

**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**  
**ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ**

**9 класс**

ВАРИАНТ 2

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рз  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке  $O(0; 0)$ . Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках  $M_0(\sqrt{3}; 3)$  и  $N_0(6; -2\sqrt{3})$  соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров  $a$  и  $b$ , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение  $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$ .
4. [6 баллов] Решите неравенство  $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$ .
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

это  $a \neq b$  и  $b \neq 0$ .

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \begin{cases} 2b(a-b)^2x + 6(a-b) \cdot by = ab(a-b) \\ 18bx + 6b(a-b)y = 6 \end{cases} \quad \downarrow - \\ x(ab(a-b)^2 - 18b) = ab(a-b) - 6 \end{aligned}$$

~~у~~  $x$  имеет бесконечное коли-во

решений, если коэф. перед  $x$  не равен 0, а  $ab(a-b) - 6 \neq 0$

$$ab(a-b)^2 - 18b = 0 \quad | \quad \text{т.к. } ab(a-b) - 6 \neq 0, \text{ то}$$

$$(a-b)^2 - 9 = 0 \quad | \quad 1) \quad b(b+3)(b-6) \neq 0$$

$$b^2 + 3b - 2 \neq 0, \quad b \neq \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 - 9 = 0 \quad | \quad 2) \quad b(b-3) \cdot (-3) - 6 \neq 0$$

$$b^2 - 3b + 2 \neq 0, \quad b \neq \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = 1, 2$$

$$a = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4b + 4 \cdot 9}}{2} = b \pm 3 \quad (\text{при этом } b \neq 0)$$

$$(ab(a-b) - 6)$$

Значит  $\begin{cases} a = b+3 \\ a = b-3 \end{cases}$ , где  $b \neq 0, b \neq 1, b \neq 2, b \neq \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

или

$$\begin{cases} 6b(a-b)x + 18by = 3ba \\ 6b(a-b)x + 2b(a-b)y = 2(a-b) \end{cases} \quad \downarrow -$$

$$y(18b - 2b(a-b)^2) = 3ba - 2(a-b)$$

$y$  имеет  $\infty$  коли-во значений при коэф. перед  $y$  равном 0 и  $3ba - 2(a-b)$  не равном 0.

$$\text{Значит } 18b - 2b(a-b)^2 = 0$$

$$9 - ba^2 + 2ab - b^2 = 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 - 9 = 0$$

$$a = b \pm 3, \quad \text{при этом}$$

$$3ab - 2(a-b) \neq 0, \quad -2a + 2b + 3ab \neq 0$$

$$1) \quad -2(b+3) + 2b + 3(b+3)b \neq 0 \quad 2) \quad -2(b-3) + 2b + 3(b-3)b \neq 0$$

$$b^2 + 3b - 2 \neq 0, \quad b \neq \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \quad b^2 - 3b + 2 \neq 0, \quad b \neq 1, 2$$



Значит, система имеет бесконечное  
 кол-во решений при

Ответ:  $\begin{cases} a = b + 3, \text{ где } b \neq 0, b \neq \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ a = b - 3, \text{ где } b \neq 0, b \neq 1, b \neq 2 \end{cases}$

N4

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0 \quad (1)$$

1.  $x \geq -1 \Rightarrow$  нер-во эквивалентно  $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$

2.  $x < -1 \Rightarrow$  нер-во эквивалентно  $6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 1 \geq 0$

Значит, нер-во (1) есть система

$$\begin{cases} 6x^4 - 5x^3 + x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x \geq -1 \\ 6x^4 + 5x^3 + x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x \geq -1 \\ 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x \geq -1 \\ 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x \geq -1 \\ 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ при } x < -1 \end{cases}$$

$$(x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \geq 0 \text{ при } x \geq -1$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0 \text{ при } x < -1$$

