

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{a}{12} - \frac{a+b}{4}x \\ y = \frac{1}{(a+b)b} - \frac{4}{a+b}x \end{cases}$$

Чтобы иметь бесконечное кол-во решений,
прямые должны совпадать, т.е.:

$$\begin{cases} \frac{a}{12} = \frac{1}{(a+b)b} \\ -\frac{a+b}{4} = -\frac{4}{a+b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab(a+b) = 12 \\ (a+b)^2 = 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \\ a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3; 1 \\ b=1; 3 \\ a=-2 \pm \sqrt{7} \\ b=-2 \mp \sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: Пары $(a; b)$: $(3; 1), (1; 3), (-2+\sqrt{7}; -2-\sqrt{7}), (-2-\sqrt{7}; -2+\sqrt{7})$

№3 $(x+3) \sqrt{x^3 - x + 10} = x^2 + 5x + 6$

$$(x+3) (\sqrt{x^3 - x + 10} - (x+2)) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^3 - x + 10} = x+2 & \text{— решим, а затем проверим корни} \\ x^3 - x + 10 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x^3 - x + 10 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{x = -3}$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^3 - x^2 - 5x^2 + 6 = 0$$

$d = \pm 3; \pm 2; \pm 1$, $L = 2$, поделим уравнение и получим:

$$(x-2)(x^2+x-3) = 0$$

$$\underline{x=2} \quad \text{или} \quad x^2+x-3=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Проверка:

Условия:

$$\begin{cases} 1) x^3 - x + 10 \geq 0 \\ 2) x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

1) $x=2$, подходит.

2) $x = \frac{-1-\sqrt{13}}{2}$, не подходит по улу $x+2 \geq 0$.

3) $x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \approx 1,3$, подходит по $x+2 \geq 0$;
 $1,3^3 - 1,3 + 10$, 10 больше +1,3, а $1,3^3$ - положительное,
 корень подходит.

Ответ: $x = -3; 2; \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

$$\text{N4. } 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 | x-1 | + 1 \geq 0$$

$$1) \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2(2x^2 - 3x + 3) + (x-1)^2 \geq 0 \end{cases}$$

$\uparrow$ положительн $\uparrow$ $\uparrow$ всегда больше или равно нулю

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -15, \text{ а старший член положительн } \Rightarrow$$

никогда больше нуля

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

строго больше нуля $\Rightarrow x \in [1; +\infty)$

$$2) \begin{cases} x \leq 1 \\ 2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 - 3x^2 + 1 \geq 0 \end{cases}$$

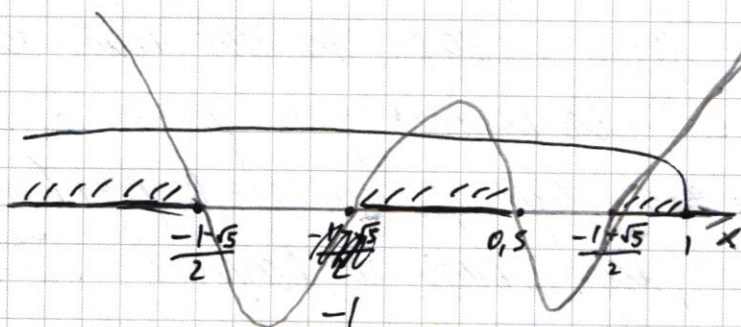
$D = \pm 1$, $\Delta = -1$, ур-ние разложим, получим

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ (x+1)(2x^3 + x^2 - 3x + 1) \geq 0 \end{cases}$$

$D = \pm \frac{1}{2}$, $\Delta = \frac{1}{2}$, разложим ур-жение:

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ (x+1)(x - \frac{1}{2})(2x^2 + 2x - 2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ (x+1)(x - \frac{1}{2})(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}) \geq 0 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1]$$

поэтому по п. 1 и п. 2

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty)$$

Ответ: $(-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty)$

N1.

