МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Муравей двигается по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0\left(-1;\sqrt{3}\right)$ и $N_0\left(2\sqrt{3};2\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases}3(a+b)x+12y=a,\\ 4bx+(a+b)by=1\end{cases}$$
имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=x^2+5x+6$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1\geqslant 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

7. [6 баллов] Решите систему
$$\begin{cases}|x-3-y|+|x-3+y|\leqslant 6,\\ (|x|-3)^2+(|y|-4)^2=25.\end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} 3(a+b)x+12y=a \\ 4bx+(a+b)by=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a+b)x+12y=a \\ 4abx+(a+b)bay=a. \end{cases}$$

Чтобы система имела бесконечно решений, ур 1 и 2-е ур-ния системы должны быть равносильными. Значит:

$3(a+b)x+12y=4abx+(a+b)\cdot aby$. Коэффициенты перед x и y должны быть равны, иначе система не будет иметь беск. много решений.

$$\begin{cases} 3(a+b)=4ab \\ (a+b)\cdot ab=12 \end{cases}$$. Замена $ab=n$, $a+b=k$.

$$\begin{cases} 3k=4n \\ kn=12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} n=3 \\ k=4 \end{cases} \\ \begin{cases} k=-4 \\ n=-3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} ab=3 \\ a+b=4 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \end{array}\right. \\ \begin{cases} ab=-3 \\ a+b=-4 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-2-2\sqrt{7} \\ b=2\sqrt{7}-2 \end{cases} \\ \begin{cases} a=2\sqrt{7}-2 \\ b=-2-2\sqrt{7} \end{cases} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Ответ: $(3;1)$; $(1;3)$; $(2\sqrt{7}-2;-2-2\sqrt{7})$; $(-2-2\sqrt{7};2\sqrt{7}-2)$.

5.

$1400=2^3\cdot5^2\cdot7$, значит мы можем брать только цифры: 2, 4, 8, 5, 7, 1. Есть три возможных случая:

1) В числе использовались 3 двойки:
Способов их расставить – C_8^3. Расставить 2 пятёрки – C_5^2, 1 семёрку – 3 способа, а на остальные места можно поставить только ед.

Итого: $C_8^3\cdot C_5^2\cdot3=56\cdot10\cdot3$

2) В числе 2 двойки и одна четвёрка:
Способов поставить двойку – C_8^2, четвёрку – 6, пятёрку – C_5^2, семёрку – 3, остальные – единицы.

Итого: $C_8^2\cdot C_5^2\cdot6\cdot3=28\cdot10\cdot6\cdot3=56\cdot90$.

3) В числе используется одна восьмёрка:
Способов её поставить – 8, пятёрки – C_7^2, семёрку – 5

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Итого: $8 \cdot 21 \cdot 5 = 56 \cdot 15$

Всего вариантов: $56 \cdot 30 + 56 \cdot 90 + 56 \cdot 15 = 56 \cdot 135 = 4560$

Ответ: 4560.

4.

$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$

$(x-1)^2 + 2x^4 - 3x^2|x-1| \geq 0$

$(|x-1| - x^2) \cdot (|x-1| - 2x^2) \geq 0 \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |x-1| - x^2 \leq 0 \\ |x-1| - 2x^2 \leq 0 \end{cases} (2) \\ \begin{cases} |x-1| - 2x^2 \geq 0 \\ |x-1| - x^2 \geq 0 \end{cases} (1). \end{array}\right.$

(1): 1) $x < 1$

$\begin{cases} 1 - x - x^2 \geq 0 \\ 1 - x - 2x^2 \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x \in \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right] \\ x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right] \end{cases} \iff \underline{x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]}$

2) $x > 1$

$\begin{cases} x - 1 - x^2 \geq 0 \\ x - 1 - 2x^2 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - x + 1 \leq 0 \\ 2x^2 - x + 1 \leq 0 \end{cases}$ – у ур-я отриц. дискриминант,

и коэф. при x^2 положителен, значит $x^2 - x + 1 > 0$ при всех $x \Rightarrow$ система не имеет решений.

(2):

1) $x < 1$

$\begin{cases} x^2 + x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 + x - 1 \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right) \\ x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases} \iff$

$\iff x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right)$ с учётом ограничений

2) $x \geq 1$.

$\begin{cases} x^2 - x + 1 \geq 0 \\ 2x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases}$ – подходят все $x \geq 1$.

Ответ: $\left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup [-1; +\infty)$.

№3.

$(x+3) \cdot \sqrt{x^3 - x + 10} = (x+2) \cdot (x+3)$. Т.к. $x + 3 \neq 0$ (иначе подкоренное выраж. будет отриц.), то на него можно сократить

$\sqrt{x^3 - x + 10} = x + 2$ ОДЗ: $\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ x^3 - x + 10 \geq 0 \end{cases}$

$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$

$x^3 - 5x - x^2 + 6 = 0$

$(x-2)(x^2 + x - 3) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 + x - 3 = 0 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \\ x = \frac{-\sqrt{13} - 1}{2} < -2 \text{ – неуд.} \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{\sqrt{13} - 1}{2}$; 2.

