МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Муравей двигается по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0\left(-1;\sqrt{3}\right)$ и $N_0\left(2\sqrt{3};2\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases}3(a+b)x+12y=a,\\ 4bx+(a+b)by=1\end{cases}$$
имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=x^2+5x+6$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1\geqslant 0$.

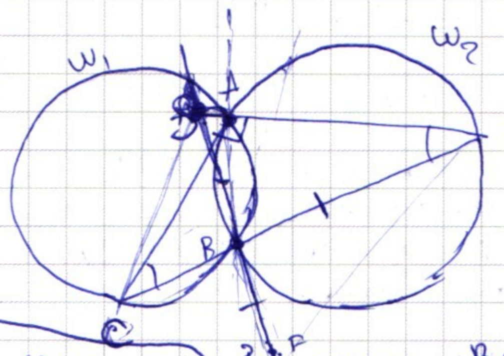
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

7. [6 баллов] Решите систему
$$\begin{cases}|x-3-y|+|x-3+y|\leqslant 6,\\ (|x|-3)^2+(|y|-4)^2=25.\end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 1)



$\angle CAD = 90^\circ$ $BF = BD$

$\omega_1 = \omega_2$

CBD - 1 прямая

CF - ?

1-ый случай: Заметим $\angle BCA = \angle BDA = 45^\circ$, т.к. заметим они опираются на равные отрезки (AB), а т.к. $\omega_1 = \omega_2$, то если отрезки равны, то и дуги стягивающие их равны. => => $\angle BCA = \angle BDA = 45$ (Заметим $\angle BCA = \angle BDA$, а $\angle CAD = 90^\circ$ => => т.к. CBD - 1 прямая $\angle BCA = \angle BDA = \frac{180-90}{2} = \frac{90}{2} = 45^\circ$)

$AC = AD$, т.к. CBD - 1 прямая и $\angle BCA = \angle BDA$.

$BF = BD$ т.к. $\angle DBF = 90^\circ$ и $BF = BD$ => $\angle BFD = \angle BDF = \frac{90}{2} = 45^\circ$.

$\angle ADB = \angle BDF = 45^\circ$. Пусть S - точка пересечения прямой AD и прямой BF. Заметим BD - биссектриса в $\triangle SDF$, а также перпендикуляр => $\triangle SDF$ - равнобедр. $SB = BF$ => $SD = DF$, $\angle DFB = \angle BSD = 45^\circ$.

пусть S лежит относительно от AB ~~справа~~ слева, то тогда заметим, что $\angle BSA = 45^\circ$ опирается на AB, как и $\angle ACB = 45^\circ$ => => S лежит на ω_1. Заметим $CF = CS$ (т.к. $\triangle FCS$ - равн., т.к. CB - это медиана и высота). $\angle CBS = 90^\circ$ => CS - диаметр радиус $\omega_1 = 9$ => $CS = 2 \cdot 9 = 18$ => $CF = 18$.

2-ой случай: S лежит на прямой AB, а т.к. S - пересеч. AD и BF => A совпадает с S. Но тогда заметим, что $\angle CBA = 90$ => CA - диаметр. ($CA = CF$, т.к. CB - медиана, высота в $\triangle ACF$). $r_{\omega_1} = 9$ => $CA = 2 \cdot 9 = 18$ => $CF = 18$

3-ий случай: S лежит справа относительно AB. Тогда заметим, что $\angle BSA = 180^\circ - \angle DSB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. $\angle BSA + \angle ACB = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ => BSAC - лежат на одной окружности (а т.к. точки BAC - лежат на ω_1) => BSAC лежат на ω_1, ~~ASS~~ $CS = CF$ (т.к. $SB = FB$, т.е. CB - медиана, высота => $CS = CF$). А т.к. $\angle CBS = 90^\circ$ => CS диаметр => => $CF = 9 \cdot 2 = 18$ (т.к. радиус $\omega_1 = 9$)

Ответ: $CF = 18$.