1 дв корней ур-я  $x = 1$

Ответ:  $x = 1$

N7

Решением системы является пара  $(0; 0)$ ,

т.к.  $(5)^2 + (-12)^2 = 169$  и  $|0+0+5| + |0-0+5| \leq 10$

Ответ:  $(0; 0)$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

для точек, ~~на~~ <sup>н(продолжении)</sup> находимся с под углом  $\delta$  от  $Ox$  против часовой координатой равно  $(\cos \delta; \sin \delta)$ .  
Скелеро ~~нормаль~~ по окр. радиусом  $R_n$ , т.е.  
для него координаты будут  $(R_n \cos \delta; R_n \sin \delta)$   
Значит,  $N_1(R_n \cos \delta_1; R_n \sin \delta_1)$ ,  $N_2(R_n \cos \delta_2; R_n \sin \delta_2)$ ,  
 $N_3(R_n \cos \delta_3; R_n \sin \delta_3)$

$$N_1(4\sqrt{3} \cdot 1; 4\sqrt{3} \cdot 0), N_2(4\sqrt{3} \cdot (-1/2); 4\sqrt{3} \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2})),$$

$$N_3(4\sqrt{3} \cdot (-0.5); 4\sqrt{3} \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2})).$$

$$N_1(4\sqrt{3}; 0), N_2(-2\sqrt{3}; 6), N_3(-2\sqrt{3}; -6)$$

$$\text{Ответ: } (4\sqrt{3}; 0), (-2\sqrt{3}; 6), (-2\sqrt{3}; -6)$$

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 \quad \sqrt{3}$$

~~нормаль~~  $x^3-16x+25 \geq 0$ , т.к. находится под корнем

$$x^2+3x-10 = (x-2)(x+5) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3-16x+25} = (x-2)(x+5)$$

Если  $x+5=0$ , тогда  $x=-5$ , при этом  $(-5)^3-16(-5)+25 = -125+80+25 = -20 < 0 \Rightarrow x \neq -5$  и  $x+5 \neq 0$ , значит

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3-16x+25} = x-2; \quad \sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 \\ x^3-16x+25 = 4(x-2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 \\ x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 \\ x^3-4x^2+9 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 & (1) \\ (x-3)(x^2-x+3) = 0 & (2) \end{cases}$$



№3 (продолжение)

Цз 2 ур-е:

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Проверим, какие корни подходят в 1 ур-во.

1)  $3^3 - 16 \cdot 3 + 25 = 27 - 48 + 25 = 4 > 0$  — подходит

Запомним, что  $4 > \sqrt{13} > 3$

2)  $\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16 \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) + 25 = \frac{1 + 3\sqrt{13} + 3(\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^3}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 =$   
 $= 5 + \frac{(\sqrt{13})^3}{8} + \frac{61}{8}\sqrt{13} + 17 > 22 + \frac{3^3}{8} - \frac{61 \cdot 4}{8} = 22 - 30,5 + \frac{27}{8}$

3)  $\left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16 \left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) + 25 = \frac{1 - 3\sqrt{13} + 3(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{13})^3}{8} - 8 + 8\sqrt{13} + 25 =$

$= 22 + \frac{61}{8}\sqrt{13} - \frac{(\sqrt{13})^3}{8} > 22 + \frac{61}{8}\sqrt{13} - \frac{64}{8} > 0$

корень подходит

2)  $3,61 > \sqrt{13} > 3,6$   $3,6^2 = 12,96$ ,  $3,61^2 = 13,0221$

$\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16 \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) + 25 = 22 + \frac{(\sqrt{13})^3}{8} - \frac{61\sqrt{13}}{8} > 22 + \frac{3,6^3}{8} - \frac{61 \cdot 3,61}{8} =$   
 $= 22 + \frac{46,656 - 223,524}{8} \approx 22 - \frac{176,868}{8} > 0$  — корень подходит

Ответ:  ~~$x = 3$~~ ,  ~~$x = 3$~~ ,  $\frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ ,  $\frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ .