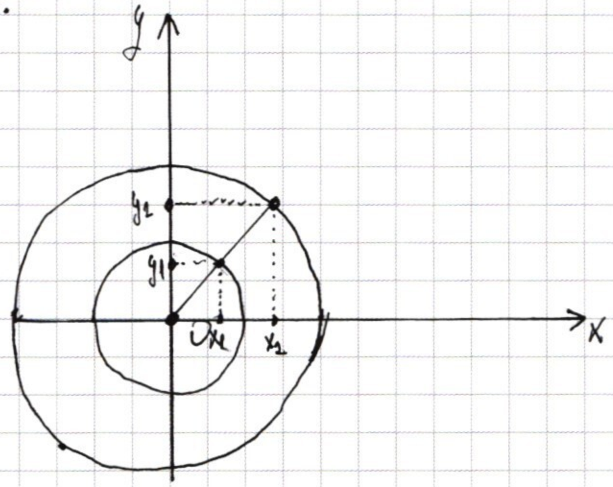
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



Заметим, что жук и муравей будут двигаться по окр-стям радиусов 4 и 2 соответств.

Минимальное расст. между ними — модуль разности радиусов, т.е. 2.

Пусть в какой-то момент жук находится в т. $(x_1;y_1)$, а муравей — $(x_2;y_2)$, и расст. между ними — разность радиусов, отсюда след., что т. O, $(x_1;y_1)$, $(x_2;y_2)$ лежат на одной прямой $y=kx$. Заметим, что $y_1=kx_1$, $y_2=kx_2 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}$.

Запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1^2+y_1^2=4 \\ x_2^2+y_2^2=16 \\ (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2=4 \\ \frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2+y_1^2=4 \\ x_2^2+y_2^2=16 \\ x_1x_2+y_1y_2=8 \\ x_1\cdot y_2=y_1\cdot x_2 \end{cases}$$

Пусть $\frac{x_1}{x_2}=k$, тогда $x_1=kx_2$, $y_1=ky_2$. Тогда

$x_1^2+y_1^2=4$, и $k^2(x_1^2+y_1^2)=16$ $\Rightarrow$ $|k|=2$. $k=-2$ неуд, т.к.

получим, что $x_1x_2+y_1y_2=-2x_1^2-2y_1^2=8$, что невозм.

Значит $k=2$.

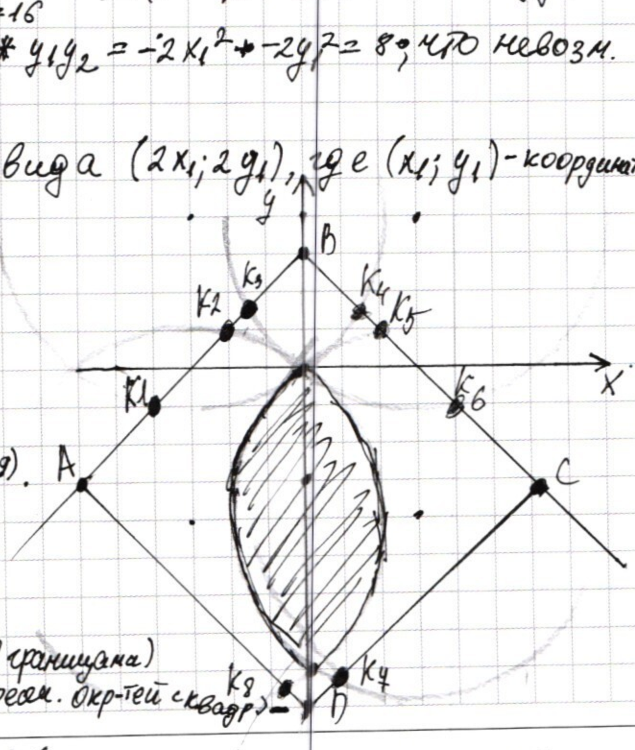
Ответ: все точки вида $(2x_1;2y_1)$, где $(x_1;y_1)$ — координата муравья.

№4.

$$\begin{cases} |x-3-y|+|x-3+y|\le 6 \\ (|x|-3)^2+(|y|-4)^2=25 \end{cases}$$

Первое нер-во системы задаёт квадрат $A(-6;-3)$, $B(0;3)$, $C(6;-3)$, $D(0;9)$.

Второе нер-во задаёт 4 окр-сти с центрами $(3;4)$; $(-3;4)$; $(3;-4)$; $(-3;-4)$ и радиусами 5.



На рисунке заштрих. фигура (вместе с границами) и точки $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7$ и K_8 (точки пересеч. окр-тей с квадр.).

