

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \text{№5} \quad 7000 &= 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 1 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1}_{8 \text{ цифр}} = \\ &= \underbrace{4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1}_{8 \text{ цифр}} = \underbrace{8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}_{8 \text{ цифр}} \end{aligned}$$

Получается 3 набора цифр, в каждом наборе цифры можно переставить

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320 \text{ способами,}$$

значит всего существует $40320 \cdot 3 =$
 $= 120960$ способов

Ответ: 120960

$$\begin{aligned} \text{№2} \quad \begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases} & \begin{cases} 2ax - 2bx + 6y = a \\ 3bx + aby - b^2y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a + (2b - 2a)x}{6} & (1) \end{cases}$$

$$y = \frac{b-a}{3}x + \frac{a}{6}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1 - 3bx}{ab - b^2} & (2) \end{cases}$$

$$y = \frac{3}{b-a}x + \frac{1}{ab - b^2}$$

(1) и (2) - линейные функции, значит система имеет бесконечно много решений, если функции (1) и (2) совпадают, т.е.

$$\begin{cases} \frac{b-a}{3} = \frac{3}{b-a} & (3) \\ \frac{a}{6} = \frac{1}{ab - b^2} & (4) \end{cases}$$

$$(3) (b-a)^2 = 9$$

$$\begin{cases} b-a=3 \\ b-a=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ a-b=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} a-b=3 \\ a-b+3 \\ a-b=-3 \\ a-b-3 \end{cases}$$

$$(4) a^2b - ab^2 = 6$$

$$ab(a-b) = 6$$

$$\begin{cases} ab=2 \\ ab=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} b^2+3b-2=0 \text{ (5)}, (a-b+3) \\ b^2-3b+2=0 \text{ (6)}, (a-b-3) \end{cases}$$

$$(5) b^2+3b-2=0$$

$$D = 9+8=17$$

$$b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$a = b+3 = \frac{\pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-3+\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \\ a = \frac{\sqrt{17}+3}{2} \\ b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \\ a = \frac{-\sqrt{17}+3}{2} \end{cases}$$

$$(6) b^2-3b+2=0$$

$$D = 9-8=1$$

$$b = \frac{3 \pm 1}{2}$$

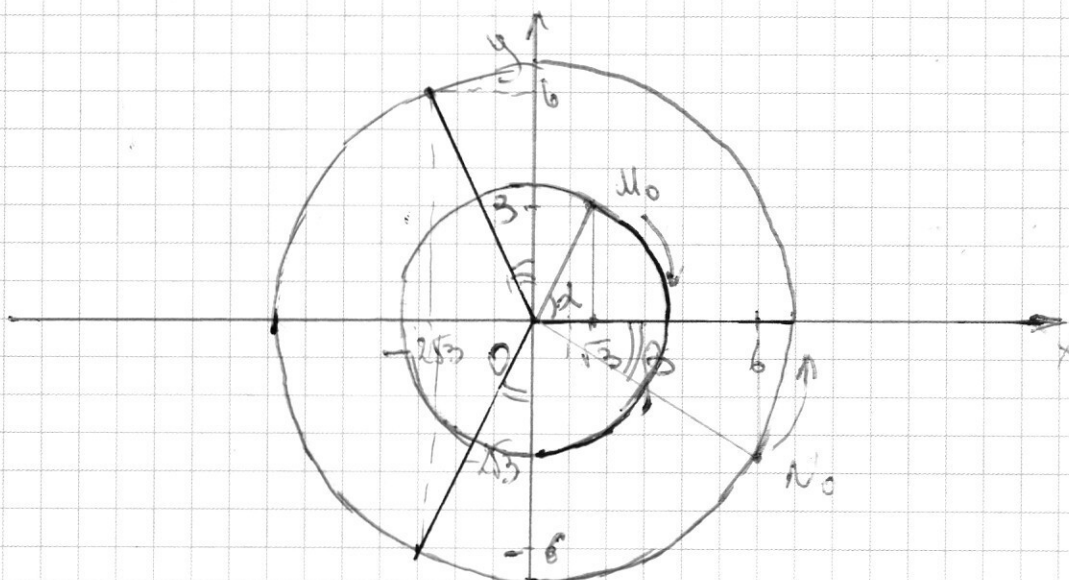
$$\begin{cases} b=2 \\ b=1 \end{cases} \quad \begin{cases} b=2 \\ a=-1 \\ b=1 \\ a=-2 \end{cases}$$

Итак, исконые пары чисел: $\left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right),$

$\left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right), (-1, 2); (-2, 1)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, -\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right); \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, -\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right);$
 $(-1; 2); (-2; 1)$
 ~ 1



