МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра

Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Синица двигается по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0\left(\sqrt{3};3\right)$ и $N_0\left(6;-2\sqrt{3}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases}2(a-b)x+6y=a,\\ 3bx+(a-b)by=1\end{cases}$$
имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}=x^2+3x-10$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4+x^2+2x-5x^2|x+1|+1\geqslant 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

7. [6 баллов] Решите систему
$$\begin{cases}|x+y+5|+|x-y+5|\leqslant 10,\\ (|x|-5)^2+(|y|-12)^2=169.\end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$6x^2+x^2+2x-5x^2|x+1|+1\geq 0$

$(x^2+2x+1)+4x^4-4x^2|x+1|+(2x^4-x^2|x+1|)\geq 0$

$4x^4-4x^2|x+1|+(|x+1|)^2+(2x^4-x^2|x+1|)\geq 0$

т.к. $a^2=|a|^2$

$(2x^2-|x+1|)^2+x^2(2x^2-|x+1|)\geq 0$

$(3x^2-|x+1|)(2x^2-|x+1|)\geq 0$

Заметим, что равенство верно $\Leftrightarrow$ или обе скобки ~~не~~ положительные, или обе отрицательные, или хотя бы одна 0.

Итого, ~~наша~~ задача ~~сводится~~ к ~~такой~~ совокупности:

Также заметим, что $3x^2\geq 2x^2\Rightarrow$ если $2x^2\geq 0$ то и $3x^2\geq 0$ и если $3x^2\leq 0$, то и $2x^2\leq 0$,

Таким образом, наша задача сводится к такой совокупности:

$$\left[\begin{array}{l}2x^2-|x+1|>0\\3x^2-|x+1|<0\\3x^2-|x+1|=0\\2x^2-|x+1|=0\end{array}\right.$$

это равносильно такой совокупности:

$$\left[\begin{array}{ll}2x^2-|x+1|\geq 0 & (1)\\3x^2-|x+1|\leq 0 & (2)\end{array}\right.$$

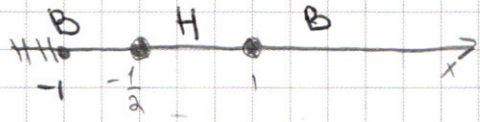
Итак, давайте сначала реш (1)

$2x^2 - |x+1| \geq 0$

1) $x \geq -1 \Rightarrow |x+1| = x+1$

$2x^2 - x - 1 \geq 0$. Решим методом интервалов:

$2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1;\ x_2 = -\frac{1}{2}$



~~Решение такого нер-ва:~~

Решение: $x \in [-1; -\frac{1}{2}] \cup [1; +\infty)$

2) $x < -1 \Rightarrow |x+1| = -x-1$

$2x^2 + x + 1 \geq 0$; $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0 \Rightarrow$ нет корней, $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ График не пересекает ось x, и т.к., например, при $x = 1$, $2x^2 + x + 1 \geq 0$, то вся парабола выше оси x $\Rightarrow$ решение: $x \in (-\infty; -1)$ (позже подробнее)

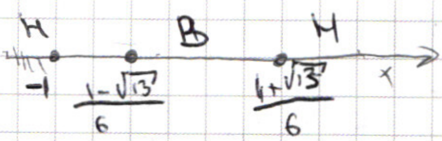
Итого, решение нер-ва (1) $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [1; +\infty)$

Решим (2).

$3x^2 - |x+1| \leq 0$

1) $x \geq -1 \Rightarrow |x+1| = x+1$; $3x^2 - x - 1 \leq 0$ Решим МИ:

$3x^2 - x - 1 = 0$; $x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{6}$; $x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{6}$,



$\left(-1 < \frac{1-\sqrt{13}}{6} < \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$ т.к.