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

– решения системы

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

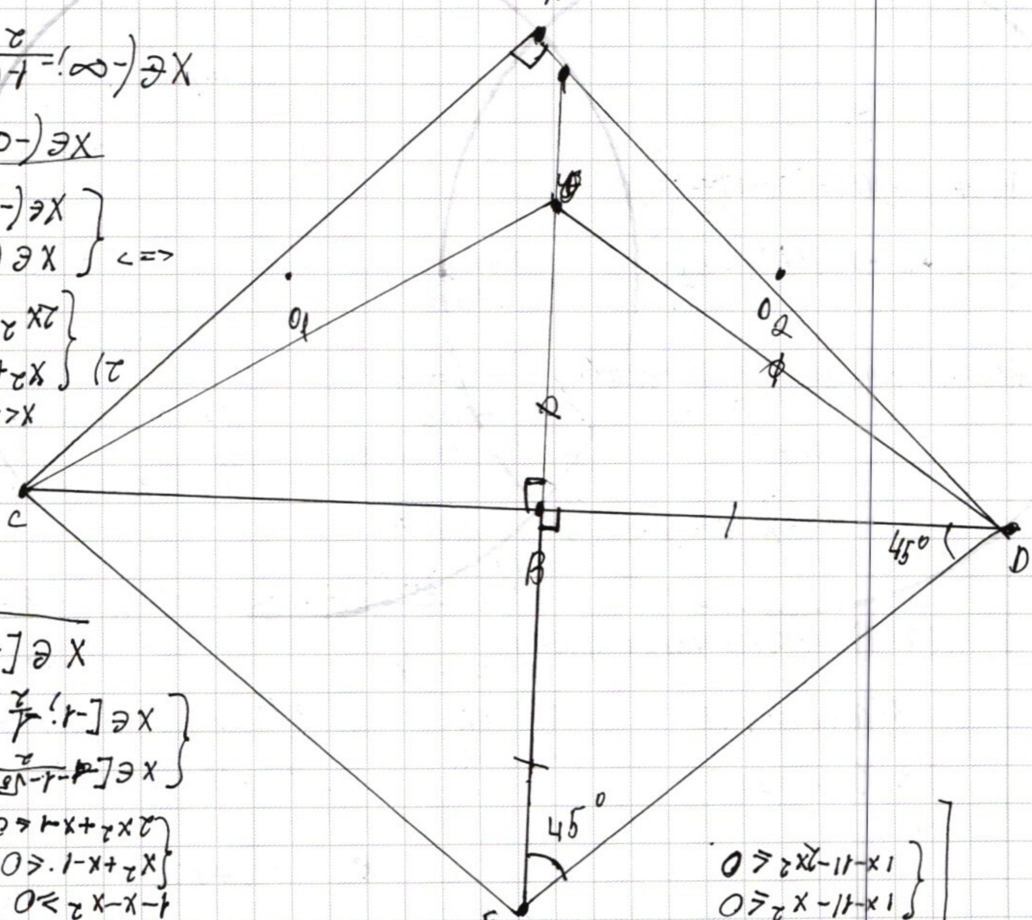
МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$n = 9$



$2x6x^3$

$(x-1)^2 + x^2(2x^2 - 3|x-1|) \geq 0.$

$|x-1| = a \geq 0$

$x^2 = b \geq 0$

$a^2 + 2b^2 - 3ab \geq 0$

$(a-b)(a-2b) \geq 0.$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 - \frac{3}{8} + x$

$a \leq b$

$(x-1)^2 + 2x^2 - 3x^2|x-1| \geq 0$

$(|x-1| - x^2)(|x-1| - 2x^2) \geq 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |x-1| - x^2 \geq 0 \\ |x-1| - 2x^2 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} |x-1| - x^2 \leq 0 \\ |x-1| - 2x^2 \leq 0. \end{cases} \end{array}\right.$

$x < 1$

$1 - x - x^2 \geq 0$

$\begin{cases} x^2 + x - 1 \leq 0. \\ 2x^2 + x - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x \in \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right] \\ x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$

$x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$

$x > 1$

$\begin{cases} x^2 - x + 1 \leq 0 \end{cases}$

$x < 1$

2) $\begin{cases} x^2 + x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 + x - 1 \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \\ x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right). \end{cases}$

$x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right.$

$x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right).$

$\frac{-1+\sqrt{5}}{2} > \frac{1}{2}.$

$x \in \left(-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[-1; \frac{1}{2}\right] \cup \left[-\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$

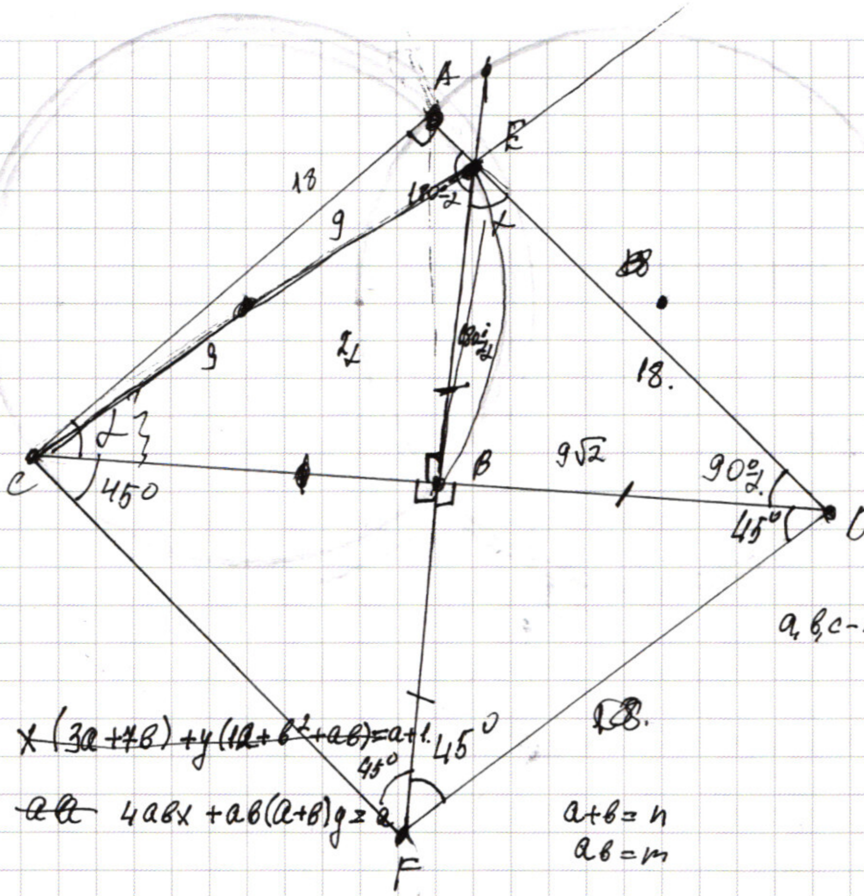
$-1{,}5.$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$(x+3)\cdot\sqrt{x^3-x+10}=(x+3)(x+2)$

