

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{a-2(a-b)x}{6} \\ 3bx + (a-b)b \cdot \frac{a-2(a-b)x}{6} = 1 \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \cdot 18bx + (a-b)b(a-2(a-b)x) &= 6 \\ 18bx + (a-b)ab - 2(a-b)^2bx &= 6 \\ bx(18 - 2(a-b)^2)x &= 6 - (a-b)ab \end{aligned}$$

Это линейное уравнение отн. x , т.е. оно будет иметь бесконечно много решений тогда и только тогда, когда коэффициенты перед $x = 0$ и правая часть $= 0$:

$$\begin{cases} b(18 - 2(a-b)^2) = 0 \\ b - (a-b)ab = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ (a-b)^2 = 9 \\ (a-b)ab = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ (a-b)ab = 6 \\ a-b = 3 \\ (a-b)ab = 6 \\ a-b = -3 \\ (a-b)ab = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 0 = 6 \text{ — нет решений} \\ a = b + 3 \\ (b+3)b \cdot 3 = 6 \\ b = a + 3 \\ (a+3)a \cdot (-3) = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = b + 3 \\ b^2 + 3b - 2 = 0 \\ b = a + 3 \\ a^2 + 3a + 2 = 0 \\ b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ a = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b + 3 \\ b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ b = a + 3 \\ a = \frac{-3 \pm 1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ a = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ b = 1, 2 \\ a = -2, -1 \end{cases}$$

Ответ: $a = -2, b = 1; a = -1, b = 2;$
 $a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}, b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}; a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}, b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$

$$\sqrt{3} \quad \frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10$$

$$(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x+5)(x-2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -5, & x = -5 \notin \text{OДЗ: } (-5)^3 - 16 \cdot (-5) + 25 < 0 \\ \sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x-2) & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}^{\wedge 2}: x^3 - 16x + 25 = 4(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$(x-3)(x^2 - x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x^2 - x - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$x = 3 \in \text{OДЗ: } 3^3 - 16 \cdot 3 + 25 > 0$$

Проверим $x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) + 25 \geq 0$$

$$\frac{(1 + \sqrt{13})^3}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 \geq 0 \quad | \cdot 8$$

$$40 + 16\sqrt{13} - 64\sqrt{13} + 136 \geq 0$$

$$176 \geq 48\sqrt{13}$$

$$22\cancel{88} \geq \cancel{22}6\sqrt{13} \quad | : 2$$

$$\cancel{2244} \geq \cancel{40933} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \notin \text{OДЗ}$$

$$484 > 468 \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \in \text{OДЗ}$$

Проверим $x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$

$$\frac{(1 - \sqrt{13})^3}{8} - 16\left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) + 25 \geq 0 \quad | \cdot 8$$

$$40 - 16\sqrt{13} + 64\sqrt{13} + 25 > 0 \Rightarrow x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \in \text{OДЗ}$$

Ответ: $x = 3, \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

√1. Птицы летают по окружностям вокруг центра координат $\Rightarrow$ их положение в любой момент времени удовлетворяет условию $x^2 + y^2 = R^2$

Каждый радиусов окружностей по которым летают птицы подставив их данные координаты в уравнение

$$a) (53)^2 + 3^2 = R_0^2$$

$$R_0 = 572$$

$$b) 6^2 + (-253)^2 = R_1^2$$

$$R_1 = 2572$$

Наименьшим расстоянием между любыми двумя точками на двух разных окружностях с общим центром является разность радиусов. Это происходит когда эти две точки и центр окружностей лежат на одной прямой. Птицы смогут оказаться на таком расстоянии т.е. летят в противоположные стороны и за один оборот птицы они могут смогут так пересечься $\Rightarrow$ минимальное расстояние есть $R_1 - R_0 = 572$.

Ответ:

55 Заполнить число 7000 на простые н.ч.

$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$. Заметим, что все множители меньше 10 $\Rightarrow$ они могут быть цифрами.