$R_{сн}$ — радиус окружности, по которой летает шина

$R_{ши}$ — радиус окружности, по которой летает шнур

$$R_{сн} = OM_0 = \sqrt{3^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$$

$$R_{ши} = ON_0 = \sqrt{3^2 + 12^2} = 4\sqrt{3} = 2R_{сн}$$

$\omega_{сн}$ — угловая скорость шины

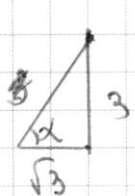
$\omega_{ши}$ — угловая скорость шнура

$v_{сн}$ — скорость шины

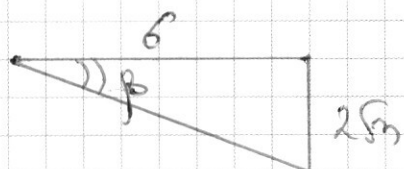
$v_{ши}$ — скорость шнура

$$v_{сн} = v_{ши} \text{ — по условию}$$

$$\omega_{\text{лин}} = \frac{v_{\text{лин}}}{R_{\text{лин}}}; \quad \omega_{\text{ст}} = \frac{v_{\text{ст}}}{R_{\text{ст}}} = \frac{\omega_{\text{лин}}}{2}$$



$$\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



$$\tan \beta = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

$$\alpha = \omega_{\text{лин}} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\alpha}{\omega_{\text{лин}}} = \frac{60^\circ}{\omega_{\text{лин}}}$$

$$\beta = \omega_{\text{ст}} t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\beta}{\omega_{\text{ст}}} = \frac{30^\circ \cdot 2}{\omega_{\text{лин}}} = \frac{60^\circ}{\omega_{\text{лин}}}$$

Итак, $t_1 = t_2$, где t_1 - время нужное линзе, чтобы попасть до оси Ox , а t_2 - время нужное стержню. Значит они встретятся на оси Ox , причем стержень будет в точке с координатами $(4\sqrt{3}; 0)$. Назовем данный минимальный расстояние $r_{\text{встречи}}$.

Пусть до их следующей встречи пройдет время t , тогда

$$\omega_{\text{лин}} t = 360^\circ - \omega_{\text{ст}} t$$

$$t = \frac{360^\circ}{\omega_{\text{лин}} + \omega_{\text{ст}}}; \quad t = \frac{2\pi}{3\omega_{\text{ст}}}$$

$$t = \frac{2\pi}{3 \cdot 2\pi} \cdot T_{\text{ст}}, \text{ где } T_{\text{ст}} - \text{период полета стержня}$$

$t = \frac{1}{3} T_{\text{ст}}$, значит до следующей встречи предмет пройдет $\frac{1}{3}$ радиуса ($R_{\text{ст}}$) и будет в точке $(R \cos \alpha; R \sin \alpha)$, где

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

δ - угол, пройденный скелетом за время t

Итак, он окажется в точке $(-2\sqrt{3}; 6)$

После этого они снова встречаются в черз время t , за это время скелет

пройдет еще угол δ и окажется в точке $(R \cos 2\delta; R \sin 2\delta)$, т.е.

в точке $(-2\sqrt{3}; -6)$. Затем они

снова встречаются черз время t в

точке $(R \cos 3\delta; R \sin 3\delta)$, а т.к. между

встречами скелет поворачивает $\frac{T_{\text{ск}}}{3}$, то

$\delta = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$, значит $3\delta = 360^\circ$ и они встречаются в точке $(4\sqrt{3}; 0)$

Итак, наименьшим скелетом, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим это

$(4\sqrt{3}; 0); (-2\sqrt{3}; 6); (-2\sqrt{3}; -6)$

Ответ: $(4\sqrt{3}; 0); (-2\sqrt{3}; 6); (-2\sqrt{3}; -6)$

~ч

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 |x+1| + 1 \geq 0$$

$$1^\circ x \geq -1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 = 0$$

$x = 1$ - корень

По схеме Горнера

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 6 & -5 & -4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 1 & -3 & -1 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) = 0$$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1 = 0$$

$x = -0,5$ - корень

По схеме Горнера

$$\begin{array}{r|rrrr} -0,5 & 6 & 1 & -3 & -1 \\ & 6 & -2 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(6x^2 - 2x - 2)(x-1)(x+0,5) = 0$$

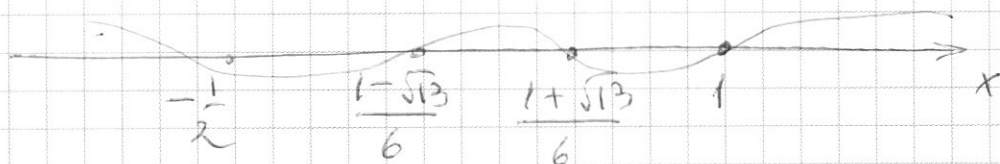
$$(3x^2 - x - 1)(x-1)(x+0,5) = 0$$

$$3x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{1 - \sqrt{13}}{6} < \frac{1 + \sqrt{13}}{6} < 1$$



$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1 - \sqrt{13}}{6}; \frac{1 + \sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty),$$

т.к. $x \geq -1$, то

$$x \in [-1; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1 - \sqrt{13}}{6}; \frac{1 + \sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^{\circ} x \leq -1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \stackrel{=}{\geq} 0, \text{ где равенства справедливы?}$$

1) П.к. все коэффициенты положительны,
то $x < 0$.