$\left(-1 < \frac{1-4}{6}\right)$, и $\frac{1-\sqrt{13}}{6} < \frac{1+\sqrt{13}}{6}$ — очевидно. $\Rightarrow$

Решение: $x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

г) $x < -1 \Rightarrow |x+1| = -1-x$; $3x^2 + x + 1 \le 0$,

~~$x \in \varnothing$ т.к. $D < 0$, и парабола лежит выше оси x, т.к. при $x=1$, $3x^2+x+1 = 5 > 0$.~~

~~$3x^2+x+1 = 3x^2 + x \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \ldots$~~

$$3x^2 + x \cdot \frac{2\cdot\sqrt{3}}{2\cdot\sqrt{3}} + 1 + \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} - \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} =$$

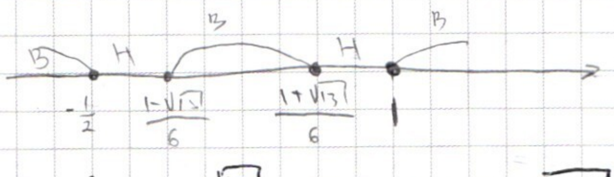
$$= \left(\sqrt{3}\cdot x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 1 - \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} > 0 \text{ т.к. } 1 - \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} > 0. \Rightarrow$$

(аналогично и с $2x^2+x+1$: $= \left(\sqrt{2}x + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 + 1 - \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 > 0$)

$\Rightarrow x \in \varnothing$. Итого: решен. (2) это $x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right]$.

Наша совокупность сведена к такой:

$$\left[\begin{array}{l} x \le -\frac{1}{2} \\ x \ge 1 \\ \frac{1-\sqrt{13}}{6} \le x \le \frac{1+\sqrt{13}}{6} \end{array}\right.$$



$\left(-\frac{1}{2} < \frac{1-\sqrt{13}}{6} \text{ т.к. } -4 < -\sqrt{13}\right)$

$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{6} < 1 \text{ т.к. } 1+\sqrt{13} < 1+4 < 6\right)$

Итого, такой ответ: $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right] \cup$
$\cup [1; +\infty)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

N3

итак: $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$

$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)(x+5)$

если $x=-5$, $x^3-16x+25 = -125+80+25 = -20<0$

не имеет смысла, поэтому $x \neq -5$, сократим на $x+5$.
$(x+5 \neq 0)$

$\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)$ возведём в квадрат

$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$;

$x^3-4x^2+9 = x^3-3x^2+9-x^2 = x^2(x-3)+(3-x)(3+x) =$

$= (x-3)(x^2-3-x) = 0 \iff \underset{(1)}{x-3=0}$ или $\underset{(2)}{x^2-3-x=0}$

(1) $x-3=0 \Rightarrow x=3$; $x^3-16x+25 = 27-48+25 = 4>0$ ✓

$x=3$ подходит.

(2) $x^2-x-3=0; \Rightarrow x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$ $x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)+25 = \frac{1+13\sqrt{13}+3\cdot13\cdot1+3\cdot\sqrt{13}}{8} -$

$-8-8\sqrt{13}+25 = \left(\frac{1+3\cdot13}{8}+25-8\right)+\frac{(3+13)\sqrt{13}}{8}-8\sqrt{13} =$

$= 22-6\sqrt{13} \overset{?}{\geq} 0$ $11 \overset{?}{\geq} 3\sqrt{13}$; $121 \overset{?}{\geq} 9\cdot13$;

$121 \geq 117$ ✓ $\Rightarrow 22-6\sqrt{13} \geq 0 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{2}$ подходит.

$\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)+25 = \frac{1-13\sqrt{13}+39-3\sqrt{13}}{8} -$

$-8+8\sqrt{13}+25 = 22+6\sqrt{13} > 0 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{2}$ тоже подходит;

итого: $x=3$; $x=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$; $\frac{1-\sqrt{13}}{2} = x$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. Ответ: 5600