$\sqrt{x^3-x+10}=x+2$

$x\geq -2$

~~$x^3-x+10\geq 0$~~

$x^3-x+10=x^2+4x+4$

$x^3=x^2+5x-6$ $\quad D=49$

~~$x^3=(x+6)(x-1)$~~

$x^3-x^2-5x+6=0$

a, b, c - корни

$\begin{cases} a+b+c=1 \\ ab+bc+ac=-5 \\ abc=-6 \end{cases}$

~~$x(3a+7b)+y(12+b^2+ab)=a+1$~~

~~aa~~ $4abx+ab(a+b)y=2$

$a+b=n$
$ab=m$

$x(3a+b-b)+y(\ldots)=a-1$ $\quad 3n\,x+12y=$

$a=-1.$

$a=1$
$b=-3.$

$3\cdot(-2)x+12y=1$

~~$-12x+6y=1$~~

$a=1$

$\begin{cases} 3a-b=0 \\ b^2-b-12=0 \end{cases}$

$D=49$

$b_1=\frac{1-7}{2}=-3$

$b_2=4.$

$3(a+b)x+12y=4abx+ab(a+b)y$

$\begin{cases} 3(a+b)=4ab. \\ ab(a+b)=12 \end{cases}$ $\quad ab=n$, $a+b=k.$

$\begin{cases} 3k=4n \\ kn=12 \end{cases}$

$n=0{,}75k.$

$0{,}75k\cdot k=12.$

$k^2=16 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} n=3 \\ k=4 \end{cases} \\ \begin{cases} k=-4 \\ n=-3. \end{cases} \end{array}\right.$

1) $\begin{cases} ab=3 \\ a+b=4 \end{cases}$ $\quad (1;3)$, $(3;1)$.