Поскольку здесь 7 простых множителей, то ещё одной цифрой в числе может быть цифра 7. Количество способов написать число из 3-х 2-ех; 3-х 5-ех; 7-ки и 1-ки:

$$\frac{7!}{3! \cdot 3!} = 1120. \quad 7! - \text{это как-то способов расставить}$$

цифры без учёта того, что не все из них различны. Мы делим два раза на 3! потому что это число совпадающих чисел (когда мы посчитали, то например если поменять местами две пятёрки, то число изменится).

Также число 7000 можно представить как $1^2 \cdot 2^3 \cdot 4 \cdot 5^3 \cdot 7$. Число способов записать число используя эти цифры: $\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 3360$

Также $7000 = 1^3 \cdot 8 \cdot 5^3 \cdot 7$. Число способов $\frac{7!}{3! \cdot 3!} = 1120$. Итого число способов

представить число с произведением цифр равным 7000 будет $1120 + 3360 + 1120 = 5600$

Ответ: 5600 чисел.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{4} \quad 6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 7 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^2|x+1| + (x+1)^2 \geq 0$$

$$*(x+1)^2 = (|x+1|)^2$$

$$6x^4 - 5x^2|x+1| + (|x+1|)^2 \geq 0$$

$$(2,5x^2 - |x+1|)^2 - 0,25x^4 \geq 0$$

$$(2x^2 - |x+1|)(3x^2 - |x+1|) \geq 0$$

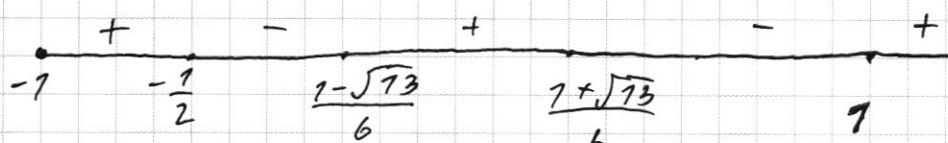
$$1) \quad x \geq -1$$

$$f(x) = (2x^2 - x - 1)(3x^2 - x - 1) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = 1; -\frac{1}{2}$$

$$x_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{1-\sqrt{13}}{6} < \frac{1+\sqrt{13}}{6} < 1, \text{ т.к. } \sqrt{13} < 4$$