2) П.к. коэффициенты при четных степенях x больше, чем при нечетных, то $|x| < 1$; (*)

При $x = -1$, получим

$$6 + 5 + 6 - 2 + 1 = 6$$

При $x = -2$, получим

$$6 \cdot 16 - 5 \cdot 8 + 6 \cdot 4 - 2 \cdot 2 + 1 = 96 - 40 + 24 - 4 + 1 = 77.$$

Видно, что при увеличении $|x|$, значение выражения увеличивается

Из утверждения (*) следует, что

выражение $6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1$ равно

нулю, если $|x| < 1$, т.к. $x \leq -1$, то $|x| \geq 1$,

значит, любой $x \in (-\infty; -1]$ является

решением неравенства $6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$$\text{Итак, } x \in (-\infty; -0.5] \cup \left[\frac{1-\sqrt{3}}{6}; \frac{1+\sqrt{3}}{6} \right] \cup [1; +\infty)$$

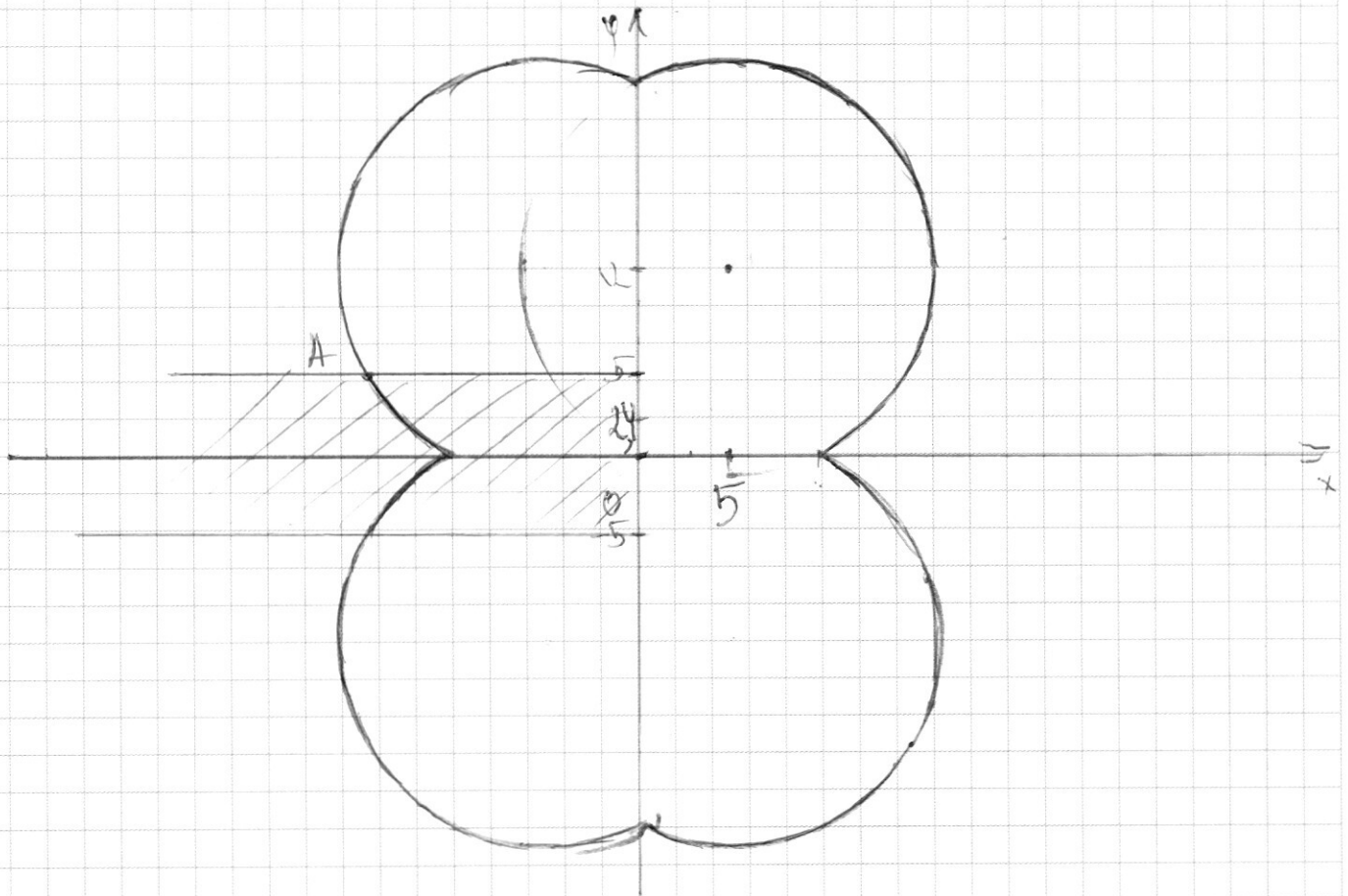
$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -0.5] \cup \left[\frac{1-\sqrt{3}}{6}; \frac{1+\sqrt{3}}{6} \right] \cup [1; +\infty)$$