$x^2-4x+3=0$
$D=4$
$a=\frac{4-2}{2}=1$
$b=\frac{4+2}{2}=3.$

2) $\begin{cases} ab=-3 \\ a+b=-4 \end{cases}$

~~$12x-12y=2\sqrt{7}-2$~~

$a=2\sqrt{7}-2$
$b=-2\sqrt{7}-2.$

$x^2+4x-3=0$
$D=16+12=28$

$x_1=\frac{-4-2\sqrt{7}}{2}$
$x_2=\frac{-4+2\sqrt{7}}{2}$

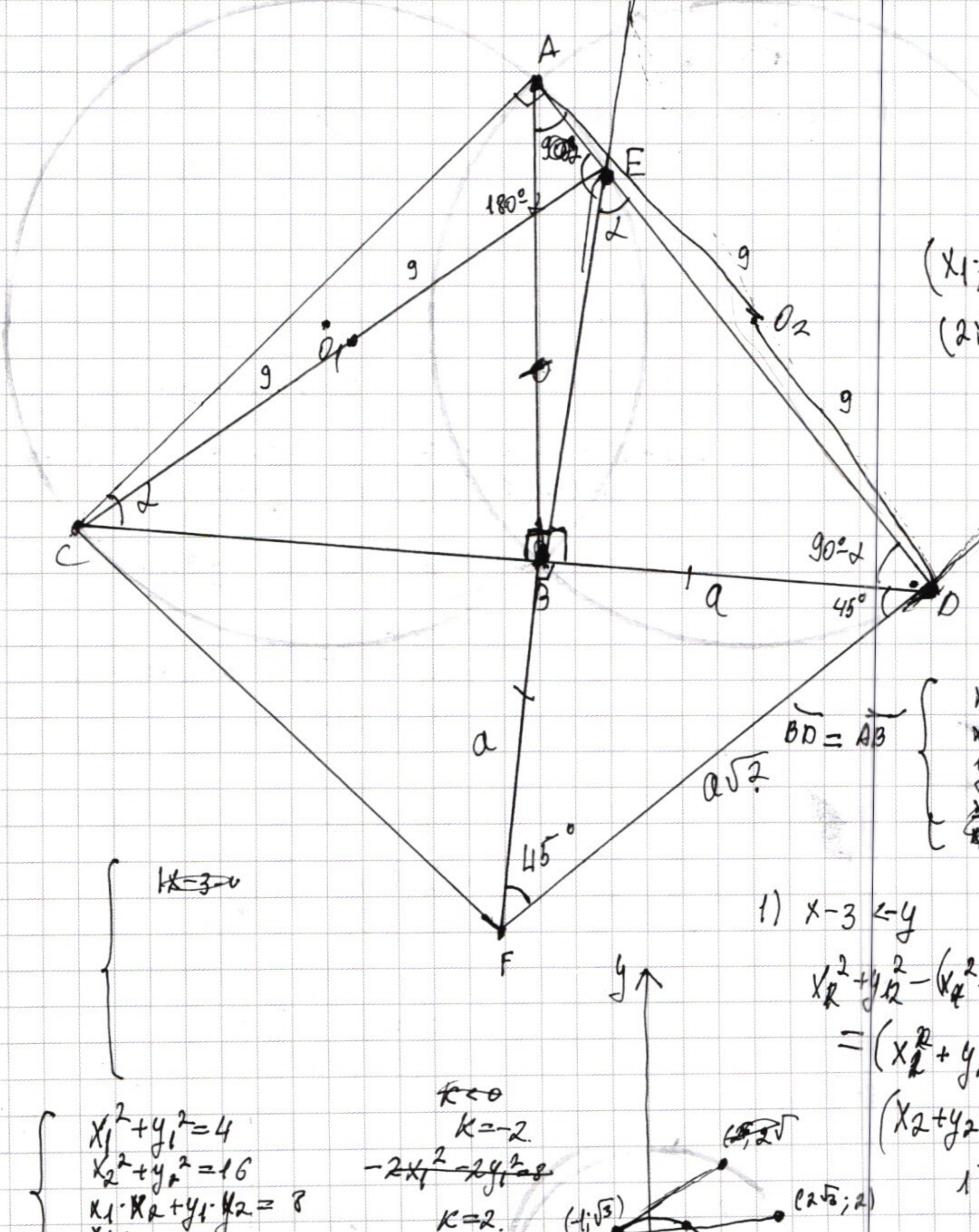
~~$3\cdot(-4)x+12y=-12x$~~

$-(2-2\sqrt{7})(2+2\sqrt{7})=-(4-28)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



10 (2;0) (4;0).

$(x_1; y_1)$

$(2x_1; 2y_1)$.

$x_1^2+y_1^2=4$

$k^2(x_1^2+y_1^2)=16$

$k^2=4$ $k=\pm 2$

$$\begin{cases} x_1^2+y_1^2=4 \\ x_2^2+y_2^2=16 \\ y_1y_2+x_1x_2=8 \\ \cancel{\frac{x_1}{x_2}}=\frac{y_1}{y_2} \end{cases}$$

$x_1\cdot y_2 = y_1\cdot x_2$.

x_1; kx_1
y_1; ky_1

~~1x-3=0~~

1) $x-3<-y$

$x_2^2+y_2^2-(x_1^2+y_1^2) = (x_2+y_2)^2-(x_1+y_1)^2=12$.

$(x_2+y_2-x_1-y_1)(x_2+y_2+x_1+y_1)=12$.

1) $k=2$.

$\cancel{x^2+4x^2}$

$\cancel{2y_1^2+2x_1^2}$

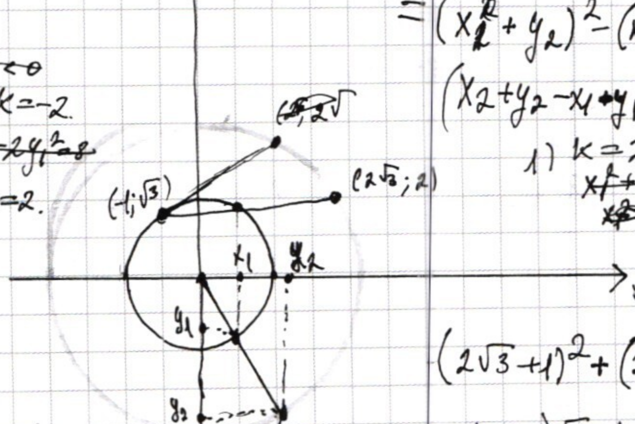
$$\begin{cases} x_1^2+y_1^2=4 \\ x_2^2+y_2^2=16 \\ x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2=8 \\ x_1\cdot y_2=y_1\cdot x_2. \end{cases}$$

~~$k<0$~~

$k=-2$.

$\cancel{-2x_1^2-2y_1^2=8}$

$k=2$.



$x_1^2+y_1^2=4$

$4x_1^2+4y_1^2=16$.

$(2\sqrt{3}+1)^2+(2-\sqrt{3})^2$

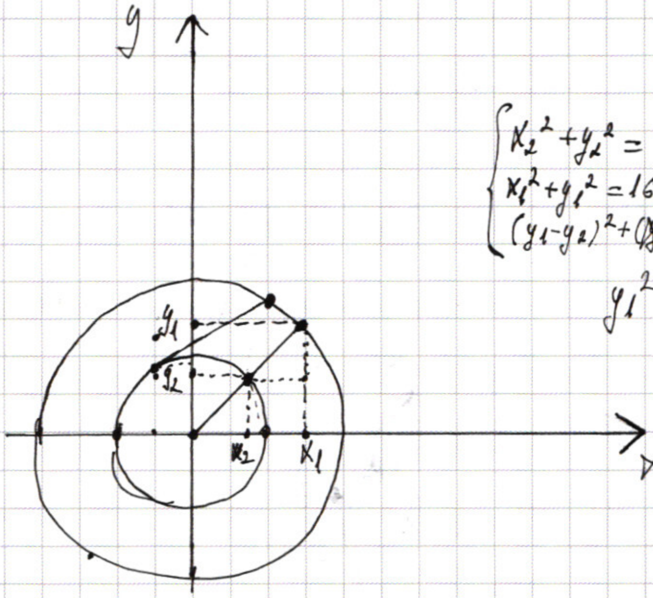
$x_1(x_2+y_2)+y_1(x_2-y_2)=8$. $-2y_1y_2$

$= 12+4\sqrt{3}+1+4-4\sqrt{3}+3$
$=20$
$4\sqrt{5}$.