$$x \in [-1; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

$$2) \quad x < -1$$

$$f(x) = (2x^2 + x + 1)(3x^2 + x + 1)$$

$$D_1 = 1 - 8 = -7 < 0$$

$$D_2 = 1 - 12 = -11 < 0$$

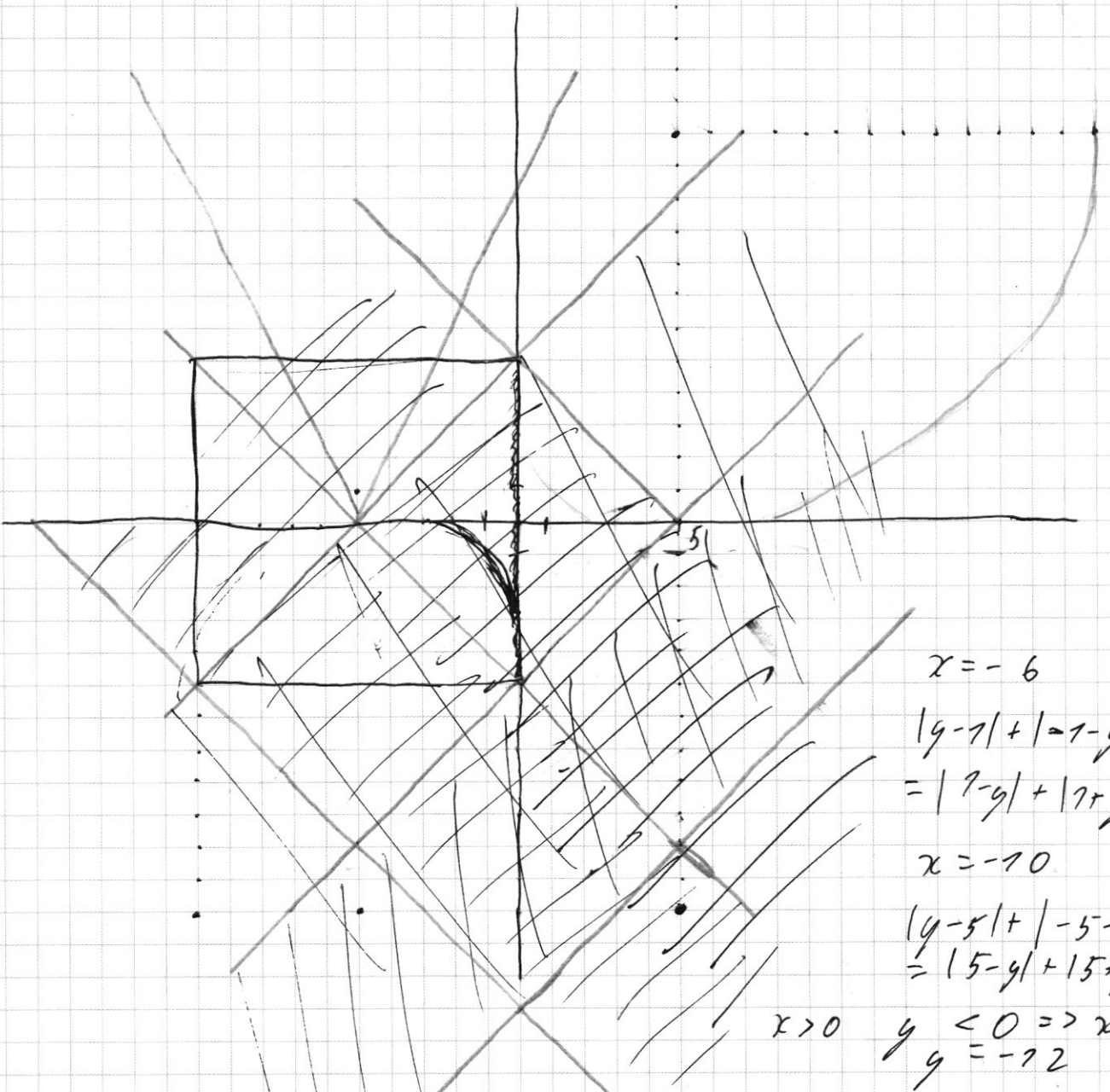
$$\Rightarrow f(x) > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1)$$

$$(-\infty; -1) \cup [-1; -\frac{1}{2}] = (-\infty; -\frac{1}{2}] \Rightarrow f(x) > 0 \text{ при}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow x=5, y=92$$



$$x = -6$$

$$|y-7| + |7-y| = |7-y| + |7+y|$$

$$x = -70$$

$$|y-5| + |-5-y| = |5-y| + |5+y|$$

$$x > 0, y < 0 \Rightarrow x=5, y=-92$$

$$x=0, x=5, x=-70$$

$$\text{Умножить. от } x=5$$

$$|x+y+5| = 0 \quad |x+y+5| \leq 70$$

$$x+y+5=0 \quad -70 \leq x+y+5 \leq 70$$

$$x=0 \quad |x+5-y| + |x+5+y| \leq 70$$

$$-75-x \leq y \leq 5-x$$

$$|5-y| + |5+y| \leq 70 \quad |a-y| + |a+y|$$

$$|x+y+5| \leq 70$$

$$x=7 \quad |6-y| + |6+y| \leq 70 \quad y \in [-5, 5]$$

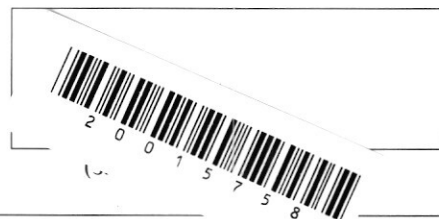
$$-70 \leq x-y+5 \leq 70$$

$$-75-x \leq -y \leq 5-x$$

$$x=-7 \quad |4-y| + |4+y| \leq 70 \quad y \in [-5, 5]$$

$$x=-2 \quad |3-y| + |3+y| \leq 70 \quad y \in [-5, 5]$$

$$x=-5 \quad |2-y| + |2+y| \leq 70 \quad y \in [-5, 5]$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10$$