№5. Заметим $1400 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$. Заметим, т.к. в разлож. на простые множители входит две пятерки => в числе тоже 2 пятерки (т.к. делимость на 5 обеспеч. цифрой 0 или 5, а т.к. 0 не может быть (т.к. тогда произвед. цифр = 0), то должно быть 2 пятерки. Чтобы обеспечить делимость на 7 в 1-ой степени

№2. $\begin{cases} 3(a+b)x+12y=a \\ 4bx+(a+b)by=1 \end{cases}$ $\begin{cases} 12y=a-3ax-3bx & \cdot 4 \\ (a+b)by=1-4bx & \cdot 3 \end{cases}$

$\begin{cases} 48y=4a-12ax-12bx \\ 3(a+b)by=3-12bx \end{cases}$ $-$

$3(a+b)by-48y=3-\cancel{12bx}-4a+12ax+\cancel{12bx}$

$3y((a+b)b-16)=3-4a+12ax$

$3y=\frac{3-4a+12ax}{ab+b^2-16}$ Заметим $(a+b)b-16\neq0$, т.к. если это так, то тогда $3-4a+12ax=0$, но тогда x определяется однозначно, но тогда из $3(a+b)x+12y=a$ y определяется однозначно $\Rightarrow$ не бесконечное кол-во решен.

$4\cdot3y=\frac{4\cdot(3-4a+12ax)}{ab+b^2-16}$ $12y=a-3ax-3bx$

$\frac{12-16a+48ax}{ab+b^2-16}=a-3ax-3bx$

$12-\cancel{16a}+\cancel{48ax}=-3b^3x-6ab^2x+b^2a-3a^2bx+a^2b-16a+48bx+4\cancel{8}ax$

$12-b^2a-a^2b=3xb(b^2+2ab+a^2-16)$

Заметим, если $12-b^2a-a^2b\neq0$, то тогда x опреде. конечным количеством решений $\Rightarrow 12-b^2a-a^2b=0$, но тогда либо $b=0$, либо $(b^2+2ab+a^2-16)=0$. $b\neq0$, потому что тогда $4bx+(a+b)by=0=1$, $0\neq1$. $\Rightarrow (b^2+2ab+a^2-16=0$

$(b+a)^2-16=0$ $\Rightarrow b+a=4$, либо $b+a=-4$.

$12-b^2a-a^2b=0$

$12=ab(a+b)$ ① $a+b=4$

$12=ab\cdot4$

$ab=3$ $a+b=4$ а) $a=3$ $b=1$; $b=3$, $a=1$

$12=ab\cdot(-4)$ ② $a+b=-4$

$ab=-3$

$\begin{cases} a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases}$

$\begin{cases} a=-(4+b) \\ ab=-3 \end{cases}$

$-b^2-4b=-3$

$b^2+4b=3$ $b^2+4b-3=0$

$D=16+12=28$ $\sqrt{D}=\sqrt{28}=2\sqrt7$

б) $b_1=\frac{-4+2\sqrt7}{2}=\sqrt7-2$ $a_1=-4+2-\sqrt7=-(2+\sqrt7)$

г) $b_2=\frac{-4-2\sqrt7}{2}=-(2+\sqrt7)$ $a_2=-4+2+\sqrt7=-2+\sqrt7$

Проверка. а) $\begin{cases} 4x+4y=1 \\ 12x+12y=3 \end{cases}$ - бесконечно б) $\begin{cases} 12x+12y=1 \\ 12x+12y=1 \end{cases}$ - бескон.

в) $\begin{cases} -12x+12y=-(2+\sqrt7) \\ (4\sqrt7-8)x-(4\sqrt7-8)y=1 \end{cases}$ - бесконечно

г) $\begin{cases} -12x+12y=\sqrt7-2 \\ -(8+4\sqrt7)x+(8+4\sqrt7)y=1 \end{cases}$ - бесконечно

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

должна в числе стоять семерка (и причём 1, т.к. если ≥ 2, то тогда число $1400 \vdots 7^2$, а это не правда). Нулей в числе не может быть, т.к. тогда произведении цифр $= 0$.

Теперь заметим, что в оставшихся клеточках могут стоять 2, 4, 8, 1, т.к. 5 и 7 нельзя уже использ., а числа $\vdots 3$ тоже нельзя, т.к. $1400 \not\vdots 3$. Заметим, если ~~...~~ в числе стоит 8, то тогда все оставшиеся (не считая двух 5 и одной 7) будут 1, т.к. $8 \cdot 7 \cdot 5^2 = 1400 \Rightarrow$ все остальные цифры 1. Т.е. будет такой набор цифр – 5, 5, 7, 8, 1, 1, 1, 1.