итак, $7000 = 2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5\cdot7$

заметим, что из цифр только $7 \vdots 7$ => есть ровно 1 семёрка в числе. Если в каком числе есть 0, то произведение цифр $0 \neq 7000$ => 0 нету. =>
=> из оставшихся цифр только $5 \vdots 5$ (даёт делимость на 5) => у нас ровно три "5".
итого, у нас есть четыре цифры из 8.
давайте посмотрим, как мы можем получить произведение 8: ~~8, 4, 2, 2, 2, 2~~, используя 4 числа: 8, 1, 1, 1; 4, 2, 1, 1; 2, 2, 2, 1.
иначе 3, 5, 7, 3 быть не может, т.к. они дают нужные делители, ~~а 1, 2, 4, 8~~ => мы используем степени двойки, в итоге должны получить степень 3, и $3 = 3+0+0+0 = 2+1+0+0 = 1+1+1+0$. Вот и всё, разберём эти 3 случая.

1) наши цифры: 1, 1, 1, 5, 5, 5, 7, 8.
всего чисел составить из этих цифр можно $8!$, но заметим, что у нас 3 "1" и 3 "5", поэтому каждую ситуацию мы считаем C_3^2 раз для "1" и C_3^2 раз для "5" ($1_a - 1_b - 1_c$; $1_a - 1_c - 1_b$; $1_b\ 1_a\ 1_c$; $1_b - 1_c - 1_a$; $1_c\ 1_a - 1_b$; $1_c - 1_b - 1_a$) итого, C_3^2,

и так же для 5 тогда всего $\frac{8!}{C_3^2 \cdot C_3^2} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{6\cdot 6} =$

$= 4\cdot 5\cdot 7\cdot 8 = 16\cdot 7\cdot 10 = 1120.$

2) 1, 1, 2, 4, 5, 5, 5, 7.

Тут $\frac{8!}{C_2^1 \cdot C_3^2}$ т.к. 3 пятёрки и 2 единицы

$$\frac{8!}{C_2^1 \cdot C_3^2} = \frac{8!}{C_3^2 \cdot C_3^2} \cdot \frac{C_3^2}{C_2^1} = 1120 \cdot \frac{6}{2} = 3360.$$

3) 1, 2, 2, 2, 5, 5, 5, 7 $\frac{8!}{C_3^2 \cdot C_3^2}$ (3 "5" и 3 "2") =

$$= \frac{8!}{C_3^2 \cdot C_3^3} = 1120$$

Складываем: $1120 + 3360 + 1120 = 1120\cdot 5 =$

$= 1120 \cdot \frac{10}{2} = 5600$ (

Ответ: 5600

(наши случаи 1, 2, 3 не пересекаются, т.к. разные наборы цифр.)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

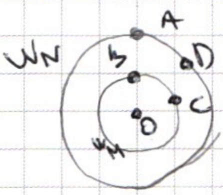
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 давайте найдём радиусы окружностей:

$$R_M = \sqrt{(\sqrt{3})^2+3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$R_N = \sqrt{(6)^2+(-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \quad ; \quad \frac{R_M}{R_N} = \frac{1}{2}$$

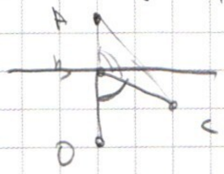
Теперь давайте поймём, когда между ними кратчайшее расстояние: докажем, что тогда они лежат на одной прямой с их общим центром. (центр не лежит на отрезке, соединяющем их)



давайте найдём сейчас

Любая точку окружности W_M для точки A докажем, что $AB < AC$. итак,

$\angle OBC < 90^\circ$, т.к. ~~...~~ C лежит по одну сторону, что и точка O от касательной в точке B



т.к. $OBC < 90^\circ \Rightarrow \angle ABC > 90^\circ \Rightarrow \angle ABC > \angle ACB \Rightarrow$

$\Rightarrow AB < AC$. ~~ч.т.д.~~

(C - любая точ., отлич от B на W_M ; D - любая точка, отличная от A на W_N).