№2

Система имеет бесконечно решений, когда  $x$  или  $y$  имеет бесконечно возможных значений.

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a & (1) \\ 3bx + (a-b)by = 1 & (2) \end{cases}$$

1. Если  $b = 0$ , то ур-е не имеет решений.

2. Если  $a = b$ , то система  $\begin{cases} by = a \\ 3ax = 1 \end{cases}$

либо не имеет решений (а=0),  
либо имеет 1 решение.

для  $a-b=0$  и  $b=0$  система имеет конечное число решений, поэтому считаем,



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

3. Пятёрки и единицы не „уникальны“, поэтому по формуле перестановок с повторениями най-во вариантов  $\frac{8!}{3! \cdot 3!}$

Итого вариантов  $\frac{8!}{3! \cdot 3!} + \frac{8!}{2! \cdot 3!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8!}{3! \cdot 3!} \left( \frac{2}{3!} + \frac{1}{2! \cdot 3!} + \frac{1}{3!} \right)$

$$= \frac{8!}{36} \left( \frac{2}{36} + \frac{1}{12} \right) = \frac{8! \cdot 5}{36} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5}{36} = 20 \cdot 40 \cdot 7 = 5600$$

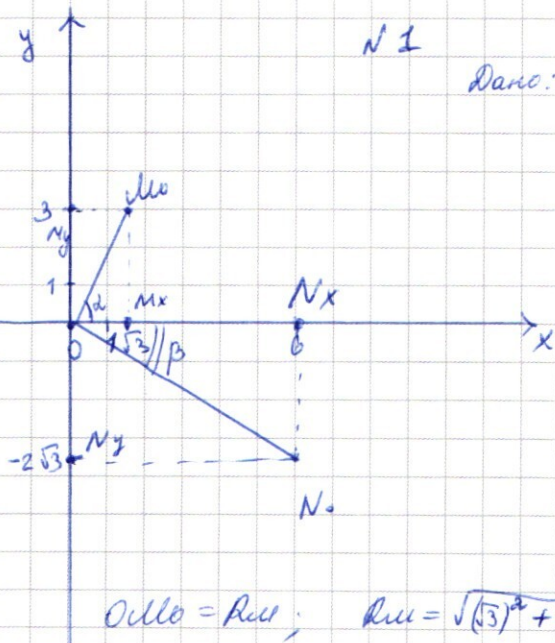
Ответ: 5600 чисел

№1

Дано:  $O(0,0)$ ,  $M_0(\sqrt{3}; 3)$ ,  $N_0(6; -2\sqrt{3})$

Введем угловую скорость для шестерни  $\omega_N$ , для синицы  $\omega_M$ .

По определению угловая скорость, умноженная на радиус, равна линейной скорости. Радиус шестерни  $R_N$ , радиус синицы  $R_M$ .



$OM_0 = R_M$ ;  $R_M = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$  по т. Пифагора,  $M_0$  лежит на окр. синицы  $\Rightarrow$

$N_0$  лежит на окр. шестерни, т.е.  $ON_0 = R_N \Rightarrow R_N = \sqrt{6^2 + (-2\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{3}$  по т. Пифагора

Т.к. линейные скорости шестерни и синицы равны, то  $\omega_M \cdot R_M = \omega_N \cdot R_N$ ;

$$2\sqrt{3} \omega_M = 4\sqrt{3} \omega_N;$$

$$\omega_M = 2 \omega_N$$



№1 (продолжение)

Пусть  $d$  — ~~расстояние~~ между  $L$

Пусть  $\angle MxOy = \alpha$ ,  $\angle NxOy = \beta$ .