Если в числе есть 4, то тогда в числе есть число 2, а другие оставш. (кроме 5, 5, 7) будут единицы, т.к. $1400 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2$, тогда должна быть цифра 2. Получ. 2-ой набор цифр – 5, 5, 7, 2, 4, 1, 1, 1.

Если в числе нет ни 4, ни 8, тогда должно быть три 2, т.к. $1400 \vdots 2^3$.* Получается 3-ий набор цифр – 5, 5, 7, 2, 2, 2, 1, 1. * Все остальные единицы.

Посмотрим сколько чисел состоит из 1-ого набор. Сначала для двух 5 выберем 2 места из 8 $= C_8^2$, потом для единиц 4 места из 6 оставшихся $= C_6^4$, и для 8 $= C_2^1$ из 2-х оставшихся, а 7 в оставшееся место. Тогда кол-во чисел, состоящ. из него набора $= C_8^2 \cdot C_6^4 \cdot C_2^1 = \cancel{28+15+2=45}$ ~~чисел~~ $840 = 15 \cdot 28 \cdot 2$

Посмотрим, сколько чисел из 2-ого набора. Сначала для 5-ок 2 места из 8 $= C_8^2$, для 3-х единиц места из 6 $= C_6^3$, для 4 одно место из 3 $= C_3^1$, и для 2 одно из 2 $= C_2^1$, а 7 на оставш. Всего чисел из второго набора $= C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 =$
$= 3360$ чисел.

Посмотрим сколько чисел из 3-его набора: сначала для 5 два места из 8 $= C_8^2$, потом для трех двоек из 6 мест $= C_6^3$, потом для двух единиц из 3-х мест $= C_3^2$, а семёрку на оставш. Всего чисел из 3-его набора: $C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^2 = 1680$.

Тогда всего чисел, произведен. цифр которых $= 1400 =$
$= 840 + 1680 + 3360 = 5880$

Ответ: всего 5880 чисел.

№4. $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$, если $x - 1 \geq 0$ $x \geq 1$

$2x^4 + 4x^2 - 3x^3 - 2x + 1 \geq 0$ $\qquad (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \geq 0$ – всегда

$2x^4 + 3x^2 - 3x^3 + (x-1)^2 \geq 0$ $\qquad 2(x^2-x)^2 = 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 \geq 0$ – всегда

$2(x^2-x)^2 + (x-1)^2 + x^3 + x^2 \geq 0$ – это верно, т.к. $x^2 \geq 0$ – всегда, а при $x \geq 1$, неравенство верно всегда. $x \in [1; +\infty)$. $x^3 \geq 0$, т.к. $x \geq 1$

$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 + 3x^3 + 1 \geq 0$

$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$ $\qquad x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$ – всегда

$2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + (x-1)^2 \geq 0$

$x^2(2x^2 + 3x - 3) + (x-1)^2 \geq 0$

а) бесконечно т.к.

$\begin{cases} 4(x+y)=1 \\ 12(x+y)=3 \end{cases}$ ~~все реш~~ $x+y=\frac{1}{4}$ – решений бесконеч.

$\begin{cases} x+y=\frac{1}{4} \\ x+y=\frac{3}{12} \end{cases}$

б) бесконечно

$\begin{cases} 12(x+y)=1 \\ 12(x+y)=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\frac{1}{12} \\ x+y=\frac{1}{12} \end{cases}$ $x+y=\frac{1}{12}$ – бесконечно решений

в) $\begin{cases} 12(x-y)=(2+\sqrt{7}) \\ (4\sqrt{7}-8)(x-y)=1 \end{cases}$ Заметим: $\frac{2+\sqrt{7}}{12}=\frac{1}{4\sqrt{7}-8}$, т.к.

т.к $12=8\sqrt{7}-8\sqrt{7}+28-16=12.$

$\begin{cases} x-y=\frac{2+\sqrt{7}}{x-y} \\ x-y=\frac{1}{4\sqrt{7}-8} \end{cases}$ $x-y=\frac{1}{4\sqrt{7}-8}$ – решений бесконечно.