$\cancel{(x_1+y_1)(x_2+y_2)-2y_1\cdot y_2=8}$.

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №___
(Нумеровать только чистовики)



$$\begin{cases} x_2^2+y_2^2=4 \\ x_1^2+y_1^2=16 \\ (y_1-y_2)^2+(x_1-x_2)^2=4. \end{cases}$$

$y_1^2+y_2^2+x_1^2+x_2^2-2x_1x_2-2y_1y_2=x_2^2+y_2^2$

~~$y_1^2+x_1^2-2x_1x_2-2y_1y_2=0$~~

$x_2=\sqrt{2}$, $y_2=\sqrt{2}$

$x^3-x+10=x^2+4x+4$

$x^3-x^2-5x+6=0.$ $\quad 8-4-10+6=0.$

~~$24-3$~~ ~~$1-1-5+6$~~

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-5x+6 & x-2 \\ \hline -\underline{x^3-2x^2} & x^2+x-3 \\ \quad x^2-5x+6 & \\ \quad -\underline{x^2-2x} & \\ \quad\quad -3x+6 & \end{array}$$

$(x-2)\cdot(x^2+x-3)=0.$

$(x-2)(x^2+x-3)=0.$

$D=1+12=13$

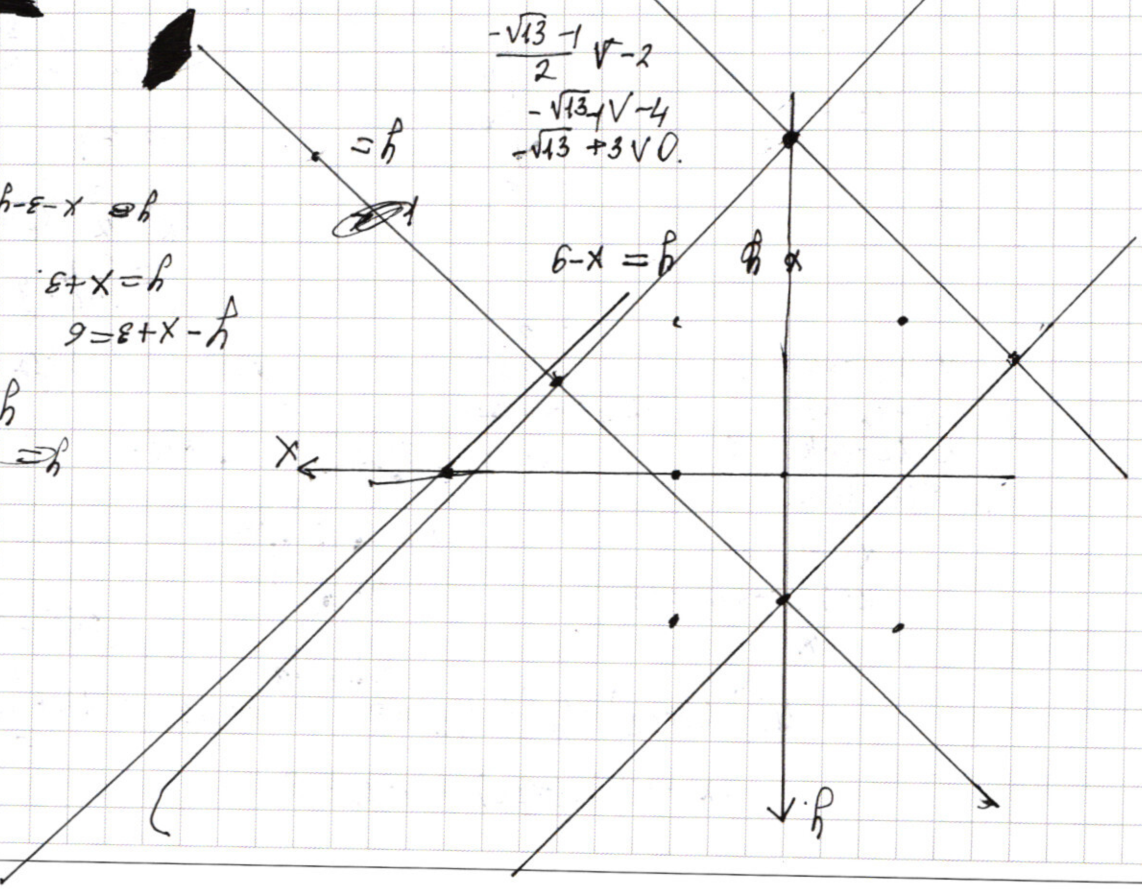
$x_1=\frac{-1-\sqrt{13}}{2} < -2$ — неуд.