Тогда т.к.  $\triangle MxOy$  и  $\triangle NxOy$  прямоугольные,  
то, ~~то~~  $\sin \alpha = \frac{My}{MO} = \frac{3}{4\sqrt{3}} = \frac{3}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ , значит

$$\alpha = 60^\circ,$$

$$\sin \beta = \frac{Ny}{NO} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 0,5 \Rightarrow \beta = 30^\circ.$$

$\theta_i$  — угол от  $Ox$  до  $i$  минимизации (против часовой)  
Заметим, что  $\min$  расстояние между

синусой и косинусом будет тогда, когда они будут  
на 1 градусе с  $O$ .

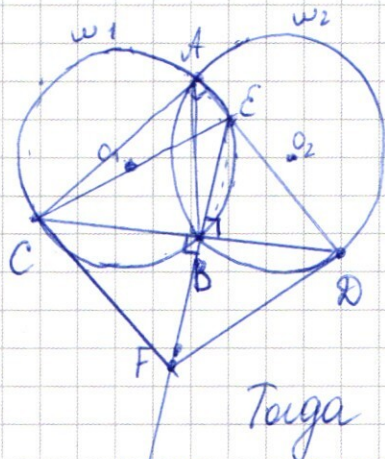
Т.к. они движутся в разные стороны часовой  
стрелки, то скорость их сближения будет ~~равна~~

$\omega_M + \omega_N = 3\omega_N$ . Угол между ними  $90^\circ$ ,  
 $\min$  расстояние между ними тогда, когда  
угол между ними  $0^\circ$ , т.е.  $\angle$   $\min$  расстояние  
будет, когда синус пройдет  $\frac{2\omega_N \cdot 90^\circ}{3\omega_N} = 60^\circ \Rightarrow$   
когда они будут на  $Ox$  ( $\theta_1 = 0^\circ$ ). После 1  
минимизации им предстоит суммарно  
пройти  $360^\circ$  до следующей минимизации,  
т.е. синус пройдет от пред. положения  $\frac{360^\circ \cdot 2\omega_N}{3\omega_N} = 240^\circ$  ( $\theta_2 = 120^\circ$ ). До следующей минимизации им пред-  
стоит пройти  $360^\circ$ , т.е. синус пройдет  $240^\circ$ ,  
значит  $\theta_3 = 240^\circ$ , следующая минимизация будет  
при  $\theta_4 = 0^\circ \Rightarrow$  цикл завершился. Найдем коор-  
динаты возможных минимизаций.  
Известно, что для единичной окружности



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6



Дано:  $r = 7$ ,  $\omega_1 = \text{окр}(O_1, r)$ ,  
 $\omega_2 = \text{окр}(O_2, r)$ ;  $\omega_1 \cap \omega_2 = \{A, B\}$   
 $C \in \omega_1$ ,  $D \in \omega_2$ ,  $B \in CD$   
 $\angle CAD = 90^\circ$ ,  $BF \perp CD$ ,  $BF = BD$   
 $CF = ?$

Решение

Пусть  $E = AD \cap BF$ .

Тогда  $BCAE$  вписанной четырехугольник,  
т.к.  $\angle CAE = \angle CBE = 90^\circ$ , т.е.  $\angle CAE + \angle CBE = 180^\circ$ .

Окружность однозначно задается 3 точками,  
не лежащими на 1 прямой. Точки  $A, B, C$  лежат  
на  $\omega_1 \Rightarrow$  точка  $E$  тоже лежит на  $\omega_1$ .

Из вписанности  $AECB$  следует, что  $\angle EAB = \angle ECB$  (углы они  
равны  $\alpha$ ). То же самое для  $\triangle ADB$ , вписанного в  $\omega_2$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = 2r \Rightarrow \sin \alpha = \frac{BD}{2r}.$$

$\triangle ECB$  прямоугольный, вписан в  $\omega_1 \Rightarrow EC$  - диаметр  $\Rightarrow$

$$\sin \alpha = \sin \angle ECB = \frac{EB}{2r} \Rightarrow \frac{BD}{2r} = \frac{EB}{2r} \Rightarrow BD = EB, \text{ а } BD = BF$$

по условию  $\Rightarrow BE = BF$

Рассмотрим  $\triangle CBE$  и  $\triangle CBF$

1) они прямоугольные

2)  $CB$  - общий

3)  $CB = BF \Rightarrow \triangle CBE \cong \triangle CBF$  по 2 катетам  $\Rightarrow$

$$CE = CF = 2r; CF = 14$$

Ответ:  $CF = 14$



Разделим 7000 на простые множители.