г) $\begin{cases} 12(y-x)=\sqrt{7}-2 \\ (8+4\sqrt{7})(y-x)=1 \end{cases}$ Заметим $\frac{\sqrt{7}-2}{12}=\frac{1}{8+4\sqrt{7}}$, т.к.

$12=8\sqrt{7}-8\sqrt{7}+28-16=12$

$\begin{cases} y-x=\frac{\sqrt{7}-2}{12} \\ y-x=\frac{1}{8+4\sqrt{7}} \end{cases}$ $y-x=\frac{1}{8+4\sqrt{7}}$ – решений бесконечно

Ответ: $a=3, b=1$; $b=3, a=1$; $b=\sqrt{7}-2, a=-(2+\sqrt{7})$; $b=-(2+\sqrt{7}), a=\sqrt{7}-2$.

№4. $(x+3)^2(x^3-x+10)=(x^2+5x+6)^2$

$x^5-x^3+10x^2+6x^4-6x^2+60x+9x^3-9x+90=(x+3)^2(x^3-x+10)=$
$=x^5+8x^3+4x^2+51x+6x^4+90$

$(x^2+5x+6)^2=x^4+5x^3+6x^2+5x^3+25x^2+30x+6x^2+30x+36=$

$=x^4+10x^3+37x^2+60x+36$

$x^5+8x^3+4x^2+51x+6x^4+90=x^4+10x^3+37x^2+60x+36$

$x^5+5x^4-2x^3-33x^2-9x+54=0$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4+x^2-2x-3x^2+3x^3+1\geq 0$

$2x^4+3x^3-2x^2-2x+1\geq 0$ $\quad 2(x^2-1)^2=x^4-2x^2+1 \quad 2x^4-4x^2+2$

$x^4+3x^3-2x\geq 0$ $\quad x\geq 0 \quad x\leq 0 \quad 2x^4+3x^3-3x^2\geq 0$

$x^3+3x^2-2\geq 0$ $\quad x^3+3x^2+2\leq 0$ $\quad 2x^2+3x-3\geq 0$

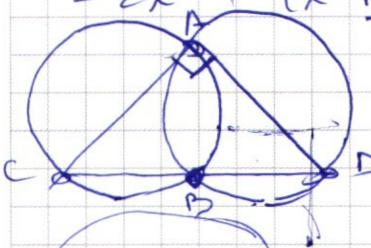
$3x^3+2x^2-1-2x^4\geq 0$ $\quad 2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)$