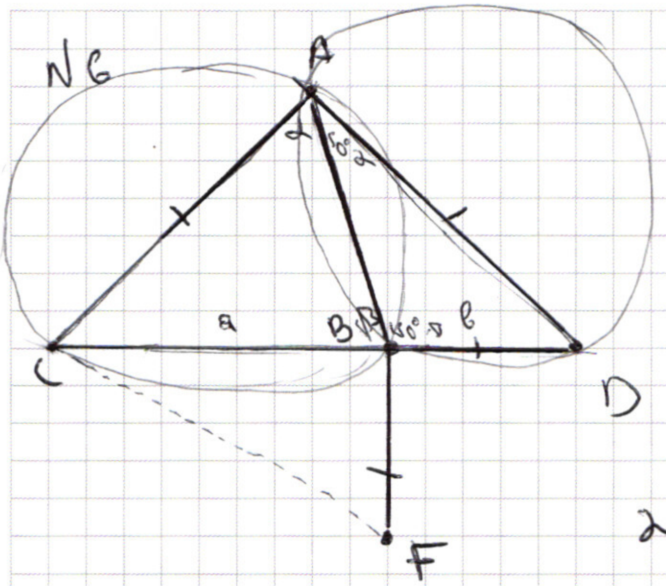
Заметим, что $OD = OB + BA$, но $OB + BD > OD \Rightarrow$

$\Rightarrow OB + BD > OB + BA \Rightarrow BD > BA$

итак, произошла ~~блокада~~, точки разбиваются на пары, с кратчайшим расстоянием.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

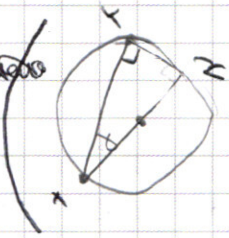
№6



~~Заметим~~, Пусть, $CB = a$; $BD = b$; $r = 7$ (радиус); $\angle CAB = \alpha$; $\angle DAB = 90^\circ - \alpha$; тогда $\angle CBA = B$.

тогда:

$$2r = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AD}{\sin 180^\circ - B}$$



XZ - диаметр, ~~$\sin\alpha = \frac{YZ}{2r}$~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle XYZ = 90^\circ \Rightarrow \sin\alpha = \frac{YZ}{XZ} = \frac{YZ}{2r}$ ✓

т.к. $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AD}{\sin 180^\circ - B}$ то $\frac{AC}{AD} = \frac{\sin B}{\sin 180^\circ - B} = 1 \Rightarrow AC = AD$ ✓

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{CB^2 + BD^2} =$$

$$= \sqrt{(2r \cdot \sin\alpha)^2 + (2r \cdot \sin 90^\circ - \alpha)^2} =$$

$$= 2r\sqrt{\sin\alpha^2 + (\sin 90^\circ - \alpha)^2} = 2r\sqrt{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} = 2r$$

~~Ответ: $CF = \sqrt{2r}$~~ $2r = 14$

Ответ: $CF = 14$.

(я пользовался, что ~~хорда = диаметр~~ хорда = диаметр / $\sin\alpha$ ~~угол, опирающийся на~~ где α - ~~угол~~, вписанный угол, опирающийся на эту хорду.)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7
(Нумеровать только чистовики)

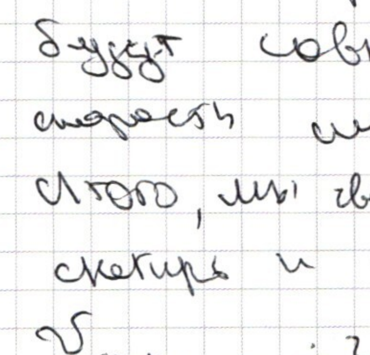
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Итак, теперь давайте сделаем гомотетию с центром в точке $O(0;0)$ и коэффициентом 2, ~~[illegible]~~ и посмотрим, куда попадёт синица: т.к. $R_M = \frac{R_N}{2}$, то $2R_M = R_N \Rightarrow$ окружность $W_M \to W_N$ и синица попала на W_N.

(до гомотетии) тогда заметим что если до гомотетии снегирь и синица были на одной прямой, то теперь они просто будут совпадать. Заметим, что после гомотетии скорость синицы увеличилась в 2 раза.

