 \cdot \gamma_2 = \alpha_2 \cdot \gamma_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-b) \cdot (a-b)b = 3b \cdot 6 \\ -3b \\ 6 \cdot (-1) = (a-b)b \cdot 3b \end{cases}$$

$$2(a-b) \cdot b(a-b) = 6 \cdot 3b$$

$$-2(a-b) = -3ab$$

$b=0$ не является решением системы
 $\Rightarrow$ делим на b

$$\begin{cases} 2(a-b)^2 = 18; \\ 2(a-b) = 3ab; \end{cases} \quad \begin{cases} (a-b)^2 = 9 \\ 2(a-b) = 3ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ 2=ab \\ a=b+3 \end{cases}$$

$$2=b(b+3)$$

$$\begin{cases} a-b=-3 \\ -2=ab \\ a=b-3 \end{cases}$$

$$-2=b(b-3)$$

$$b^2 + 3b = 2$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$b_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$$

$$b_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$$

$$a_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} + 3 =$$

$$= \frac{6 - 3 + \sqrt{17}}{2} = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

$$a_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} + 3 =$$

$$= \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left(a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}; b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \right); \left(a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}; b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \right)$$

$$(a = -1; b = 2); \quad \checkmark \text{ б.}$$

$$\text{I } 7000 = 7 \cdot 8 \cdot 125 = 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 1 \cdot 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

$$\text{II } 7000 = 1^2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5^3$$

$$\text{III } 7000 = 1^3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5^3$$

из I комплекта цифр можно получить $\frac{8!}{3!3!} = 1120$ чисел

из II комплекта цифр можно получить $\frac{8!}{2!3!} = 3360$ чисел

из III комплекта цифр можно получить $\frac{8!}{3!3!} = 1120$ чисел

$$b^2 - 3b = -2$$

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$b_3 = \frac{3 - 1}{2} = 2$$

$$b_4 = \frac{3 + 1}{2} = 4$$

$$a_3 = 2 - 3 = -1$$

$$a_4 = 4 - 3 = 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Всего: $1120 + 1120 + 3360 = 5600$ чисел

Ответ: всего 5600 таких чисел
 $\sqrt{7}$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 13^2 \end{cases}$$

уравник 4 окружностей

Окр 1: $O_1(5; 12); R=13$

Окр 2: $O_2(-5; 12); R=13$

Окр 3: $O_3(-5; -12); R=13$

Окр 4: $O_4(5; -12); R=13$

В точке $(0; 0)$ пересекаются все
окружности

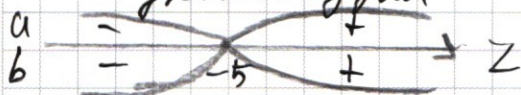
$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

неравенство не строгое

Замена $x+y=a; x-y=b$

$$|a+5| + |b+5| = 10$$

знак модуля



при $a \geq -5; b \geq -5$

1) $a+5+b+5=10$

$$x+y+x-y=0$$

$x=0; 0 \leq 3; x+y \geq 5$

023:

$$\begin{cases} x - y \geq -5 \\ x + y \geq -5 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -5 \\ y \leq 5 \end{cases}$$

2) при $a \geq -5; b < -5$

$$a + 5 - b - 5 \geq 0$$

$$b + y - x + y = 10$$

$$2y = 10$$

$$y = 5$$

023:

$$\begin{cases} x + y \geq -5 \\ x - y < -5 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$x \geq -10$$

$$x < 0$$

3) при $a < -5; b < -5$

$$-a - 5 - b - 5 = 10$$

$$-a - b = 20$$

$$-(a + b) = 20$$

$$-2x = 20$$

$$x = -10$$

023:

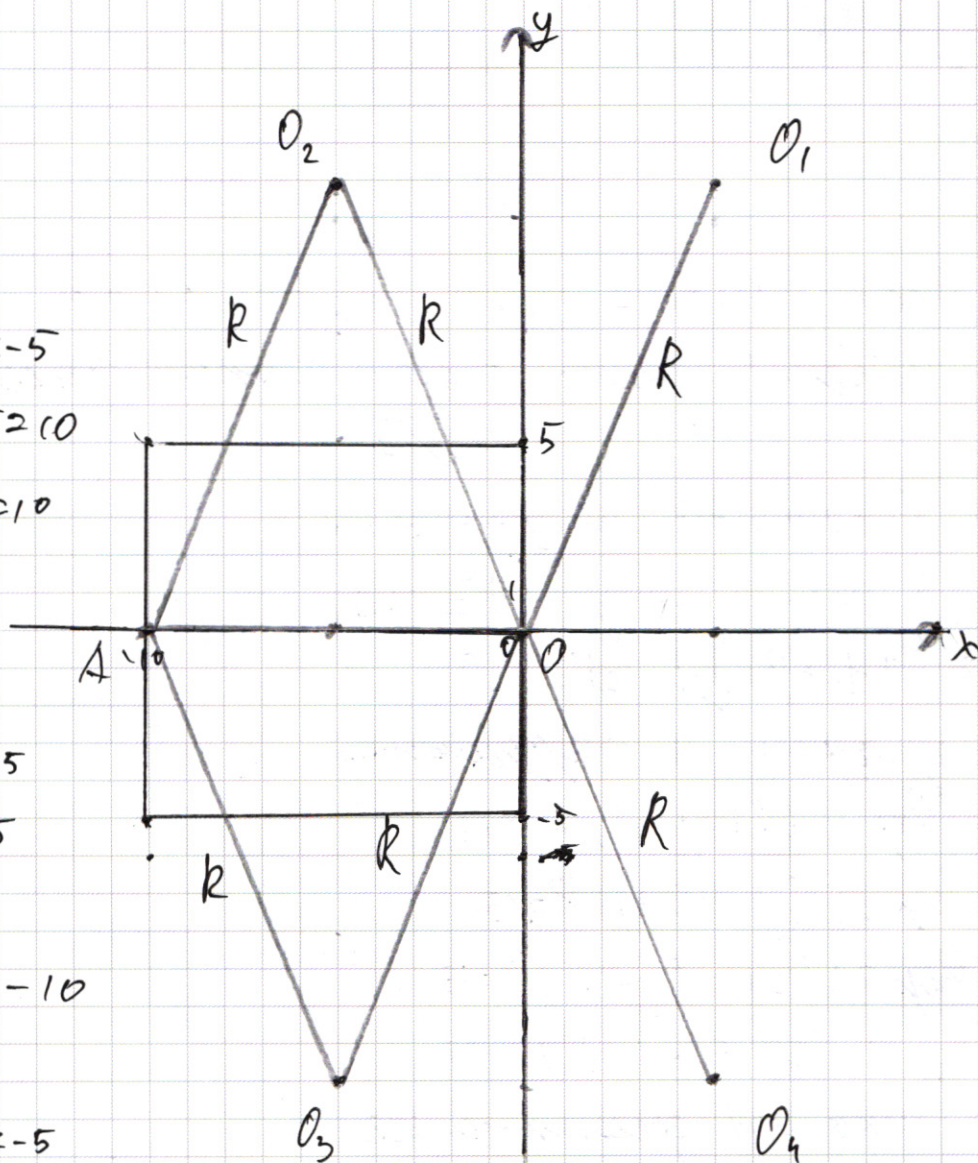
$$\begin{cases} x + y < -5; \\ x - y < -5; \\ x = -10; \end{cases} \begin{cases} y < 5 \\ y > -5 \end{cases}$$