$3x^3+x^2-2\geq 0$

$2(x^3-1)=2(x-1)(x^2+x+1)$

$2x^3+x^2-1+x^3-1=2x^3+(x+1)(x-1)+(x-1)(x^2+x+1)=$

$=2x^3+(x-1)(x^2+2x+2)=2x^3+2(x-1)(x+1)^2+(x-1)$



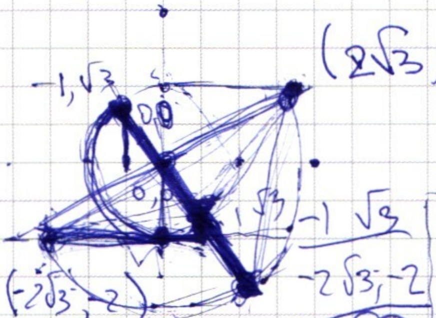
$4\cdot 3+4=$

$=16 \quad r=4$

$1+3=4$

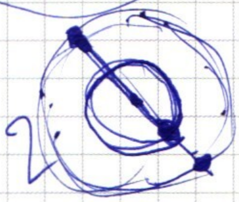
$r=2$

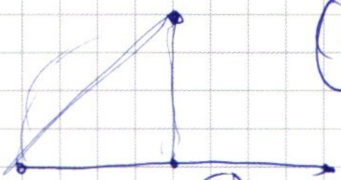
$\sqrt{x^2+y^2}$



$2\pi r$

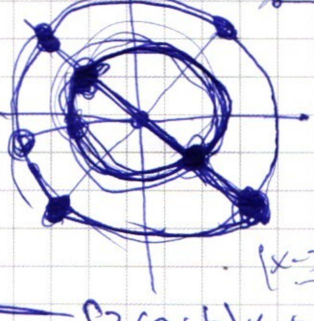
$(1,\sqrt{3})$

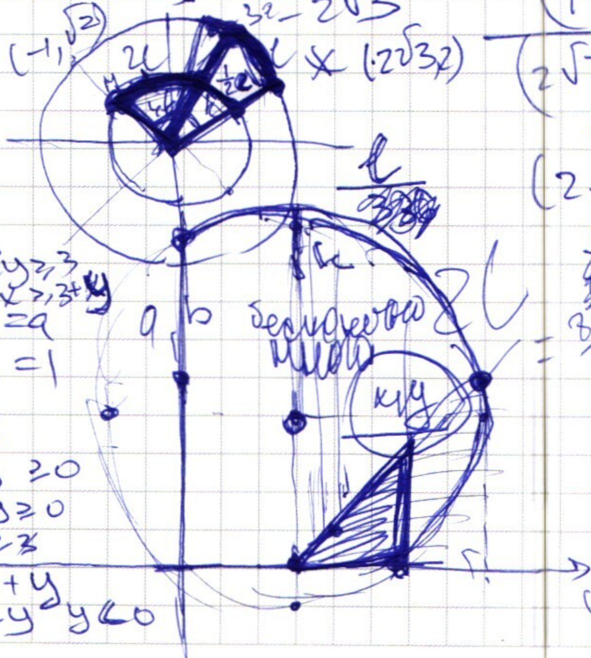




$4(2-\sqrt{3})^2+(1+2\sqrt{3})^2$

$(2\sqrt{3}-1)^2+(2+\sqrt{3})^2$





$\frac{2\pi r}{l}\cdot 360=$

$\frac{4\pi}{2l}\cdot 360$

$\frac{2\pi}{l}\cdot 360$

$|x-3|\leq 3$ $\quad x-y\geq 3$ $\quad x\geq 3+y$

$$\begin{cases}3(a+b)x+12y=a\\ 4bx+(a+b)by=1\end{cases}$$

$x-y\geq 3$
$x+y\geq 3$ $\quad 2x\geq 6 \quad x\geq 3$

$|x-3-y|+|x-3+y|\leq 6$

$2x-6\leq 6$ $\quad x-3-y\geq 0$

$3-x-y\geq 0$

$x+y\leq 3$ $\quad x\leq 6$ $\quad x-y\geq 3$

$x-y\geq 3$ $\quad x\geq 3$ $\quad 3\geq x+y$

$x+2\geq 3$ $\quad x-2\leq 3$ $\quad -y\geq y \quad y\leq 0$

$\frac{6\cdot 5}{2}=15$ $\quad \frac{8\cdot 7}{2}=28$ $\quad C_6^3$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $3(a+b)x - a = -12y$

$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3ax + 3bx + 12y = a \\ 4bx + aby + b^2y = 1 \end{cases}$

$(by+3x)(a+b) + 4(bx+3y) = 1+a$

$a - 3(a+b)x = 12y$

$1 - 4bx = (a+b)y$

$a - 3(a+b)x = 12y$

$1 - 4bx = (a+b)by$

$a + 3ax + 3bx = 12y$

$1 - 4bx = (a+b)by$

3. $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x^2+5x+6)$

$(x+3)^2(x^3-x+10) = (x^2+5x+6)^2$

$(x^2+6x+9)(x^3-x+10) = (x^2+5x+6)^2$

$x^5 - x^3 + 10x^2 + 6x^4 - 6x^2 + 60x + 9x^3 - 9x + 90 =$

$= x^5 + 8x^3 + 4x^2 + 51x + 6x^4 + 90$

$(x^2+5x+6)(x^2+5x+6) = x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x^3 + 25x^2 + 30x +$

$+ 6x^2 + 30x + 36 = x^4 + 10x^3 + 37x^2 + 60x + 36$

$x^5 + 8x^3 + 4x^2 + 51x + 6x^4 + 90 = x^4 + 10x^3 + 37x^2 + 60x + 36$

$x^5 + 5x^4 + 54 = 2x^3 + 33x^2 + 9x$

$x^5 + 5x^4 - 2x^3 - 33x^2 - 9x + 54 = 0$

$ax^2 + bx + c$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -5$

$x_1x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1x_4 + x_1x_5 + x_2 \cdot x_3 + x_2x_4 + x_2x_5 +$