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

Раз мы имеем восьмизначное число, произведение цифр которых 7000, то цифра - десятки 7000.

Десятки 7000, то являющиеся цифрами: 1, 2, 4, 8, 5, 7.

(7000/3, 7000/6, 7000/9). Значит, искомым числом состоят из 1, 2, 4, 5, 7 и 8. При этом 7 входит в

7000 <sup>в 1 степени</sup> ~~в 1 степени~~  $\Rightarrow$  в искомым числе встречается 1 раз;

5 входит в 7000 в 3 степени  $\Rightarrow$  в искомым

числе 3 пятёрки. Рассмотрим возможные случаи вхождения двойки в искомым число:

$$2, 2, 2 \mid 2, 4 \mid 8 \Rightarrow$$

возможные наборы цифр искомого числа:

$$1. 5, 5, 5, 7, 2, 2, 2, 1$$

$$2. 5, 5, 5, 7, 2, 4, 1, 1$$

$$3. 5, 5, 5, 7, 8, 1, 1, 1.$$

Посчитаем кол-во возможных чисел для каждого набора.

1. Перестановок всего  $8!$ , при этом перестановки одинаковые кол-во. Но 5 пятёрки и двойки одинаковые, т.е. не в этом случае перестановки пятёрки и двойки как бы уникальные, значит для удаления от уникальных перестановок надо  $8!$  поделить на  $3!$  (т.к. число, в котором пятёрки в).

1. Но так как 1 пятёрки и двойки не "уникальные" цифра, то по формуле перестановок с повторениями кол-во вариантов для этого набора  $\frac{8!}{3! \cdot 3!}$

2. Пятёрки и единицы не уникальные, т.е. по формуле перестановок с повторениями  $\frac{8!}{2! \cdot 3!}$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5) \quad \text{с } x^2 + 3x - 10$$

$$8 - 25 = -33 \quad \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{matrix} 2 \\ -5 \end{matrix} \quad x^3 - 16x + 25 \geq 0$$

1)  $x + 5 = 0, \quad x = -5$

$$x^3 - 16x + 25 = -125 + 80 + 25 = -20$$

$\Rightarrow x \neq -5$

$$27 + 29 = 56$$

$$\frac{18}{3} = 6$$

$$64 + 29 = 93$$

$$\frac{18}{4} = 4.5$$

$$8 + 72 = 80$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x - 2$$

$$\sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x-2)$$

$$27 - 48 + 25 = 4$$

$$x^3 - 16x + 25 \geq 0$$

$$8 - 16 = -8$$

$$8$$

$$27 - 12 + 9 = 24$$

$$x^3 - 16x + 25 = (x-2)^2$$

$$x^3 - 18x + 29 = 0$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$27 - 4 = 23$$

$$x^2(x-4) + 9 = 0$$

$$x = 3$$

$$\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^3 - 8\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right) + 25 =$$

$$= \frac{1-3\sqrt{13}+39-(\sqrt{13})^3}{8} - 8 + 8\sqrt{13} + 25 = 17$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 9 \mid x-3 \\ x^3 - 3x^2 \\ \hline -x^2 + 9 \end{array}$$

$$-x^2 + 9$$

$$-x^2 + 9$$

$$-3x + 9$$

$$-3x + 9$$

$$(x-3)(x^2-x-3) = x^3 - x^2 - 3x + 9$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{13} < 4$$