4) при $a < -5; b \geq -5$

$$-a - 5 + b + 5 \geq 0$$

$$x - y - x - y = 10$$

$$\begin{cases} y = -5 \\ x + y < -5; \\ x + y \geq -5; \\ y = -5; \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ x \geq -10 \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$A(-10; 0)$ — левый фокус

$$(-10 - 5)^2 + (0 - 12)^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

$O(0; 0)$ — левый фокус

$$(0 - 5)^2 + (0 - 12)^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

Ответ: $(0; 0)$; ~~$(-10; 0)$~~

~~А~~

$$\tan \alpha = \frac{|2\sqrt{3}|}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan \alpha \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow$$

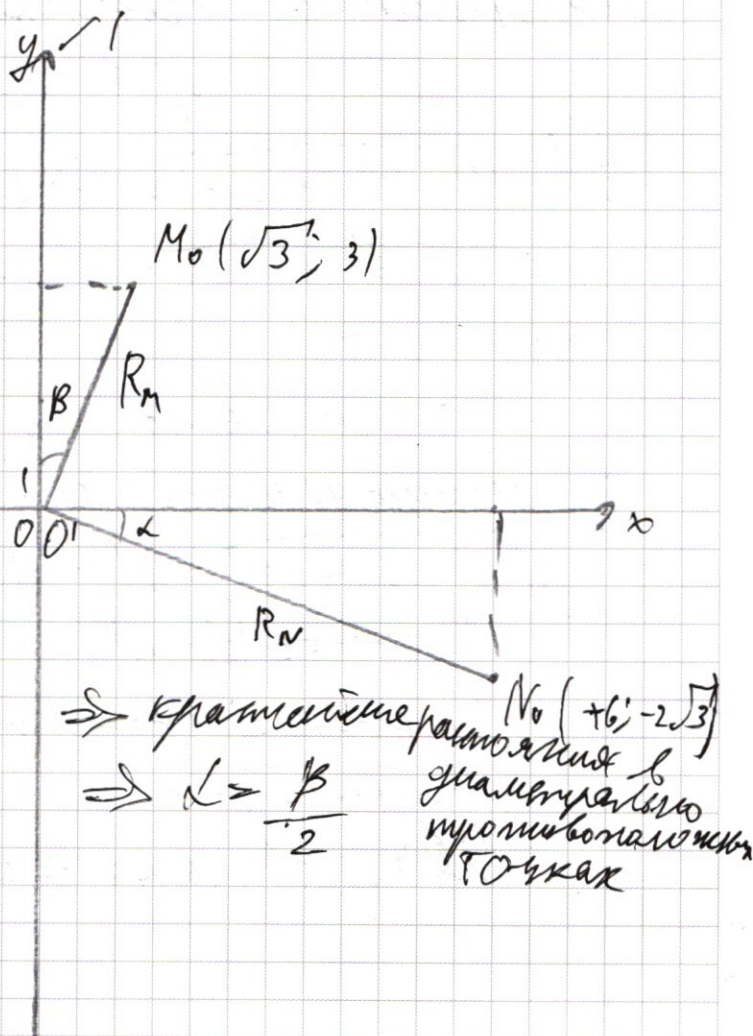
$$\Rightarrow \angle M_0 O N_0 = 90^\circ - \alpha + \alpha = 90^\circ$$

$$R_M = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$R_N = \sqrt{36 + 12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{R_M}{R_N} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{\text{син}}}{S_{\text{син}}} = 2$$

$S_{\text{син}}$ — расстояние от фокуса
и центра; $S_{\text{син}}$ — расстояние
от фокуса до центра



$\Rightarrow$ кратчайшее расстояние в
двухмерном пространстве
точек

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\beta}{2}$$

Кратчайшее расстояние между точками L и O
впервые раз при $\beta - \alpha = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$
 β — угол между начальными положением и
в момент t , впервые