$x_2=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}.$

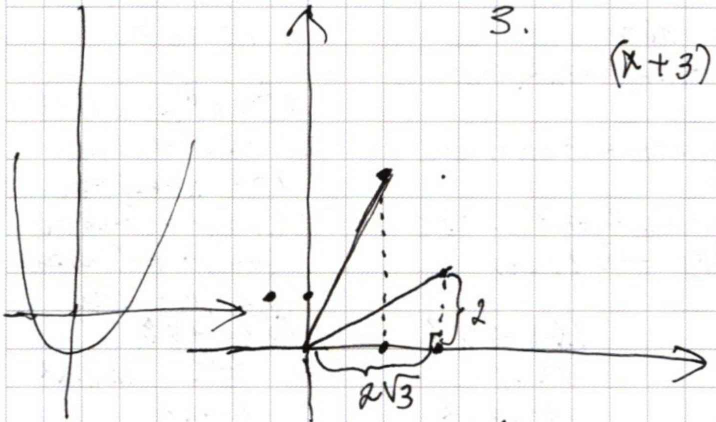
$\frac{-\sqrt{13}-1}{2} \vee -2$

$-\sqrt{13}-1 \vee -4$

$-\sqrt{13}+3 \vee 0.$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



3.

$3^2<12<4^2$

$(x+3)\cdot\sqrt{x^3-x+10} = (x+2)(x+3)$.

$x=-3$. $x=-2$. $-27+3+10<0$

$r_x=\sqrt{4+12}=4$

$r_M=\sqrt{1+3}=2$

$R_{min}=2$.

~~$x=-2$~~ $x^3-x+10\geq0$

$x^3-x+10=x^2+4x+4$.

~~$x^3-x^2-5x+6=0$~~

$x^3-x+10=x^2+4x+4$

$x^3-x^2-5x+6=0$.

~~$-8+2+10>0$~~

$D=25+24=49$

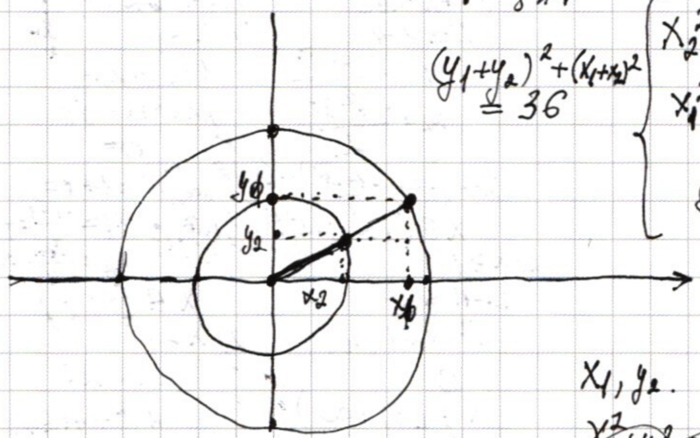
$x_1=\frac{-5-7}{2}=-6$

$x_2=1$

1 $8\pi r$

$(y_1+y_2)^2+(x_1+x_2)^2=36$

$$\begin{cases} x_2^2+y_2^2=4 \\ x_1^2+y_1^2=16 \\ (y_1-y_2)^2+(x_1-x_2)^2=4. \end{cases}$$



$\underbrace{y_1^2+y_2^2+x_1^2+x_2^2}_{20}-2y_1y_2-2x_1x_2=4$.

$x_2=\sqrt{4-y_2^2}$

x_1, y_2.

~~$x_2^2+y_2^2\geq 2x_2y_2$~~ ≤4

~~$x_1^2+y_1^2\geq 2x_1y_1$~~ ≤16

$y_1y_2+x_1\cdot x_2=8$.

$\sqrt{x^3-x+10}=(x+2)$

$x+2\geq0$

$x\geq-2$.

$C_6^3=\frac{8!}{36}=20$

$x^3-x+10=x^2+4x+4$

$x^3-x^2-5x+6=0$.

$C_2^8=28\cdot20\cdot3$

a, b, c

$$\begin{cases} abc=6 \\ ab+bc+ac=-1 \\ a+b+c=1 \end{cases}$$

$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

2.

$$\begin{cases} 3(a+b)x+12y=a \\ 4bx+(a+b)\cdot by=1 \end{cases}$$

5.

$1400=2\cdot400=2\cdot2\cdot350=2\cdot2\cdot2\cdot175=2^3\cdot5^2\cdot7$

2, 4, 8, 5, 7, 1.

3 двойки: $C_8^3=\frac{8!}{3!\cdot5!}=\frac{6\cdot7\cdot8}{6}=7\cdot8=56$

$56\cdot C_5^2\cdot3=56\cdot3\cdot10=49\cdot80$ $56\cdot30$

2 двойки + четыре: $C_8^2=28\cdot6\cdot10\cdot3=49\cdot120$. $49\cdot240$. $=56\cdot90$