$$\frac{76}{8}$$

$$\frac{1+3\sqrt{13}+39+(\sqrt{13})^3}{8}$$

$$\sqrt{13} > 3$$

$$\frac{1+12+39+64}{8} + 17 - 8 = 27$$

$$\frac{1+(\sqrt{13})^3}{8} - \frac{61}{8}\sqrt{13} + 22 < \frac{64}{8} - \frac{61 \cdot 3}{8} + 22$$

$$-13^3 = -64$$

$$-8 - 8\sqrt{13} + 25 = 17 - 8\sqrt{13}$$

$$-8 \cdot 4 = -32$$

$$30$$



$$\begin{array}{r} 2 \\ 3,5 \\ \underline{3,5} \\ 175 \\ \underline{105} \\ 1425 \\ \underline{85} \\ 6125 \\ \underline{3675} \\ 42875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 36 \\ \underline{36} \\ 216 \\ \underline{108} \\ 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 37 \\ \underline{37} \\ 259 \\ \underline{111} \\ 1369 \end{array}$$

$$3,7 > \sqrt{3} > 3,6$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 12,56 \\ \underline{3,6} \\ 7776 \\ \underline{3888} \\ 46556 \end{array}$$

$$22 + \frac{3,6^3}{8} - \frac{61 \cdot 3,7}{8}$$

$$3,5 \quad 22,5,700$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 9 \quad 10 \\ 22,5,700 \\ \underline{46656} \\ 779,044 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,61 \\ \underline{1,61} \\ 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21,06,6,10,0 \\ \underline{220,270} \\ 46,656 \\ \underline{173,524} \end{array}$$

$$6x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 1 \mid x - 1$$

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 6x^3 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ x^3 + x^2 \\ \underline{2x^2 - 3x} \\ 2x^2 - 2x \\ \underline{-x + 1} \end{array}$$

$$6x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \mid x + 1$$

$$\begin{array}{r} 6x^4 + 6x^3 \\ \underline{+x^3 - 4x^2} \\ x^3 - x^2 \\ \underline{-3x^2 + 7x} \\ -3x^2 + 3x \\ \underline{-x + 1} \end{array}$$

$$48 + 4 - 6 - 1$$

$$-48 + 4 + 6 - 1$$

$$(10-5)^2 + (24-12)^2$$

$$|10+24+5| + |10-24+5|$$

$$3(b+3)b - 6 = 0$$

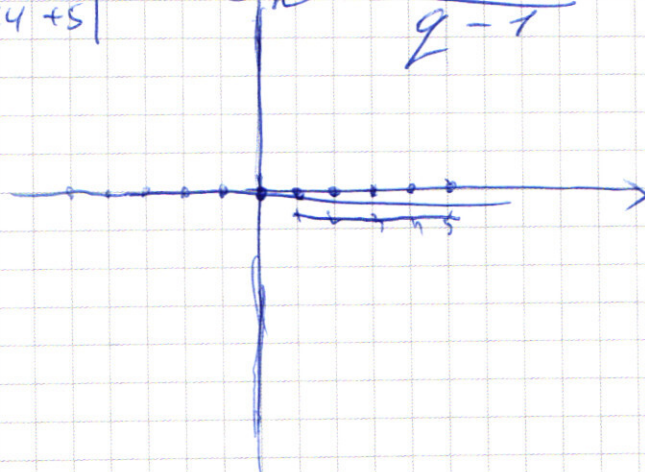
$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$b = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{2}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{8} + \frac{12}{8} - 1 + 1$$