$$x+5 \sqrt{x(x^2 - 16) + 25} = 2x^2 + 6x - 20$$

$$(x+5) \sqrt{x(x-4)(x+4) + 25} = 2(x^2 + 3x - 10) \quad | \cdot 2$$

$$(x+5)^2 (x(x-4)(x+4) + 25) = 4(x^2 + 3x - 10)^2$$

$$D(x^2 + 3x - 10) = 9 + 40 = 49$$

$$x^2 + 3x - 10$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2} = -5; 2$$

$$x \in [-5; 0] \cup [2; +\infty)$$

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = (x+5)(x-2)$$

$$x = -5, \text{ но } x = -5 \text{ не подходит. Проверим:}$$

$$(-5)^3 - 16(-5) + 25 < 0 \Rightarrow x = -5 \text{ не подходит.}$$

$$\sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x-2) \quad | \wedge 2$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$8 - 16 + 9$$

$$27 - 36 + 9 = 0$$

$$x^2(x-4) = -9$$

$$x^2 = 3$$

$$x - 4 = -3$$

$$x^2 + 3x + 9$$

$$x^3 - x^2 - 3x - 3x^2 + 3x + 9$$

$$x^3 - 4x^2 + 9$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 0x + 9 \quad | \quad x-3 \\ \underline{x^3 - 3x^2} \\ -x^2 + 0x \quad | \quad x^2 - x - 3 \\ \underline{-x^2 + 3x} \\ -3x + 9 \\ \underline{-3x + 9} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = 3$$

$$\begin{array}{r} 204 \overline{) 88} \\ \underline{204} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \underline{60} \\ 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 704 \\ \underline{704} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 704 \\ \underline{704} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 163} \\ \underline{16} \\ 3 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{Answer: } x = -5; 3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}; \frac{1-\sqrt{13}}{2}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} \right)^3 - 16 \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} \right) + 25$$

$$\frac{(1+\sqrt{13})^3}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25$$

$$\frac{(1+\sqrt{13})(1+\sqrt{13}+13)}{8} - 8\sqrt{13} + 17$$

$$\frac{(1+\sqrt{13})(14+\sqrt{13})}{8} = \frac{14 + \sqrt{13} + 14\sqrt{13} + 13}{8} = \frac{27 + 15\sqrt{13}}{8}$$

$$44\sqrt{13} + 25$$

$$27 + 15\sqrt{13} - 64\sqrt{13} + 136 \neq 0$$

$$22\sqrt{13} + 163 - 49\sqrt{13} \neq 0$$

$$163 \neq 49\sqrt{13} + 2$$

$$163 \neq 49^2 \cdot 13$$

$$26569 \neq 31213$$

$$40 + 6\sqrt{13} - 64\sqrt{13} + 136 \neq 0$$

$$176 \neq 58\sqrt{13}$$

$$88 \neq 29\sqrt{13}$$

$$\begin{array}{r} 847 \\ \times 73 \\ \hline + 2523 \\ 847 \\ \hline 10933 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 847 \\ \times 73 \\ \hline + 2523 \\ 847 \\ \hline 10933 \end{array}$$

$$(1+\sqrt{13})^2 = 1 + 2\sqrt{13} + 13 = 14 + 2\sqrt{13}$$

$$(1+\sqrt{13})(1+\sqrt{13}) =$$

$$= (1 + \sqrt{13} + \sqrt{13} + 13) =$$

$$= (14 + 2\sqrt{13})(1 + \sqrt{13}) =$$

$$= (14 + 14\sqrt{13} + 2\sqrt{13} + 2 \cdot 13) =$$

$$= 40 + 16\sqrt{13}$$

$$(14 + 2\sqrt{13})(1 + \sqrt{13}) =$$

$$= (14 + 14\sqrt{13} + 2\sqrt{13} \cdot 2 \cdot 13) =$$

$$= 40 + 16\sqrt{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $\overline{abcdefgh}$