$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

при $x > 0$ $y \in \emptyset$

при $x \leq 0$ $y = 5$

$(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$ - окружность с центром в точке $(5, 12)$ и радиусом равным 13



при $y = 5$, $(|x|-5)^2 = -49 + 169$

$$|x| = \pm \sqrt{120} + 5$$

т.к. $x \leq 0$, то $x = -\sqrt{120} - 5$.

$(-\sqrt{120} - 5; 5)$ - координата пересечения в т. А

при $y = 0$, получим $(|x|-5)^2 = 169 - 144$

$$|x|-5 = \pm 5$$

$$\begin{cases} |x| = 0 \\ |x| = 10 \end{cases}$$

т.к. $x \leq 0$, то

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -10 \end{cases}$$

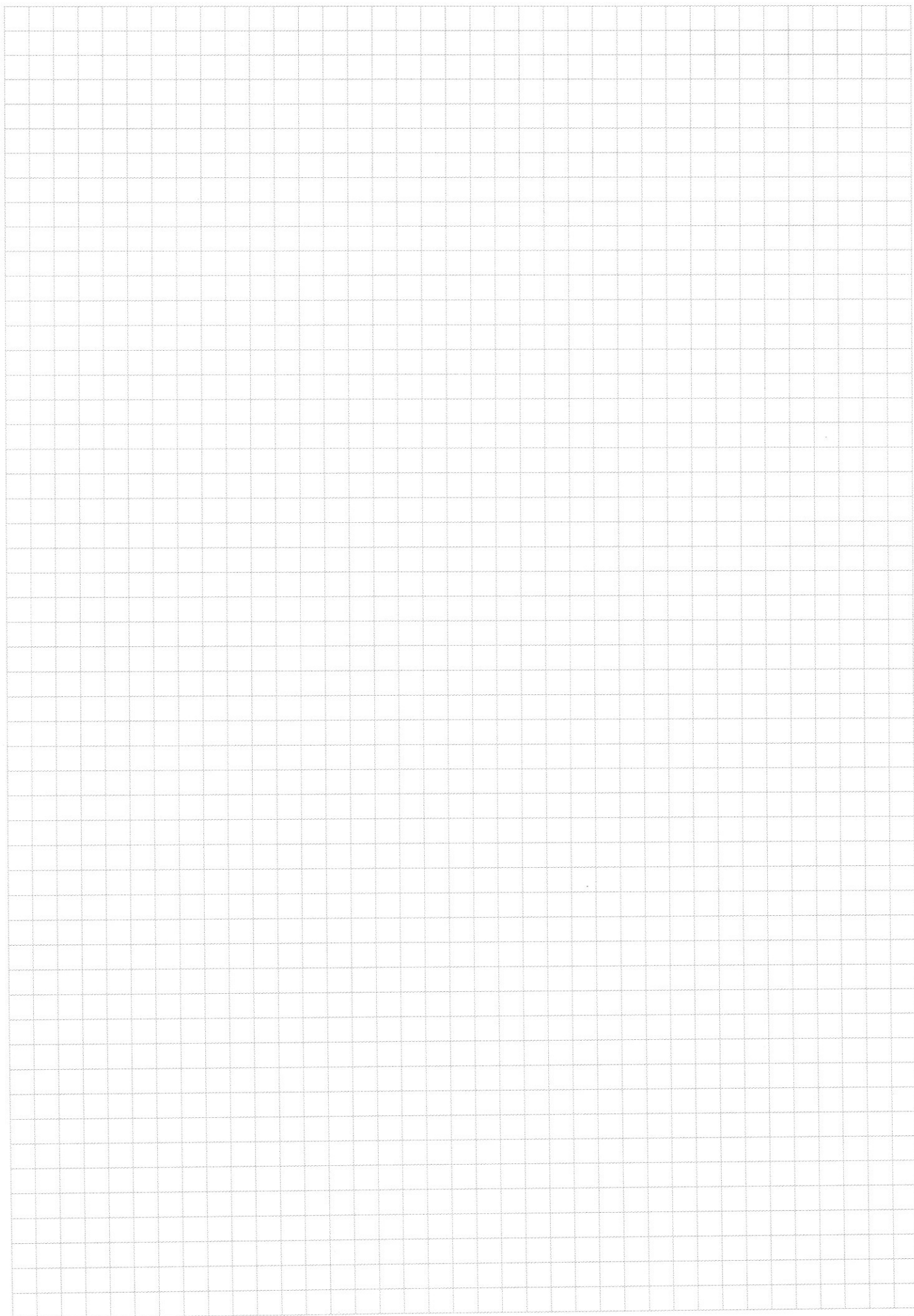
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{Итак, } x \in [-\sqrt{120}-5; -10] \cup \{0\}$$