α - угол в локсах между начальным положением шкелы и в локсах 1-ой ветви.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\beta}{2} \\ \beta - \alpha = 270^\circ \end{cases}$$

$$\alpha = 270^\circ \Rightarrow A_1(-2\sqrt{3}; -6); A_2(2\sqrt{3}; 6)$$

Анвет: координаты нечётных ветвей
 $(-2\sqrt{3}; -6)$

координаты чётных ветвей $(2\sqrt{3}; 6)$
✓ч

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)(x+5)$$

$$\text{при } x = -5$$

$$-125 + 80 + 25 < 0 \Rightarrow x = -5 \text{ не явл. корнем}$$

$\Rightarrow$ можно уделить на $(x+5)$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)$$

$$x^3-16x+25 = (2(x-2))^2$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x-16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$\text{Отз: } x^3-16x+25 \neq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -9 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 4 - x_2 - x_3 \\ 4x_2 x_3 - x_3 \cdot x_2 = \frac{-9}{x_3} \\ -x_2^2 - x_3 x_2 + 4x_2 + \frac{9}{x_3} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & (4 - x_2 - x_3) / x_2 = -\frac{9}{x_3} \\ & 4x_2 - x_2^2 - x_3 x_2 = -\frac{9}{x_3} \\ & x_2(4 - x_2 - x_3) + x_2 x_3 + x_3(4 - x_2 - x_3) = 0 \\ & \begin{cases} 4x_2 - \cancel{x_2^2} - \cancel{x_2 x_3} + \cancel{x_2 x_3} + 4x_3 - \cancel{x_2 x_3} - x_3^2 = 0 \\ -\cancel{x_2^2} - \cancel{x_3 x_2} + 4x_2 + \frac{9}{x_3} = 0 \end{cases} \\ & 4x_2 + 4x_3 - \cancel{4x_2} - x_3^2 - \frac{9}{x_3} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$\text{Дел 3: } x^3 - 16x + 25 \rightarrow 0$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{64}{27} = \frac{64}{3} \cdot \frac{1}{9}$$

$$\frac{64}{27} - \frac{64}{9} + 9 =$$

$$\frac{(x+5)}{2} \sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$\frac{(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}}{2} - \frac{1}{2}(x^2+3x-10) \cdot 20 = \frac{64 - 3 \cdot 64 + 9 \cdot 9 \cdot 3}{27} - 64 - 2 \cdot 64$$

$$\frac{(x+5)^2(x^3-16x+25)}{4} = (x^2+3x-10)^2$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} - (2x^2+6x-10) = 0$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} - 2(x-2)(x+5) = 0$$

$$x^2+3x-10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{-3 \pm 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-3 - 7}{2} = -5$$

$$(x-2)(x+5) = x^2+5x-10 = 0$$

$$0 \sqrt{-125+25+60} - 0 = 0$$

$$0 \sqrt{-125+105}$$

$$x =$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} - 2(x-2) = 0$$

$$(x^2+3x-10) = (x-2)(x+5) \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -1 \quad x^3 - 4x^2 + 9$$

$$\frac{(x+5)^2(x^3-16x+25)}{4} = (x-2)^2(x+5)^2$$

$$\text{при } x = -5 \quad x^3 - 16x + 25 = -125 + 25 + 80 < 0$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x-2)^2$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0 \quad | : x^2$$

$$x^3 = (2x^2 - 3)^2 = (2x-3)(2x+3)$$

$$(x\sqrt{x})^2 - (2x)^2 + 3^2 = 0 \quad (x\sqrt{x})^2 + 3^2 = (2x)^2 \quad (x\sqrt{x} - 2x)(x\sqrt{x} + 2x) = -3^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2(a-b)x + 6y - a = 0 \\ 3bx + (a-b)by - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 = 0 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 = 0 \end{cases} \quad \text{— система линейных уравнений}$$

при $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$

$$\begin{cases} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2} \\ \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 \beta_2 = \beta_1 \alpha_2 \\ \beta_1 \gamma_2 = \beta_2 \gamma_1 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 2(a-b) \cdot 6(a-b) &= 6 \cdot 3b \\ -2(a-b) &= -3ba \\ 2(a-b) &= 3ab \\ (a-b)^2 &= 9 \\ 2(a-b) &= 3ab \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2(a-b) \cdot (a-b) \cdot b = 3b \cdot 6 \\ -3b \cdot \cancel{a} = (a-b) \cdot b \cdot \cancel{a} \end{cases}$$