$$3x(2x^2 - 1)$$

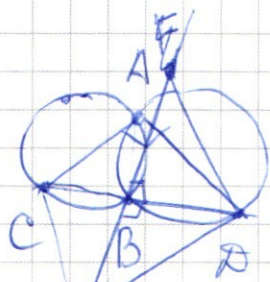
$$S_n = \frac{b_1(2^n - 1)}{2 - 1}$$





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

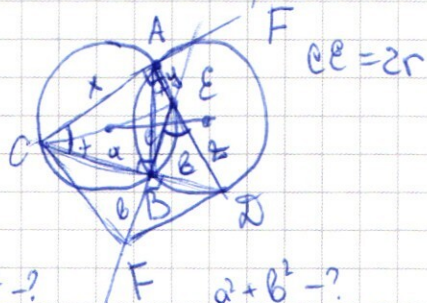
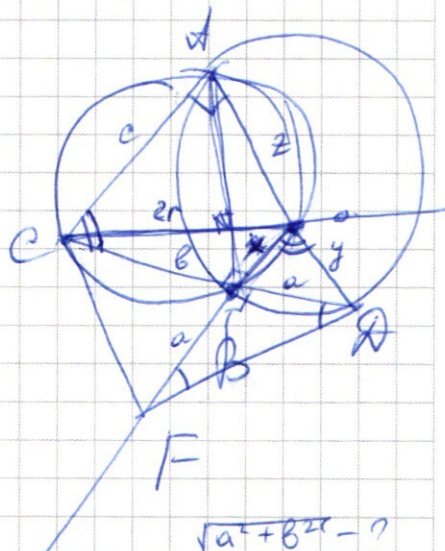
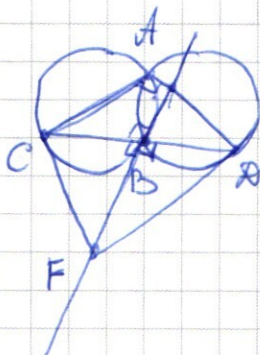
$$r=7$$



$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = BD$$

CF-?



$$a^2 + b^2 = ?$$

$$a^2 + b^2 = ?$$

$$a^2 + c^2 = 4r^2$$

$$x^2 + y^2 = 4r^2$$

$$c^2 + z^2 = 4r^2$$

$$x^2 + (y+z)^2 = (a+b)^2$$

$$\frac{c}{b} = \frac{x}{y+z}$$

$$y+z = \frac{b}{c}x$$

$$a^2 + c^2 = 4r^2$$

$$b^2 + c^2 =$$

$$\sin \alpha = \frac{c}{2r}$$

$$\frac{b}{\sin \alpha} = 2r$$

$$b = c$$

$$b = c \Rightarrow CF = 2r$$

$$x = \sqrt{4r^2 - b^2}$$

$$y = \sqrt{4r^2 - b^2 + a^2}$$

$$c^2 + z^2 = 4r^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + z^2 + y^2 + 2zy$$

$$\frac{a}{y} = \frac{z+y}{a+b} \quad \& \quad a(a+b) = zy + y^2$$

$$zy = a(a+b) - 4r^2 + b^2 - a^2 c$$

$$= b^2 + ab - 4r^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 4r^2 + 4r^2 - b^2 + a^2 + 2b^2 + 2ab - 4r^2$$

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^1$$

$$1$$

$$2$$

$$5$$

$$7$$

$$4 = 2^2$$

$$8 = 2^3$$

(32) генетическая

$$55572221$$

$$55574211$$

$$55578111$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} \quad 3! = 6$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} + \frac{8!}{3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = 8! \left( \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{12} \right) =$$

$$= \frac{8! \cdot 5}{36} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5}{36} =$$