$$y \in [-5; 5]$$

$$\text{Ответ: } x \in [-\sqrt{120}-5; -10] \cup \{0\}$$

$$y \in [-5; 5]$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$Q_{M0} = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $Q_{M0} = \sqrt{36+12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$
 $= 2Q_{M0}$

$R_{CH} = 2 R_{CH1}$
 $\omega = \omega R$
 $\omega = \frac{5}{R} = 7 \omega_{CH} = \frac{\omega_{CH}}{2}$

$\cos \gamma = -\cos(180^\circ - \gamma)$
 $\gamma = 180^\circ$
 $360^\circ - \gamma$
 $\gamma = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

$\delta_2 = 360^\circ - \delta$
 $\omega_{CH1} = 360^\circ - \omega_{CH2}$
 $\omega_{CH1} = \omega_{CH2}$
 $\frac{360^\circ}{\omega_{CH1} + \omega_{CH2}} = \delta$
 $\omega_{CH1} = \omega_{CH2}$
 $(\omega_1 + \omega_2) t_1 = 360^\circ$
 $t_1 = \frac{360^\circ}{3\omega_{CH1}} = \frac{120}{\omega_{CH1}} = \frac{120^\circ}{360^\circ} T = \frac{2}{3} T_{CH}$
 $\frac{2}{3} R_{CH1} = \frac{1}{3} R_{CH}$
 $\frac{360}{1.5 \omega_{CH1}} \frac{240}{\omega_{CH1}} = \frac{240}{180^\circ} T_{CH} = 3$

$X \leftarrow 2X$
 $X + 2X = 360^\circ \Rightarrow X = 120^\circ$
 $X R + 2 X R$
 $X R = 120^\circ$

$t_2 = \frac{2\pi}{3\omega_{CH1}}$
 $\frac{1}{3} T$
 $\log \alpha = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$
 $\log \beta = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\beta = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

$\omega_1, \omega_2 = 360^\circ - \omega_1, \omega_2$
 $(\omega_1 + \omega_2) t_1 = 360^\circ$
 $t_1 = \frac{360^\circ}{3\omega_{CH1}} = \frac{120}{\omega_{CH1}} = \frac{120^\circ}{360^\circ} T = \frac{2}{3} T_{CH}$
 $\frac{2}{3} R_{CH1} = \frac{1}{3} R_{CH}$
 $\frac{360}{1.5 \omega_{CH1}} \frac{240}{\omega_{CH1}} = \frac{240}{180^\circ} T_{CH} = 3$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\begin{array}{r|l} 7000 & 7 \\ 1000 & 5 \\ 200 & 2 \\ 100 & 5 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

В 8-мириадном

должно быть:

1) 3 двойки

3 пятерки

1 семерка

1 единица

$$64 \cdot 30 \cdot 7 \cdot 32 = 64 \cdot 680 =$$

число

$$(64 \cdot 30) \cdot 7 \cdot 32 =$$

$$= 63^2$$

$$\frac{123}{3 \cdot 2 \cdot 4 = 6}$$

2)

1 четверка

~~два~~ 1 двойки

3 пятерки

1 семерка

2 единицы

3) 1 восьмерка

3 пятерки

1 семерка

4 единицы

$$1) \quad 222 \quad 555 \quad 7 \quad 1$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 =$$

$$= 8^2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 9 = 64 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 27 = 640 \cdot 189 =$$

$$= 120960$$

Ответ: 120960

$$\begin{array}{r} 22 \\ 22 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ 33 \\ \hline 189 \\ + 64 \\ \hline 253 \\ \hline 12096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120960 \cdot 3 \\ \hline 12 \quad 40320 \\ \hline 9 \quad 6 \end{array}$$

$$2. \quad \begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)6y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2ax - 2bx + 6y = a \\ 3bx + a6y - 6y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2ax - 2bx + 6y = a \\ 3bx + a6y - 6y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y = a - 2ax + 2bx \\ 6y = 3bx \end{cases}$$