Одна 8: $8\cdot10\cdot5=400$

~~Итого: $49\cdot320+400=50\cdot320+80=16000+80=16080$~~

C_7^2

$56\cdot120+400$ ~~3600~~

$=60\cdot120-80=4120$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1\geq 0.$$

$$(x-1)^2+2x(x^3-1)-3x^2|x-1|\geq 0.$$

$2x(x-1)(x^2+x+1)$

$x\geq 1$

$x\geq 1$

$|x-1|=a$

$x=b$

~~$a^2+2b\cdot a\cdot(b^2+b+1)-3b^2\cdot a\geq 0$~~

$(x-1)^2+2x(x-1)(x^2+x+1)-3x^2(x-1)\geq 0$

$(x-1)(x-1+2x(x^2+x+1)-3x^2)\geq 0$

~~$2+1+2+3\cdot 2+1$~~

$x-1+2x^3+2x^2+2x-3x^2\geq 0.$

$2x^3-x^2+3x-1\geq 0.$

~~$2+1-2+1$~~

$(x-1)^2+2x^4-3x^2|x-1|\geq 0.$

$(x-1)^2+x^2(2x^2-3|x-1|)\geq 0$

$|x-1|=a\geq 0.$

$x^2=b\geq 0$

$a^2+b^2(2b-3a)\geq 0$

$a^2+2b^2-3ab\geq 0.$

$a^2-3ab+2b^2\geq 0.$

$(a-b)^2+b^2-ab\geq 0.$

$(a-b)^2+b(b-a)\geq 0$

$(a-b)(a-2b)\geq 0.$

~~$a<b$~~

$a>b$ $|x-1|>x^2$

$a\geq 2b$

$(x-1)^2+x^2(2x^2-3|x-1|)$

$|x-1|=a\geq 0.$

$x^2=b$

$a^2+2b^2-3ab\geq 0$

$(a-b)(a-2b)\geq 0.$

$a\leq b$

$|x-1|\leq x^2$

1) $x<1$

$1-x\leq x^2$

$x^2+x-1\geq 0$

$D=1+4=5$

$x_1=\dfrac{-1-\sqrt5}{2}$

$x_2=\dfrac{-1+\sqrt5}{2}.$

~~$x\in\left(-\infty;\frac{-1-\sqrt5}{2}\right)\cup\left(\frac{-1+\sqrt5}{2};+\infty\right).$~~

$x\in\left(-\infty;-\frac{1+\sqrt5}{2}\right)\cup\left(\frac{-1+\sqrt5}{2};1\right)$

2) $x\geq 1$

$|x-1|\leq x^2$

$x^2-x+1\geq 0.$

$x\in[1;+\infty).$

$|x-1|\geq 2x^2$

1) $x<1$

$1-x\geq 2x^2$

$2x^2+x-1\leq 0$

$D=1+8=9$

$x_1=\frac{-1-3}{4}=-1$

$x_2=\frac{-1+3}{4}=0{,}5$

$x\in\left[-1;\frac{1}{2}\right].$

2) $x\geq 1$

$x-1\geq 2x^2$

$2x^2-x+1\leq 0.$

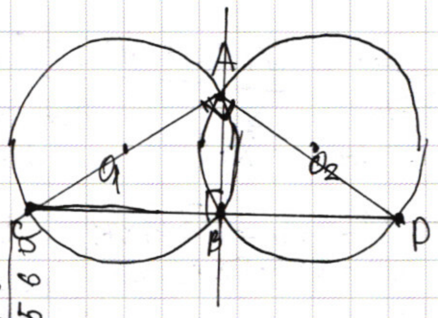
$D<0\Rightarrow$ нет реш.

~~$-1+\sqrt5\ \vee\ 2$~~

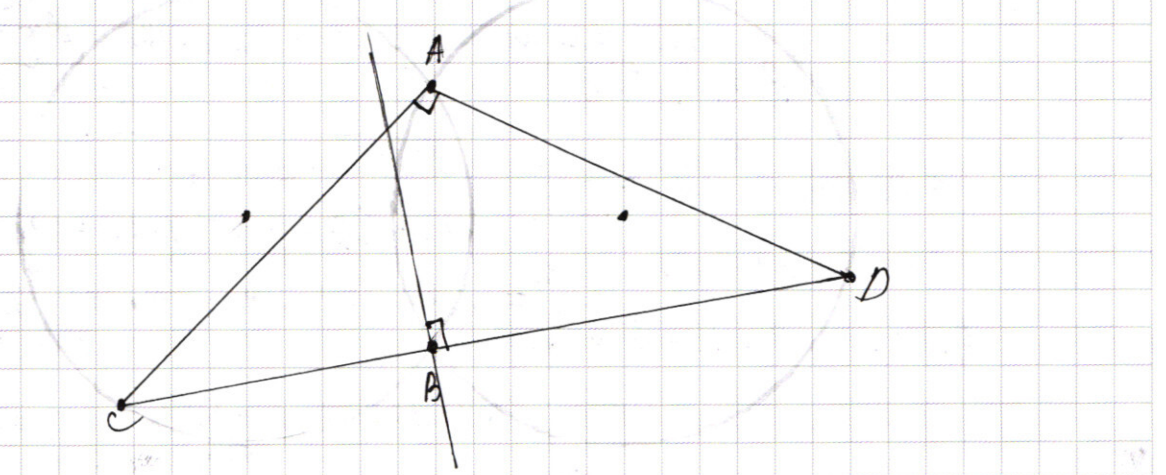
~~$6-2\sqrt5\ \vee\ 4$~~

$2\ \vee\ 2\sqrt5$

$x\in\left(-\infty;-\frac{1-\sqrt5}{2}\right)\cup\left(\frac{-1+\sqrt5}{2};+\infty\right).$



3	5	6	0
3	5	1	5
8	7	5	6
6	7	5	7



□ черновик □ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)