$$\frac{1000}{1000} \cdot 2$$

$$7 \cdot 10^3 = 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

$$1 \cdot 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

~~722~~

723

732

237

$$\frac{8!}{(3!)^2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 213$$

$$= 20 \cdot 56 = 1120$$

312

327

$$1 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5^3$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 5 \cdot 6 \cdot 60 = 3360$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 60 \\ \hline 3360 \end{array}$$

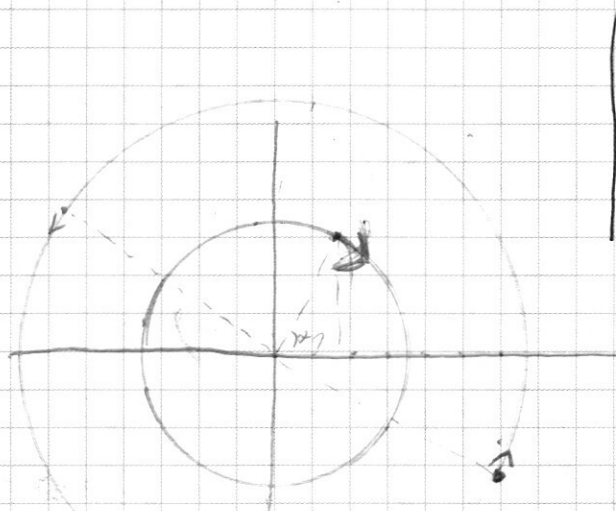
$$1^3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5^3$$

87571551

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120$$

$$1120 + 1120 + 3360 = 2240 + 3360 = 5600$$

57



$$-2\sqrt{3} \approx -2 \cdot 1,7 = -3,4$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_1 &= \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \\ \operatorname{tg} \alpha_2 &= -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{(1-\sqrt{73})^3}{8} - 16 \frac{(1-\sqrt{73})}{2} + 25 \neq 0$$

$$(1-\sqrt{73})(1-\sqrt{73}) = (1-\sqrt{73}-\sqrt{73}+73) = (74-2\sqrt{73})$$

$$(74-2\sqrt{73})(1-\sqrt{73}) = (74-74\sqrt{73}-2\sqrt{73}+2\cdot 73) =$$

$$= 140 - 76\sqrt{73}$$

$$40 - 76\sqrt{73} + 64\sqrt{73} + 1$$

$$|x+9+5| + |x+4+5| \leq 70$$

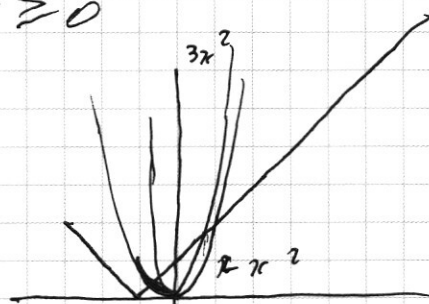
$$(|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 769 \neq 73$$

$$6x^4 + 7x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 7 \geq 0$$

$$6(x^2 + \frac{1}{3})^2$$

$$|x+1|^2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$6x^4 - 5x^2|x+1| + |x+1|^2 \leq 0$$



$$|x+1| = \frac{5x^2 \pm \sqrt{25x^4 - 24x^4}}{2} = \frac{5x^2 \pm x^2}{2} = 3x^2; 2x^2$$

$$|x+1| = 3x^2 \quad |^1 2$$

$$x^2 + 2x + 1 = 9x^4$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 425 \\ \hline 725 \\ 50 \\ \hline 6,25 \end{array}$$