$$6y = 3bx$$

$$(ab - 6y)y = 1 - 3bx$$

$$\begin{cases} y = \frac{a - 2ax + 2bx}{6} \\ y = \frac{1 - 3bx}{ab - 6y} \end{cases}$$

$$y = \frac{1 - 3bx}{ab - 6y}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a-2ax+2bx}{6} \\ y = \frac{1-3bx}{6b-6} \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{b-a}{3}x + \frac{a}{6} \\ y = \frac{-3}{6b-6}x + \frac{1}{6b-6} \end{cases}$$

$$a=1 \quad 2(-2-1)x+6y=-2$$

$$\frac{b-a}{3} = \frac{3}{a-b} \Rightarrow \frac{3}{3} = \frac{3}{b-a}$$

$$(a-b)(b-a)^2=9$$

$$3x-2y=1$$

$$y=x-\frac{1}{3}$$

$$b-a=\pm 3$$

$$\begin{cases} b=3+a \\ b=a-3 \end{cases} \quad \begin{cases} b=4 \\ a=1 \\ b=2 \\ a=1 \end{cases}$$

Если $a=6$, то получим

$$\begin{cases} 6y=a \\ 3ax=1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=\frac{a}{6} \\ x=\frac{1}{3a} \end{cases}$$

Ответ: $a=1, b=4$ $(1, 4)$
 $a=1, b=2$ $(1, 2)$

$$6x^4+x^2+2x-5 \quad x^2(x+1)+1 \geq 0$$

$$x \geq -1$$

$$6x^4+x^2+2x-5x^3-5x^2+1 \geq 0$$

$$6x^4-5x^3-4x^2+2x+1=0$$

$$x=1 - \text{корень}$$

По схеме Горнера

6	-5	-4	2	1
6	1	-3	-1	0

$$(x-1)(6x^3+x^2-3x-1)=0$$

$$6x^4+x^3-3x^2-x-6x^3-x^2+3x+1=$$

$$6x^4-5x^3-4x^2+2x+1$$

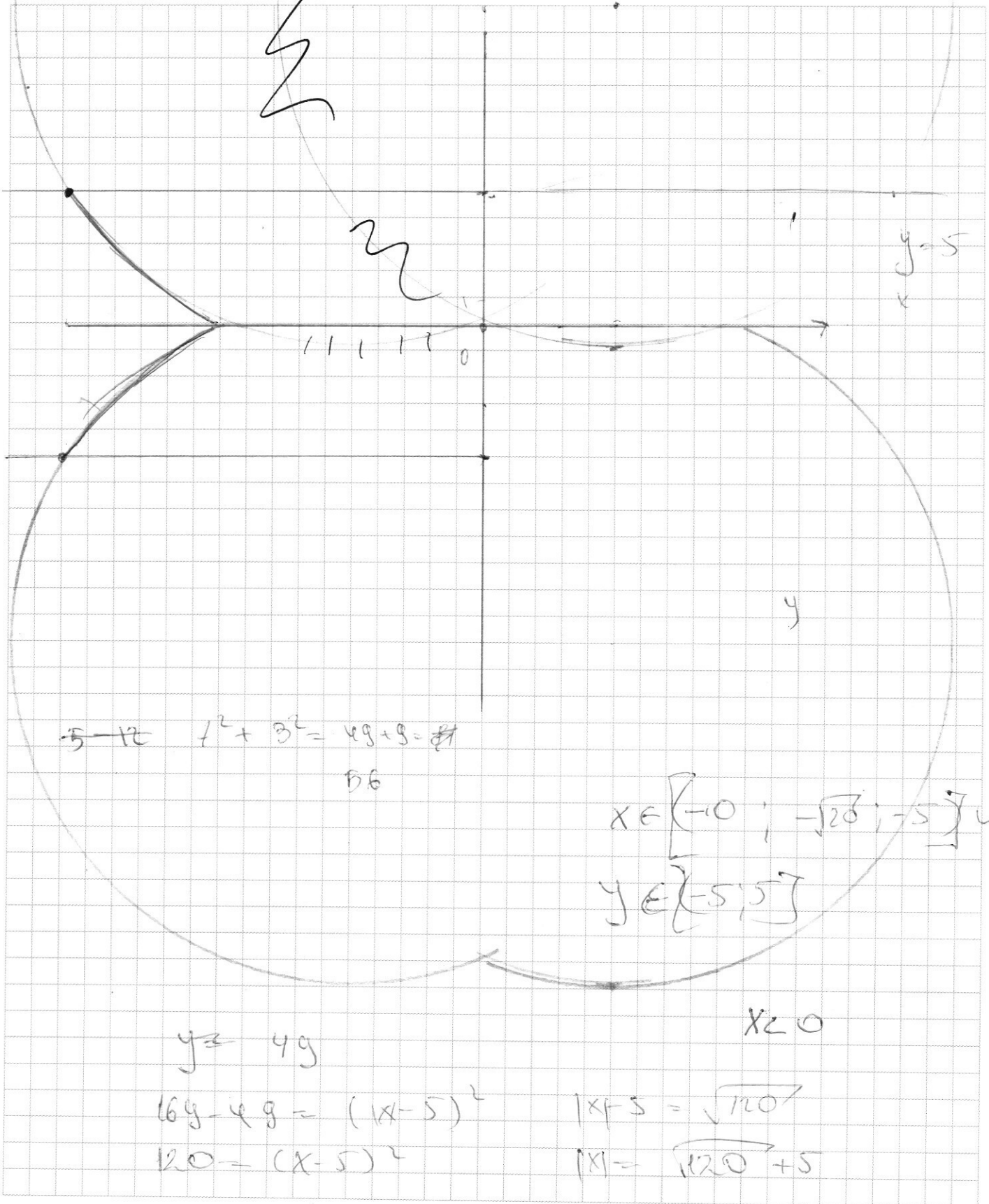
Страница №

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

при $x > 0$ $y \in \emptyset$, ~~и т.д.~~

при ~~$x = 1$~~

$$|y+6| + |16-y| \leq 10$$

$y +$

при $x \leq 0$, $y = 5$

$$(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$$

$$(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$$

окружность с центром в

точке $(5; 12)$ и радиусом 13.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 6 & 1 & -3 & -1 & \\ \hline -0,5 & 6 & -2 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x+0,5)(6x^2-2x-2)=0$$