$+ x_3x_4 + x_3x_5 + x_4x_5 = -2$

$-33x^2 - 9x + 54$

49

кол-во цифр

2 - 5 1 - 7

5. $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$ $\quad a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 1400$

$1400 = 14 \cdot 100 =$
$= 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4$

$14000 = 14 \cdot 100 =$
$= 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$

8
2
4

$14 \cdot 100 =$
$= 7 \cdot 2^3 \cdot 5^2$

$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$

$2x^4 + 4x^2 - 3x^3 - 2x + 1 \geq 0$

$2x^4 + 4x^2 - 2x + 1 - 3x^3 \geq 0$

$2x^4 + 3x^2 - 3x^3 + x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$2x^4 + 3x^2 - 3x^3 + (x-1)^2 \geq 0$

$2(x^2-x)^2 + x^2 + x^3 \geq 0$

$x - 1 \geq 0$

$(x^2-x)^2 = x^4 - 2x^3 + x^2$ $\quad (2x^2+2)(x-1)^2 \geq 0$

$x \geq 0$ $\quad + x^2(x+1) \geq 0$

a) $x^2 + x^3 \geq 0$ $\quad 2(x^2-x)^2 + (x-1)^2 + x^3 + x^2$

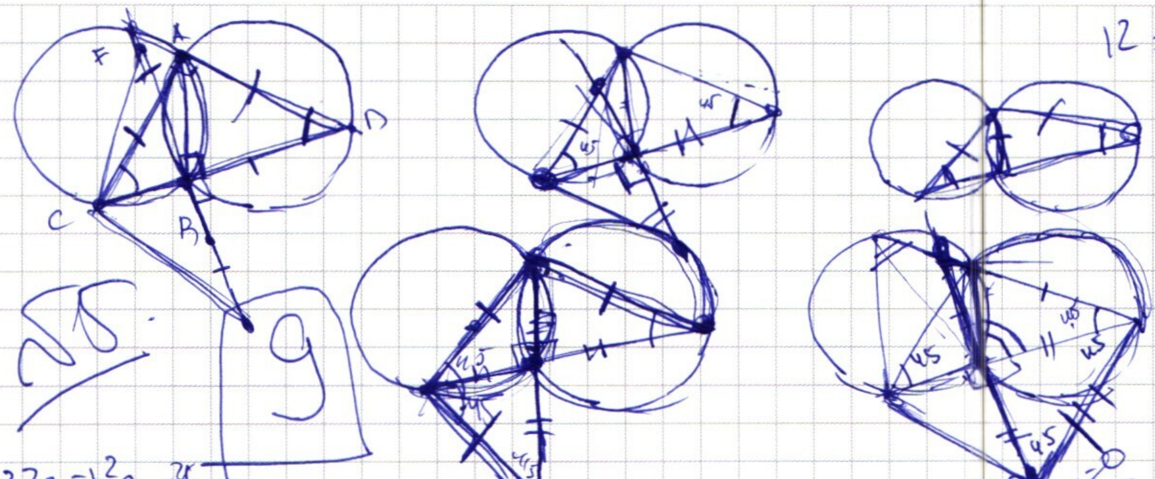
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