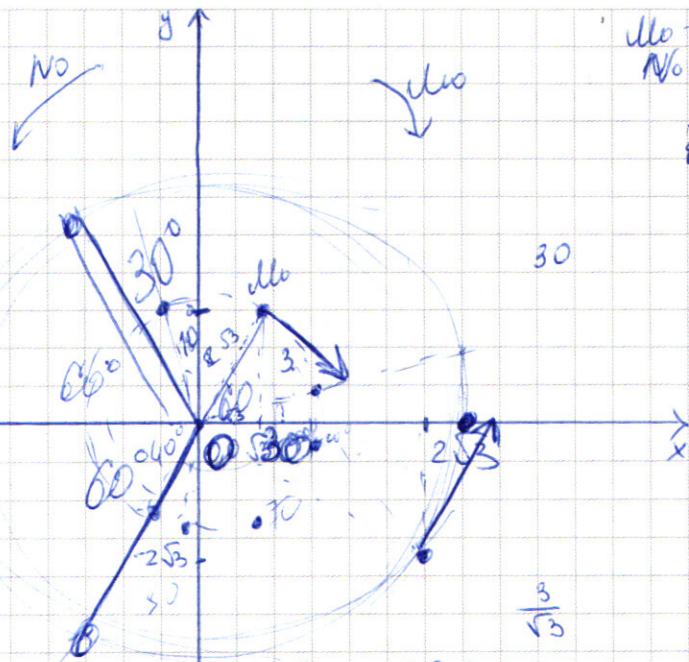
$$N5 = 5600$$

сн

сн



1 +  
2 ?  
3  
4  
5 +  
6 +  
7



Mo - единица  
No - вектор

48 = 163

$$R_{u1} = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$R_N = \sqrt{36+12} = 4\sqrt{3}$$

$$\omega_M R_{u1} = \omega_N R_N =$$

$$\omega_{u1} = 2\sqrt{3} = \omega_N \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\omega_{u1} = 2\omega_N$$

$$\omega_N = \omega_0$$

$$\omega_{u1} = 2\omega_0$$

$$\varphi_{u1} = \varphi_N = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\varphi_{u1} = 30^\circ$$

$$\varphi_{u1} = 00^\circ$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{6}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \cos$$

$$(4\sqrt{3} \cdot \cos 340^\circ, 4\sqrt{3} \cdot \sin 340^\circ)$$

$$(4\sqrt{3} \cdot \cos 100^\circ, 4\sqrt{3} \cdot \sin 100^\circ)$$

$$(4\sqrt{3}, 0)$$

$$(4\sqrt{3} \cdot \cos 120^\circ, 4\sqrt{3} \cdot \sin 120^\circ)$$

$$(4\sqrt{3} \cdot \cos 240^\circ, 4\sqrt{3} \cdot \sin 240^\circ)$$



∞ npi

$$\cos 120 = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 240 = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 240 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)6y = 1 \end{cases}$$

$$y = \frac{a - 2(a-b)x}{6}$$

$$y = \frac{a}{6} - \frac{2}{3}(a-b)(1 - (a-b)ab)$$

$$3bx + \frac{(a-b)6 \cdot (a - 2(a-b)x)}{6} = 1$$

$$3bx + \frac{(a-b)ab + (a-b)^2 2bx}{6} = 1$$

$$18bx + (a-b)ab - (a-b)^2 2bx = 1$$

$$2b(a-b)^2x + 6(a-b)6y = 2bx(9 - (a-b)^2) = 1 - (a-b)ab$$

$$18bx + 6b(a-b)y = 6$$

$$x = \frac{1 - (a-b)ab}{2b(9 - (a-b)^2)}$$

$$2b(a-b)^2x - 18bx = ab(a-b) - 6$$

$$\text{Если } 2b(a-b)^2 - 18b = 0, \quad ab(a-b) - 6 \neq 0$$

$$1) b = 0, \quad a \text{ не может}$$

$$2) a^2 + b^2 - 2ab - 18 = 0$$

$$a = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4b^2 - 18}}{2} = b \pm \sqrt{18} = b \pm 3\sqrt{2}$$

$$\text{и } a \neq 0$$

$$a^2b - ab^2 - 6 = 0$$

$$a = \frac{b^2 \pm \sqrt{b^4 - 24b}}{2b}$$

$$b(b + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{6} - 6 = 0$$

$$b(b + 3\sqrt{2}) - \sqrt{2} = 0$$

$$b^2 + 3\sqrt{2}b - \sqrt{2} = 0$$

$$b = \frac{-3\sqrt{2} \pm \sqrt{9 \cdot 2 + 4\sqrt{2}}}{2}$$