при $b=0$ исходная система не имеет
 бесконечно много решений $\Rightarrow$ можно делить на b

$$\begin{cases} 2(a-b)^2 = 12 \\ -3 = -ab(a-b) \end{cases}$$

Значит $\begin{cases} a-b = t \\ ab = t \end{cases} \quad \begin{cases} 2t^2 = 12 \\ -3 = -t \cdot t \end{cases} \quad \begin{cases} t^2 = 9 \\ t = +\frac{3}{t} \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = +3 \\ t_2 = -3 \end{cases}$

$$\begin{cases} a-b=3; \\ ab=+1; \end{cases} \begin{cases} a=3+b \\ b(3+b)=+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=-3; \\ ab=-1; \end{cases} \begin{cases} a=b-3 \\ b(b-3)=-1 \end{cases}$$

$$3b+b^2=+1$$

$$b^2+3b-1=0$$

$$D=9+4=13$$

$$b_1 = \frac{-3+\sqrt{13}}{2} \quad b_2 = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}$$

$$a_1 = \frac{6-3+\sqrt{13}}{2} \quad a_2 = \frac{6-3-\sqrt{13}}{2}$$

$$a_1 = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \quad a_2 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$$

$$b^2-3b+1=0$$

$$D=9-4=5$$

$$b_3 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad a_3 = \frac{3+\sqrt{5}-6}{2} = -\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$b_4 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \quad a_4 = \frac{3-\sqrt{5}-6}{2} = -\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $\left(a = \frac{3+\sqrt{13}}{2}; b = \frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right); \left(a = \frac{3-\sqrt{13}}{2}; b = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right);$

$\left(a = \frac{-3+\sqrt{13}}{2}; b = \frac{3+\sqrt{13}}{2}\right); \left(a = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}; b = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h$ $\sqrt{5}$
 $= 7000 = 7 \cdot 1000 = 7 \cdot 8 \cdot 125 = 7 \cdot 8 \cdot 5^3 = 2^3 \cdot 5^3$

$= 7 \cdot 10 \cdot 100 =$

$= 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5^2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 5^3 \cdot 2^3$

$7000 = 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 1$

$7000 = 1^2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5^3 = 1 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5^3$

$7000 = 1^3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5^3$

$$\begin{array}{r} 1120 \\ \times 6 \\ \hline 12320 \\ 2240 \\ \hline 112060 \\ + 1120 \\ \hline 2240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 2240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1120 \\ \times 3 \\ \hline 3360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 3! \cdot 3! \end{array}$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 6}$$

$= \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 6} = 20 \cdot 56 +$

$+ 20 \cdot 56 \cdot 6 + 20 \cdot 56 = 1120 + 1120 + 1120 \cdot 6 = 14560$

$\sqrt{7}$
 $\begin{cases} |x - y + 5| + |x - y - 5| \leq 10 \\ (|x - 5|)^2 + (|y - 12|)^2 = 169 \end{cases}$
 Опр: $O(5; 12)$, $R = \sqrt{169}$
 $R = 13$

$x_1 = 10$ $y_1 = 29$

$x_2 = -10$ $y_2 = +29$

$x_3 = 10$ $y_3 = -29$

$x_4 = -10$ $y_4 = -29$

$$\begin{array}{r} 2240 \\ + 3360 \\ \hline 5600 \\ 111262111 \end{array}$$

1121

1211

$\frac{6}{2} = 3$

$\frac{81}{3} = 27$

$\frac{81}{51} = 1.588$

✓ 4.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (x+5)^2 + (y-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$(x+5)^2 + (y-12)^2 = 169$$