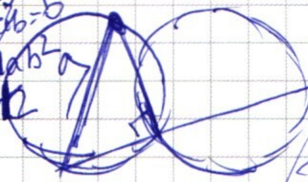
$12 = ab(a+b)$

$ab \quad 4$

$\sqrt{5}$

9

$12+32a-b^2a-a^2b=$
$=16b+b^3-2ab^2-ab=0$
$12+32a=16b+b^3-2ab^2$



Геома

$b^3+2ab^2+a^2b+16b=0$

$b(b^2+2ab+a^2)-16b=0$

$b(a+b)^2-16b=0$

$C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot C_3^2$

25

$b=0$

$(a+b)^2=16$

$a+b=4$

$a+b=-4$

$2\cdot7\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5$

27 2 2 5 5 1 1

4 7 2 5 5 1 1 1

8 7 5 5 1 1 1 1

$ab+b^2-16=0$

$12-b^2a-a^2b=0$

$16b-b^3-ab^2-12=0$

$16b-b^3-2ab^2-a^2b=0$

$3+4a+12ax=0$

$x=-\frac{(3+4a)}{12a}$

$12y=a-3ax-3bx \quad |\cdot 4$

$(a+b)by=1-4bx \quad |\cdot 3$

$48y=4a-12ax-12bx$

$3(a+b)by=3-12bx$

$3(a+b)by-48y=3+12ax-4a$

$y(3ab+3b^2-48)=3+4a+12ax$

$y=\frac{3+4a+12ax}{3ab+3b^2-48}$

$12\cdot\frac{(3+4a+12ax)}{3ab+3b^2-48}=a-3ax-3bx$

$4\cdot\frac{(3+4a+12ax)}{ab+b^2-16}=a-(3ax+3bx)$

$3ab+$

$3+4a \quad 12ax$

$12+16a+48ax=(ab+b^2-16)(a-3ax-3bx)$

$a^2b+b^2a-16a-3a^2bx-3ab^2x+48ax-3ab^2x-3b^3x$

$12+16a=-3b^3x-6ab^2x+b^2a-3a^2bx+a^2b-16a+48bx$

$12+32a-b^2a-a^2b=x(48b-3b^3-6ab^2-3a^2b)$

$16b+b^3-32a-ab^2+12=0$

$12+32a-b^2a-a^2b=0$

$16(b-2a)+48b-3b^3-6ab^2-3a^2b=0$

$12+32a=ab(a+b)$

$16-b^3-2ab^2-a^2b=0$

$4-b^3-32a-ab^2=0$

$b^3+32a+ab^2=4$

$b^2(b+a)=4(1-8a)$

$12+32a=b(ba+a^2)$

$(b-a)(b+16)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 3(a+b)x+12y=a \\ 4bx+(a+b)by=1 \end{cases}$$