Итого, мы свели нашу задачу к такой: снегирь и синица вылетают по одной окружности, $v_{синицы} = 2v_{снегиря}$, $M_0(2\sqrt{3}; 6)$; $N_0(6; -2\sqrt{3})$ найдите координаты их точек пересечения.

Заметим, что если $v_{синицы} = 2v_{снег}$, то $v_{угл(синицы)} = 2v_{y(снегир)}$ это очевидно. пусть x — пересечение ~~[illegible]~~ W_N и оси XO.



найдём $\angle XOM_0 = \alpha$.

$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1}{2}$. итак,

$\cos\alpha = 1/2$ и $\alpha < 90^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Найдём $\angle xON_0 = \beta$. $\sin\beta = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1}{2}$; $\beta < 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta = 30^\circ$. $\Rightarrow \angle\alpha = 2\angle\beta$, т.к. снежинка

двигалась по часовой, а спица против, то

первые их встреча будет в точке x.

Несложно $x(\sqrt{48};0)$ то есть $\boxed{X(4\sqrt{3};0)}$

~~найдём~~ теперь возьмём точку $\boxed{K(-2\sqrt{3};6)}$;

очевидно, что $\angle \cancel{KOX}\ XOK$ (против часов.) $= 120^\circ$ т.к. $\angle KOM_0 =$

$2\cdot(90^\circ - \angle XOM_0) = 2\cdot 90^\circ - 2\cdot 60^\circ = 60^\circ$, и $\angle M_0OX = 60^\circ$;

$60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ (т.к. M_0 и K симметр. относ. оси oy)

Заметим, что угол $\angle XOK$ по часовой

стрелке равен $360^\circ - \angle XOK_{\text{против часов}} = 240^\circ$.

$120^\circ = 240^\circ/2 \Rightarrow$ снегирь и спица там встретятся.

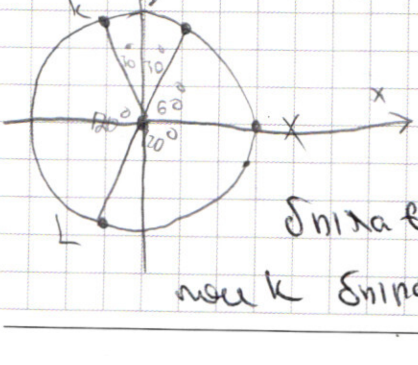
теперь возьмём точку $\boxed{L(-2\sqrt{3};-6)}$. Очевидно, что

$\angle KOL_{\text{против часовой}} = 120^\circ$, потому что K O M_0 на одной прямой

$\angle KOL_{\text{по часовой}} = 240^\circ \Rightarrow$ снегирь и спица там встретятся.

Заметим, что в точках, отличных от K, L, X они

не встретятся: итак, первая встреча была в точке X



потом снегирь летел до точки K против часов., а спица по часовой до т. K, $\Rightarrow$ перв. их встреча после X

была в точке K, аналогично, вторая встреча после K была в L, и после L в X ($\angle LOX_{\text{против}} = \angle LOX_{\text{по}}/2$) - закончили далее.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 $\begin{cases} 2(a-b)x+6y=a \\ 3bx+(a-b)by=1 \end{cases} \Rightarrow y=\dfrac{a-2(a-b)x}{6}$

$$3bx+(a-b)b\cdot\frac{(a-2(a-b)x)}{6}=1$$

$$x\left(3b-\frac{2b(a-b)^2}{6}\right)+\frac{ab(a-b)-6}{6}=0$$

если у этой штуки бесконечно много решений, то это значит, что $\dfrac{3b-2b(a-b)^2}{6}=0$ и $\dfrac{(ab)(a-b)-6}{6}=0$

пусть, $c=a-b \Rightarrow$

$\begin{cases} 3b-2bc^2=0 \\ bc(b+c)-6=0 \end{cases} \Rightarrow b(3-2c^2)=0.$ если $b=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow bc(b+c)=0\neq 6 \Rightarrow b\neq 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 3-2c^2=0 \Rightarrow c^2=\frac{2}{3}$