$$O_1(5; 12); R=13$$

$$O_2(-5; 12) R=13$$

$$O_3(-5; -12) R=13$$

$$O_4(5; -12) R=13$$

$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

$$|x+y+5| + |x-y+5| = 10$$

$$x+y=a$$

$$x-y=b$$

$$|a+5| + |b+5| = 10$$

$$\text{при } a \geq -5; b \geq -5$$

$$a+5+b+5=10$$

$$a+b=0$$

$$x+y+x-y=0$$

$$O_1: x=0; y=0$$

$$b-y > -5; x+y \geq -5$$

$$0-y > -5 \quad 0+y \geq -5$$

$$-y > -5$$

$$y \geq -5$$

$$y < 5$$

$$\text{при } a < -5; b < -5$$

$$-a-5-b-5=10$$

$$-a-b=20$$

$$-(a+b)=20$$

$$-20=20$$

$$x=-10$$

$$-10+y < -5 \quad y < 5 \quad y < 5$$

$$O_2: -10-y < -5 \quad -y < 5 \quad y > -5$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} -10 \leq x \leq 0; \\ -5 \leq y \leq 5. \end{cases}$$

$$x=0$$

$$y-12=13$$

$$y=25 \quad y=-5$$

$$\text{при } a \geq -5; b < -5$$

$$a+5-b-5=10$$

$$a-b=10$$

$$x+y-x+y=10$$

$$2y=10$$

$$O_3: y=5$$

$$x+y > -5$$

$$x-y < -5$$

$$x+5 > -5$$

$$x-5 < -5$$

$$x > -10$$

$$b < 0$$

$$a < -5; b \geq -5$$

$$-a-5+b+5=10$$

$$b-a=10$$

$$x-y \quad x-y=10$$

$$-2y=10$$

$$y=-5$$

$$O_4: x+5 < -5$$

$$x+5 \geq -5$$

$$x < 0$$

$$x \geq -10$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

М-сфера IV-сфера

$$R_M = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{12^2} = 12$$

$$R_N = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{18^2} = 18$$

$$R_N / R_M = 1.5 \Rightarrow \frac{S_N}{S_M} = 2.25 \Rightarrow \frac{S_N}{S_M} = 2.25$$