$$(x-1)(2x+1)(3x^2-x-1)=0$$

$$3x^2-x-1=0$$

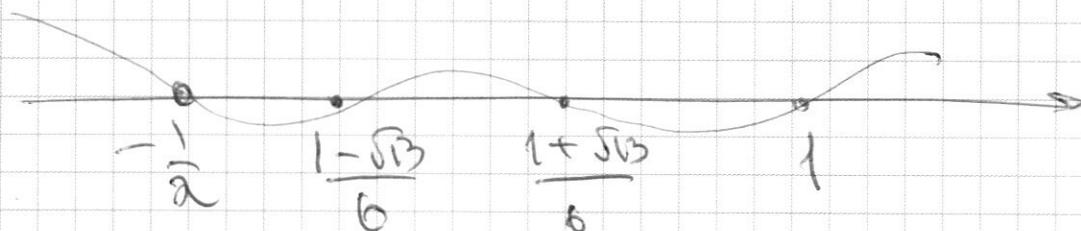
$$D=1+12=13$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 48 \\ 16 \\ \hline 496 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1-\sqrt{13}}{6} \quad \frac{1}{2} \\ -\sqrt{13} \quad \sqrt{-4} \\ 1-\sqrt{13} \quad \sqrt{-3} \\ 4\sqrt{3}-1 \quad \sqrt{3} \\ \sqrt{13} \quad \sqrt{4} \\ \sqrt{13} \quad \sqrt{6} \\ 1+\sqrt{13} \quad \sqrt{6} \end{array}$$

$$(x-1)(x+0,5)\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x+\frac{\sqrt{13}-1}{6}\right)=0$$



$$x \in (-\infty; -0,5] \cup \left\{ \frac{1-\sqrt{13}}{6}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right\} \cup [1; +\infty)$$

но $x \geq -1$, значит

$$x \in [-1; -0,5] \cup \left\{ \frac{1-\sqrt{13}}{6}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right\} \cup [1; +\infty)$$

$$Q^0: x \leq -1$$

$$6x^4+x^2+2x+5x^3+5x^2+1 \geq 0 \quad x \in (0; -1)$$

$$6x^4+5x^3+6x^2+2x+1 \geq 0$$

$$6 \cdot \frac{1}{16} + 5 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{5}{4}$$

$$6 \cdot \frac{1}{81} + 5 \cdot \frac{1}{27} + 6 \cdot \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{27} - \frac{5}{27} + \frac{6}{9} - \frac{2}{3} + 1 = -\frac{1}{9} + \frac{6}{9} = \frac{5}{9}$$

$$6 \cdot \frac{1}{2^8} - 5 \cdot \frac{1}{2^6} + 6 \cdot \frac{1}{16} - \frac{2}{4} + 1 = \frac{3}{2^7} - \frac{10}{2^7} + \frac{3 \cdot 2}{2^4} + \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{2}{2^7} + \frac{3 \cdot 2^4}{2^7} + \frac{2^6}{2^7} = \frac{-2 + 3 \cdot 2^4 + 2^6}{2^7} = \frac{-2 + 3 \cdot 16 + 64}{128}$$