$bc^2+b^2c-6=0$; $b^2c+b\cdot\frac{2}{3}-6=0$

$$b_{1,2}=\frac{-\frac{2}{3}\pm\sqrt{\frac{4}{9}+4\cdot 6c}}{c}$$

1) $c=\sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow b_1=\dfrac{-\frac{2}{3}+\sqrt{\frac{4}{9}+24\sqrt{2/3}}}{\sqrt{2/3}}=-\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{2}{3}+36\sqrt{\frac{2}{3}}}$

$b_2=-\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{\frac{2}{3}+36\sqrt{\frac{2}{3}}}$

2) $c = -\sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$6x = \sqrt{\frac{2}{3}}$~~ $D = \frac{4}{3} - 24\sqrt{\frac{2}{3}} < 0$

не подходит.

~~Ответ: $c = \sqrt{\frac{2}{3}}$~~ $b =$

1) $a = b + c \quad -\sqrt{\frac{2}{3}} + (-\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3} + 36\sqrt{2/3}} =$

$= \sqrt{\frac{2}{3} + 36\sqrt{2/3}}$, $\quad b = -\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{2/3 + 36\sqrt{2/3}}$

~~2) $a = -\sqrt{2/3 + 36\sqrt{2/3}} \quad b = -\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{24}$~~

2) $a =$ ~~$\sqrt{\frac{2}{3}}$~~ $-\sqrt{\frac{2}{3} + 36\sqrt{2/3}}$ ~~$b = \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{2}{3} + 36\sqrt{2/3}}$~~

$b = -\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{2/3 - 36\sqrt{2/3}}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

(заполняется ...)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x+5=a$

$(|x|-5)^2+(|y|-12)^2=169=13^2$

$a+b=k \quad a-b=p$

$x^2+y^2-10|x|-24|y|=0$

$a^2-10a+b^2-24b=0$

$x+y=a$

$x-y=b$

$x=\frac{a+b}{2} \quad y=\frac{a-b}{2}$

$2(a-b) \quad x+6y=a$

$|a+5|+|b+5|\le 10$

$36x$

$-15\le a, b\le 5$

$k \quad p \quad \frac{k+p}{2} \quad \frac{k-p}{2}$

$\sqrt{12}$

$2\sqrt{12}$

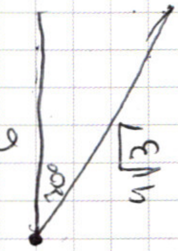
$2\sqrt{3}$

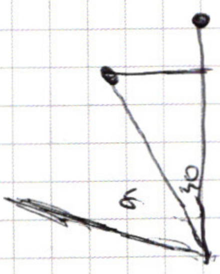
$4\sqrt{3}$

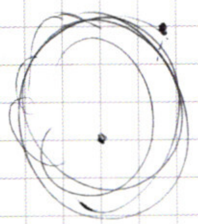
$\sqrt{48}$

$2\sqrt{3}$

$\frac{a+b}{2} \quad \frac{a-b}{2}$







$x^2+y^2-10|x|-24|y|=0$

$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=a^2+b^2-5(a+b)-12(a-b)$

$a^2+b^2-17a+7b=0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

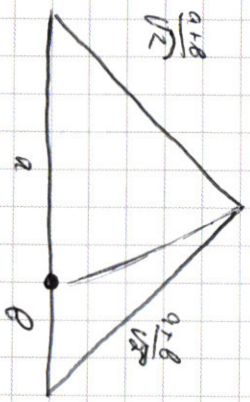
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