$12y=a-3(a+b)x \quad |\cdot 4 \qquad 48y=4a-12(a+b)x$

$(a+b)by=1-4bx \quad |\cdot 3 \qquad 3(a+b)by=3-12bx$

$3y((a+b)b-16)=3-12\cancel{b}x-4a+12ax+12\cancel{b}x$

$3y((a+b)b-16)=3-4a+12ax$

$y=\dfrac{3-4a+12ax}{3(ab+b^2-16)}$

$4\cdot\dfrac{(3-4a+12ax)}{\cancel{3}(ab+b^2-16)}=a-3ax-3bx$

$12-16a+48ax=(ab+b^2-16)(a-3ax-3bx)$

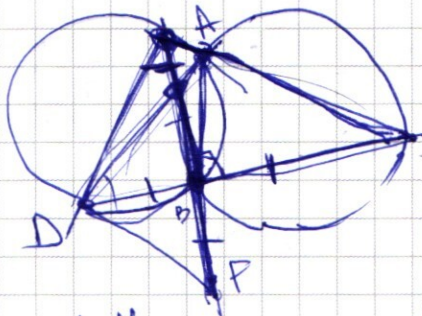
1) $a+b=4$

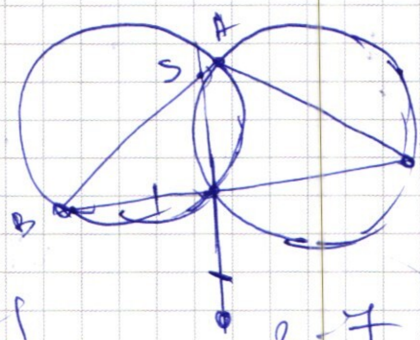
2) $a+b=-4$

1) $a=4-b$

$4bx+4by=1 \quad | \quad 4bx-4by=1$

$y=\dfrac{1-4(4-a)x}{4(4-a)}$





$\dfrac{8!}{6!\,2!}=\dfrac{8\cdot 7}{2}=28 \cdot 15$

C_6^4

$\dfrac{6!}{4!\,2!}=$

$=4\cdot 7=28$

$=\dfrac{6\cdot 5}{2}+2$

$\dfrac{6!}{3!\,3!}$

C

$\dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}$

$28\cdot 20\cdot 3\cdot 2=$

$=560\cdot 6=3360$

$28 \cdot 5 = 140$

$140 \cdot 28 = 420$, 840

$28\cdot 20\cdot 3=$

$=560\cdot 3=1680$

C_3^2

$5040 + 840 = 5880$

$2x^2+3x-3$
$D=9+12=21$
$\frac{-3\pm\sqrt{21}}{4}$

$x^2(2x^2+3x-3)=-(x-1)^2$

$2x^4+3x^3-3x^2$

$2(x^2+x)^2=2x^4+2x^2+4x^3$

x^3-5x^2

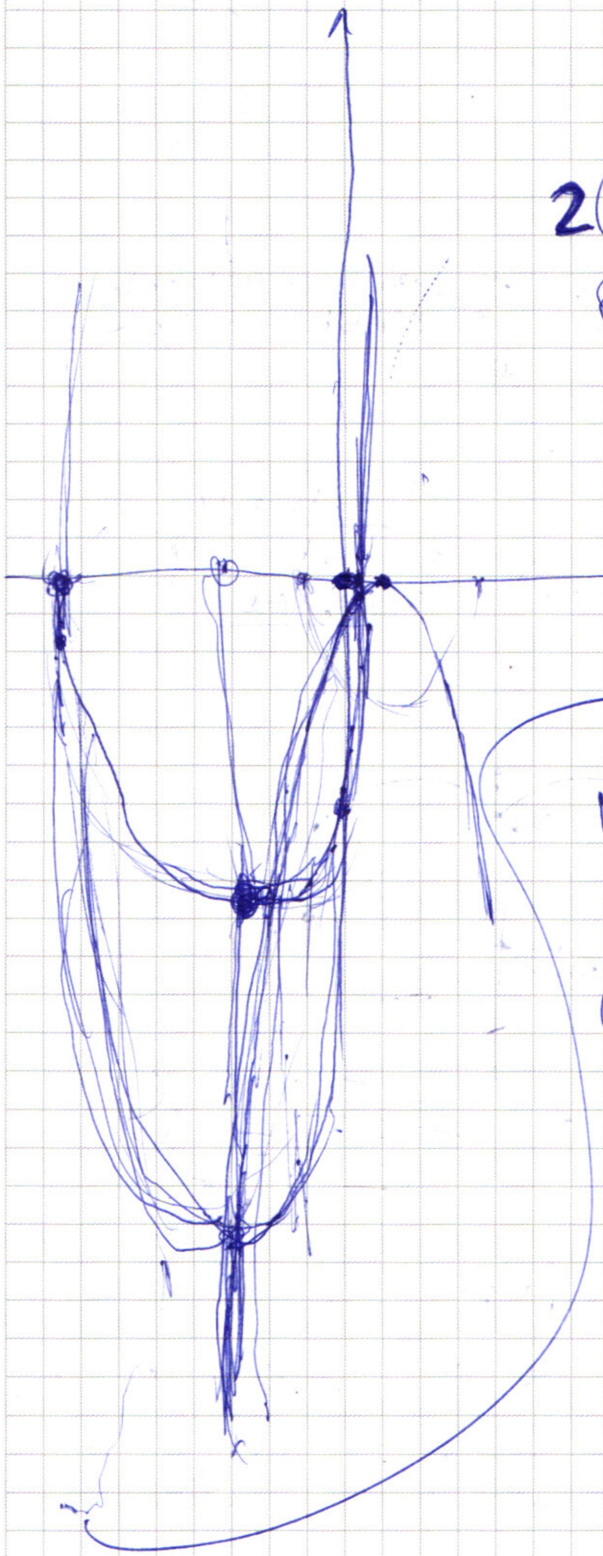
$x^2(x-5)$

$\sqrt{9}$

$1<x<2$

$\frac{1}{4}<\frac{x}{4}<\frac{1}{2}$

$-3-\sqrt{21}$



$12(y-x)=-(2+\sqrt{7})$

$12(x-y)=(2+\sqrt{7})$

$(4\sqrt{7}-8)(x-y)=1$

$\frac{2+\sqrt{7}}{12}$ и $\frac{1}{4\sqrt{7}-8}$

$12=(2+\sqrt{7})(4\sqrt{7}-8)=$

$=8\sqrt{7}-8\sqrt{7}+-16+$

$+28$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)