$$x^3 - 16x + 25 \geq 0$$

$$\frac{1}{4} (x^2 + 10x + 25) (x^3 - 16x + 25) - (x^2 + 3x - 10)^2$$

$$\frac{1}{4} (x^5 - 16x^3 + 25x^2 + 10x^4 - 16x^2 + 250x + 25x^3 - 400x + 625) =$$

$$= x^4 + 9x^2 + 100 + 6x^3 - 20x^2 - 60x$$

$$x^5 - 10x^4 + 9x^3 + 9x^2 - 150x + 625 =$$

$$= 4x^4 + 26x^2 - 4x^4 + 24x^3 - 44x^2 - 240x + 400$$

$$x^5 - 14x^4 + 53x^3 - 15x^2 + 53x^2 + 90x + 225 = 0$$

$$1 - 14 - 15 \cdot 5 + 90 + 225 = -28 + 143 + 225 = 140 + 200 = 340$$

$$32 - 14 \cdot 16 - 15 \cdot 64 + 53 \cdot 4 + 90 \cdot 2 + 225 = 0$$

$$32 - 224 - 960 + 212 + 180 + 225 =$$

$$= 33 + 60 + 212 = 305$$

$$1024 - 14 \cdot 256 - 15 \cdot 64 + 53 \cdot 16 + 90 \cdot 4 + 225 =$$

$$= 1024 - 256 \cdot 4 - 15 \cdot 256 - 960$$

$$= -1600 + 848 + 360 + 225$$

	1	-14	-15	53	90	225
3	1	-11	-48	-91	-183	
2	1	-12	-90			

$$\begin{array}{r} 248 \\ + 3 \\ \hline 144 \\ - 53 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$= 182 - 1$$

$$= 8 \cdot 3 - 225$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

$$1^0 \quad \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \leq x+5 \end{cases} \quad y \in (-x-5; x+5)$$

$$x+y+5 + x-y+5 \leq 10$$

$$x \leq 0, \quad y \in (-x-5; x+5)$$

$$3x+6y = \frac{\sqrt{12}}{2}$$

$$\frac{-9+3\sqrt{12}}{x} + 3y$$

$$2^0 \quad x+y+5 \geq 0$$

$$x-y+5 \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x+5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -y-5 \\ -x \leq y+5 \end{cases} \Rightarrow x \leq y-5$$

$$x+y-2y \leq 10$$

$$y \leq 5$$

$$x+2y = \frac{\sqrt{12}}{3}$$

$$6x + \frac{6}{2}y = \frac{1}{3}$$

$$3^0 \quad x+y+5 \leq 0$$

$$x-y+5 \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \leq x+5 \end{cases}$$

$$-x-y-5 + x-y+5 \leq 10$$

$$-2y \leq 10$$

$$y \geq -5$$

$$2x+6y = 1$$

$$36x + 6y = 1$$

$$4^0 \quad x+y+5 \leq 0$$

$$x-y+5 \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \geq x+5 \end{cases}$$

$$x+2y = \frac{\sqrt{12}}{4}$$

$$3x+y = \frac{1}{8}$$

$$-x-y-5 - x+y-5 \leq 10$$

$$-2x \leq 20$$

$$x \geq -10$$

$$6x+6y = -1$$

$$6x - 6y = 1$$

$$2. (3) \rightarrow 6$$

$$x \leq 0$$

$$y \leq 5$$

$$y \geq -5$$

$$x \geq -10$$

$$(|x| - 5)^2 + (|y| - 12)^2 = 13^2$$

$$\begin{cases} |x| - 5 = \pm 5 \\ |y| - 12 = \pm 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x| = 0 \\ |x| = 10 \\ |y| = 0 \\ |y| = 24 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ x &= 10 \\ x &= -10 \\ y &= 0 \\ y &= 24 \\ y &= -24 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} |x| = 17 \\ |x| = -7 \\ |y| = 12 \\ |y| = 7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 17 \\ x &= -17 \\ y &= 12 \\ y &= -12 \\ y &= 7 \\ y &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1^0 \quad x &\leq 0 \\ x &= 0, y \in (-5, 5) \\ x &= -0, y = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -17, y = -17 \\ y &\in (-22, -12) \end{aligned}$$

$$2^0 \quad y = -24, x \in \dots, 13, -17$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{ab - b^2}$$

$$a^2b - ab^2 = 6$$

$$ab(a - b) = 6$$

$$3ab = 6$$

$$-3ab = 6$$

$$\frac{b-a}{3} = \frac{3}{b-a}$$

$$(b-a)^2 = 9$$

$$(a-b)^2 = 9$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ a-b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 3+b \\ a &= b-3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6+y &\leq 4 \\ 6+y &\leq 2 \\ 6-y &\leq 0 \\ 3b+b^2 &= 2 \\ ab &= 2 \\ ab &= -2 \\ b^2 - 2b + 2 &= 0 \end{aligned}$$