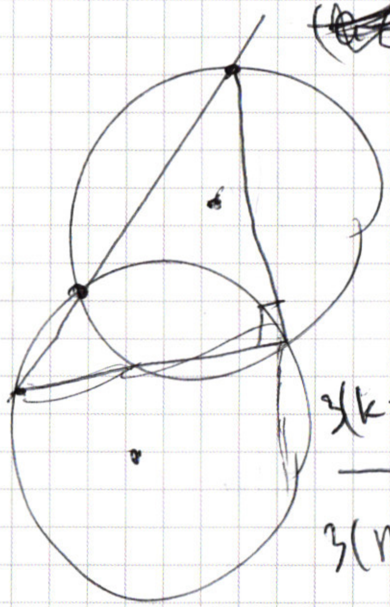
$(a-b)ab = 1$

$3b - \frac{2b(a-b)^2}{6} = 0$

$18ba - 2ab(a-b)^2 = 0$

$(a-b)ab = 6$





$d^2(\sin^2\alpha + \sin^2\beta)$

$d(\sin\alpha + \sin\beta)$

$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$2ax - 2bx + 6y = a$

$3bx + aby - b^2y = 1$

$\left(x^2 - \frac{2\sqrt{5}}{a}x + a\right)\left(x + \frac{\sqrt{5}}{a}\right)$

$\frac{3(k-p) - 2(k-p)k^2}{} = 0$

$3(m-n) - 2(m-n)n^2 = 0$

$(m^2-n^2)n - 6 = 0$

$bc^2 + b^2c = 6$

$bc(b+c) = 6$

$3b - 2bc^2 = 0$

$b(3-2c^2) = 0$

$a - b = c$

$a = c + b$

$y = \frac{a + 2(b-a)x}{6}$

$3bx + \frac{(a-b)b(a+2(b-a)x)}{6} = 1$

$3 - 2c^2 = 0$

$2c^2 = 3 \quad c^2 = \frac{3}{3}$

$x\left(3b - \frac{2b(a-b)^2}{6}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$7000 = 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3$

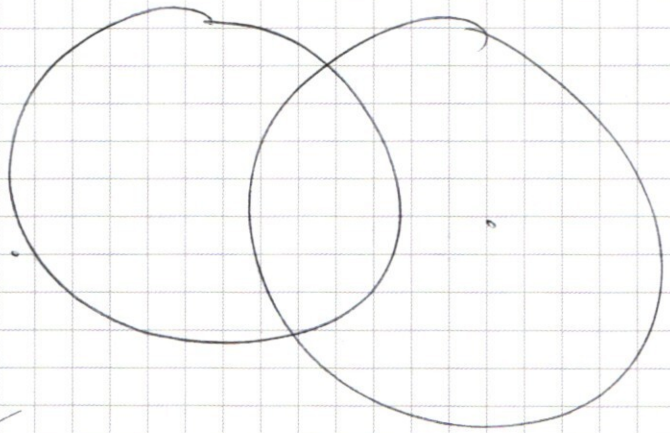
7555

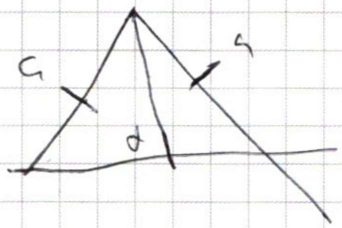
$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$