$$\text{Окр } M: R = 12; O(0;0)$$

$$6^2 + 9^2 = 117$$

$$\text{Окр } N:$$

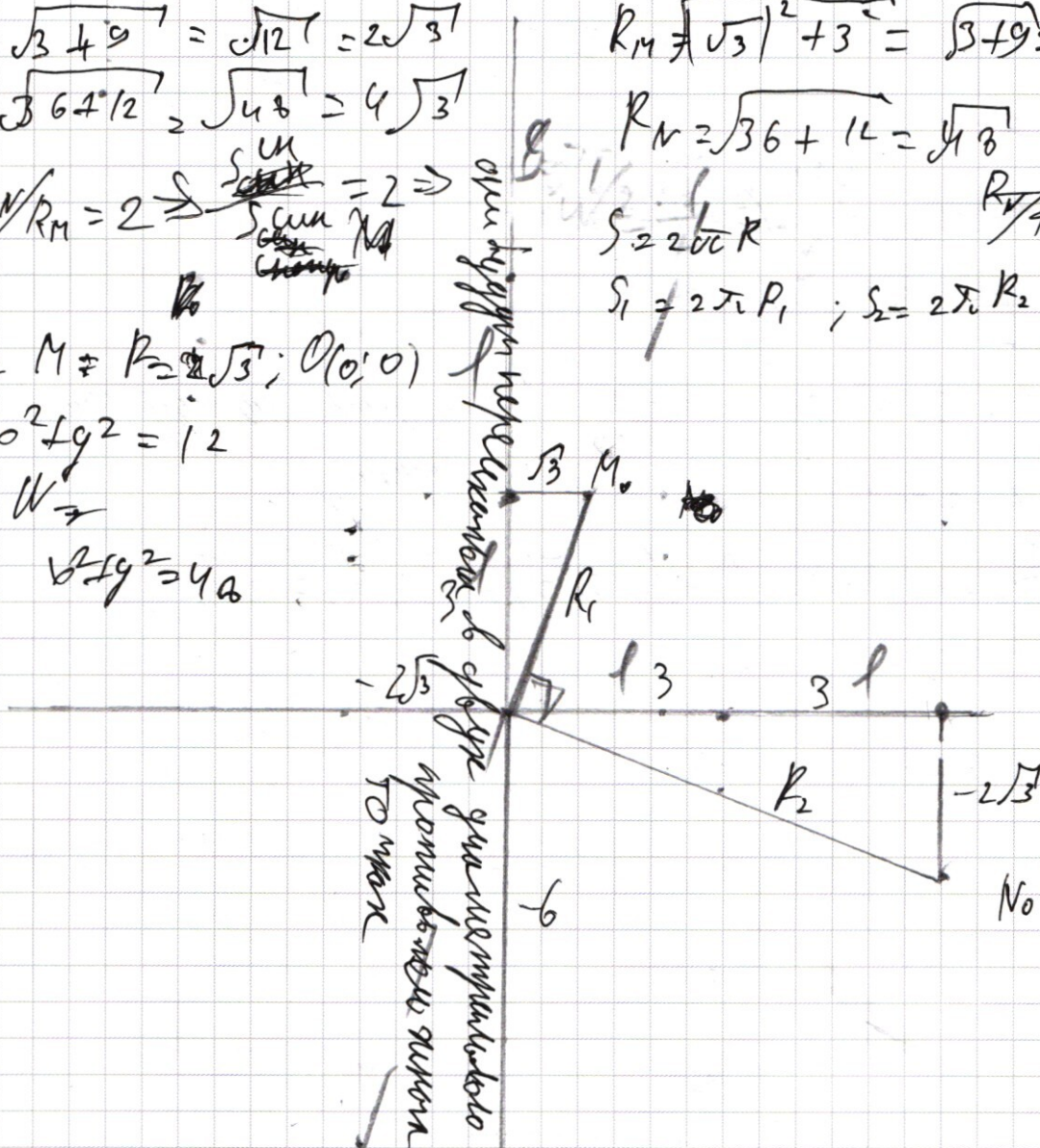
$$6^2 + 12^2 = 180$$

$$R_M = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{12^2} = 12$$

$$R_N = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{18^2} = 18$$

$$S = 2\pi R$$

$$S_1 = 2\pi R_1; S_2 = 2\pi R_2 = 4\pi R_1$$



Кратчайшее расстояние между прямыми будет
тогда их координаты будут одинаковыми
 $y = kx \Rightarrow$ угол между ними 0°
угол между ними 90°

$$\omega_{\text{вн}} \cdot R = \omega_{\text{вн}} \cdot r \Rightarrow \omega_{\text{вн}} = \omega_{\text{вн}} \cdot \frac{r}{R}$$

$$\begin{cases} R_{\text{вн}} = R_{\text{вн}}; v = v \\ S_{\text{вн}} = k S_{\text{вн}} \\ \omega_{\text{вн}} = \omega_{\text{вн}} \end{cases}$$

~~$\alpha + \beta = 360^\circ$~~

$\angle \alpha$ — угол между начальными положениями векторов и в момент t времени

$\angle \beta$ — угол между начальными положениями векторов и в момент t времени.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\beta}{2} & \beta = 2\alpha \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} \alpha + \beta = 360^\circ & \beta = 2\alpha \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 360^\circ & \alpha = \frac{\beta}{2} \Rightarrow 120^\circ & \beta = 240^\circ \end{cases}$$

$\beta - \alpha = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$ (90° — угол между ними при $t=0$)

$$2\alpha = 270^\circ$$

$$\alpha = 135^\circ \Rightarrow A_1(-2\sqrt{3}; -6); A_2(2\sqrt{3}; 6)$$

$$\beta = 270^\circ$$