$$(\sqrt{6x^2} - |x+1|)^2 =$$

$$2 \cdot (\sqrt{5x^2} - |x+1|)^2 = 5x^4 -$$

$$(2,5x^2 - |x+1|)^2 = 6,25x^4 - 5x^2|x+1| + |x+1|^2$$

$$(2,5x^2 - |x+1|)^2 - 0,25x^4 = (2,5x^2 - |x+1|)^2 - (0,5x^2)^2$$

$$(2x^2 - |x+1|)(3x^2 - |x+1|) \geq 0$$

$$\text{Then } 2x^2 - x - 1 \quad x^2 - 1$$

$$(2x^2 - x - 1)(3x^2 - x - 1) \geq 0$$

$$f(x) = (2x^2 - x - 1)(3x^2 - x - 1) = 0$$

$$\sqrt{73} \approx 8,54$$

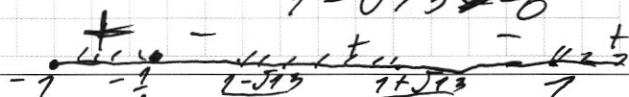
$$\sqrt{73} < 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = 1; -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$\sqrt{13} \approx 3,61$$

$$1 - \sqrt{13} \approx -2,61$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $M_0(53, 3)$

$$53^2 + 3^2 = R^2$$

$$3 + 9 = R^2$$

$$R_0 = \sqrt{12}$$

$N_0(6, -253)$

$$6^2 + 4 \cdot 3 = R_1^2$$

$$36 + 12 = R_1^2$$

$$R_1 = \sqrt{48} = 2\sqrt{12}$$



Min расстояние $R_1 - R_0 = \sqrt{12}$

2)
$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

$$x(2x^2 + x + 1)(3x^2 + x + 1) \geq 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 1-8 < 0 \\ D_2 &= 1-12 < 0 \end{aligned} \Rightarrow f(x) > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1)$$

$a=b \Rightarrow \begin{cases} by = a \\ 3ax = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{a}{b} \\ x = \frac{1}{3a} \end{cases}$ Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$

$$2ax - 2bx + by = a$$

$$a + 2ax = by - 2bx$$

$$a(1+2x) = b(y-2x)$$

$$a = by - 2bx$$

$$3bx + (a-b)b \cdot \frac{a-2(a-b)x}{b} = 6$$

$$18bx + (a-b)ab - 2(a-b)^2bx = 6$$

$$bx(18 - 2(a-b)^2) = 6 - (a-b)ab$$

мин. уравн. отн. $x \Rightarrow \begin{cases} b(18 - 2(a-b)^2) = 0 \\ 6 - (a-b)ab = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} b=0 \\ 18-2(a-b)^2=0 \Rightarrow \\ b=(a-b)ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ a-b=-3 \\ a-b=3 \end{cases}$$

~~$b=0$
 $a-b=3$
 $a-b=-3$~~

$$\begin{cases} b=0 \\ ab(a-b)=6 \\ a-b=3 \\ ab(a-b)=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ a-b=3 \\ a-b=-3 \\ ab(a-b)=6 \end{cases}$$

~~$b=0$
 $a-b=3$
 $a-b=-3$
 $ab(a-b)=6$~~

$$(b=0; a \in \mathbb{R}); (b=\frac{2}{3}; a=\frac{1}{3}); (b=\frac{8}{3}; a=-\frac{1}{3})$$

$$\begin{cases} a=b+3 \\ b^2+3b-2=0 \\ b=a+3 \\ a^2+3a+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b+3 \\ b=\frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{2} \\ b=a+3 \\ a=\frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{3 \pm \sqrt{15}}{2} \\ b=\frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} b=1; 2 \\ a=-2; -1 \end{cases}$

Ответ: $(a; b): (-2; 1); (-1; 2); (\frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}; \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2});$
 $(\frac{3 - \sqrt{15}}{2}; \frac{-3 - \sqrt{15}}{2})$

$$\begin{cases} 2(-3x + 6y) = -2 \\ 3x + (-3) \cdot y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x + 12y = -2 \\ 3x - 3y = 1 \end{cases}$$