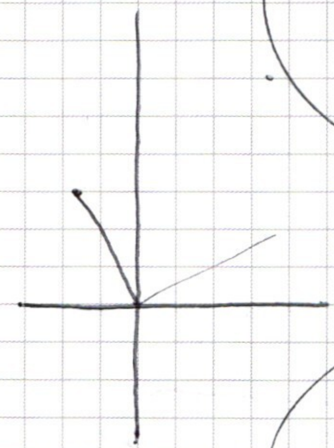
8 11 1

4 2 11

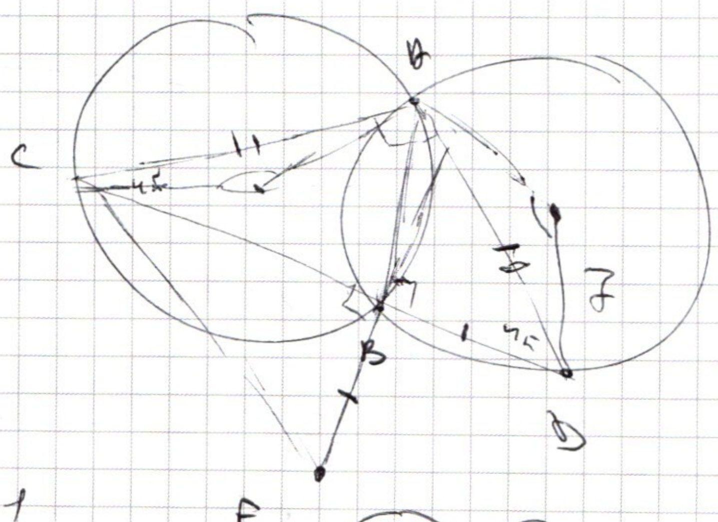
2 2 2 1







$\frac{9}{\sin\alpha} = \frac{9}{\sin 180^\circ - \alpha}$



$\left[\begin{array}{l} 2x^2 - |x+1| \geq 0 \\ 3x^2 - |x+1| \leq 0 \end{array}\right.$

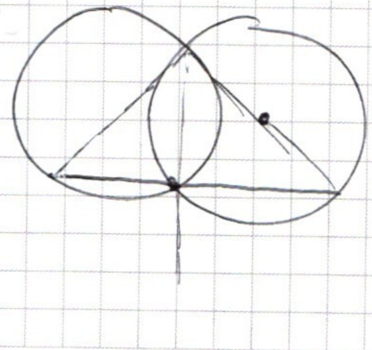
$2x^2 \geq |x+1|$

$3x^2 \leq |x+1|$

$3x^2 - x - 1$

$D = b^2 - 4ac$

$1 + 4 \cdot 3 \cdot (-1)$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x^4+(x+1)^2 = -5x^2|x+1|$

$4x^4 - 4x^2\cdot|x+1| + (x+1)^2 = 4(2x^2-|x+1|)^2$

$2x^4 - x^2|x+1|$

$x^2(2x^2-|x+1|)$

$(2x^2-|x+1|)(3x^2-|x+1|) \geq 0$

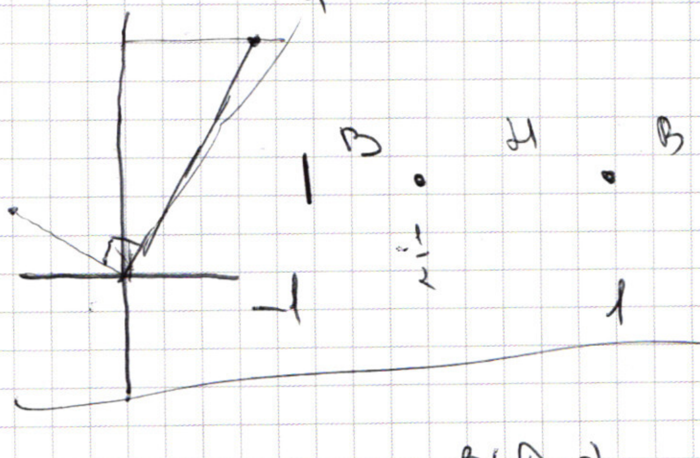
$2x^2 \geq |x+1|$ $\quad x \geq -1 \quad x \leq -1$

$2x^2 \geq x+1$ $\quad 2x^2 \geq -1-x$

$2x^2-x-1 \geq 0$ $\quad 2x^2+x+1 \geq 0$

$\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{}$

$\frac{1\pm3}{4} \quad 1 \quad -\frac{1}{2}$



$\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

$(x^2-x-3)(x-3)=0$

$\frac{1\pm\sqrt{1+12}}{2}$

-5

$\frac{1}{2}(x+5)(x-2)$

$x=-5$

$x=3$

$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$

$2(x-2) = \sqrt{x^3-16x+25}$

$4x^2-8x+8 = x^3-16x+25$

$4x^2 + 16 = x^3 + 25$

$(x^2+\quad)(x\quad)$

x^3-4x^2+9

$x^3-3x^2+9-x^2 \quad x^2(x-3)+(3+x)(3-x)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)