1) Найдём радиусы окружностей.

$$R_x = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$$

$$R_M = \sqrt{(-1)^2 + \sqrt{3}^2} = 2$$

2) Перейдём в полярную систему координат, где
Найдём начальные углы:

$$\alpha_x = \arctan \frac{2}{2\sqrt{3}} = 30^\circ$$

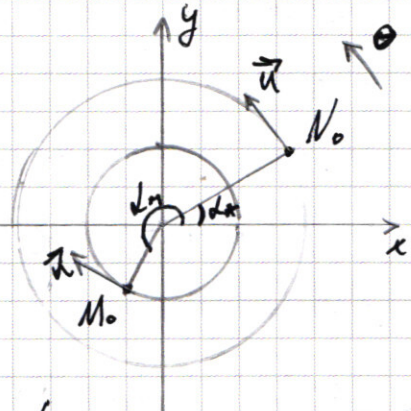
$$\alpha_M = \arctan \frac{1}{-\sqrt{3}} = 240^\circ$$

3) Найдём соотношения угловых
скоростей.

$$\omega_x = \frac{u}{R_x}$$

$$\omega_M = \frac{-u}{R_M}$$

$\Rightarrow -2\omega_x = \omega_M \Rightarrow$ Жук пройдёт $\frac{1}{3}$ пути между ними, и
муравей $\frac{2}{3}$.



4) Разница между нач. углами (расстояние m_{11} , когда $\varphi_x = \varphi_M$)

$\Delta = \alpha_M - \alpha_x = 210^\circ$, из п.3 следует, что жук пройдёт 70° ,
т.е. первая встреча будет в угле $70^\circ + \alpha_x = 100^\circ$.

4.2) Теперь разница 360° , жук пройдёт 120° , встреча в $100^\circ + 120^\circ = 220^\circ$.

4.3) Разница снова 360° , жук пройдёт 120° , встреча в $220^\circ + 120^\circ = 340^\circ$.

4.4) Следующая встреча будет снова в 100° , а далее будет в тех же
местах встречи.

5) Найдём координаты жука в местах встречи в полярной СК
радиус = const = $R_x = 4$.

а) $(4; 100^\circ)$ б) $(4; 220^\circ)$ в) $(4; 340^\circ)$

Ответ: $(4; 100^\circ), (4; 220^\circ), (4; 340^\circ)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

1) Разложим на 8 множителей число 1400.

$$1400 = 2 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1,$$

получим набор цифр из которых можно составить
большее значение число.

2) Найдем кол-во чисел, используя формула числа сочетаний.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \text{ где } n=8, \text{ число всех цифр, } k=4, \text{ число разниц.} \\ \text{Нова цифр.}$$

$$C_8^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70.$$

Ответ: 70 чисел

№7. $|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = 25 = 5^2$$

1) Рассмотрим первое кер. во. Подмодульные ф-ии: одно возр.,
другое убывает. $\Rightarrow$ сумма максимальна при равенстве.

$$|x-3-y| = |x-3+y|$$

a) $x-3-y = x-3+y \Rightarrow y=0$

b) $x-3-y = -x+3-y \Rightarrow x=3$

2) Подставим полученные значения во второе.

a) $(x-3)^2 + (-4)^2 = 25 \Rightarrow x = 0; \pm 6.$

$$(x-3)^2 = 9$$

$$2) 0^2 + (|y|-4)^2 = 25 \Rightarrow y = \pm 9.$$

3) ~~Наложим ограничения~~ проверим полученные точки

a) $y = 0.$

1) $x = 3$

$$|0 - 3 - 0| + |0 - 3 + 0| \leq 6 \quad - \text{OK}$$

2) $x = 6$

$$|6 - 3 - 0| + |6 - 3 + 0| \leq 6 \quad - \text{OK}$$

3) $| -6 - 3 - 0| + | -6 - 3 + 0| \leq 6 \quad - \text{Нет.}$

б) $x = 3$

1) $y = 9.$

$$|3 - 3 - 9| + |3 - 3 + 9| \leq 6 \quad - \text{Нет}$$

2) $y = -9$ - симметрично нет.

г) Итого: $x = 0 \quad y = 0$

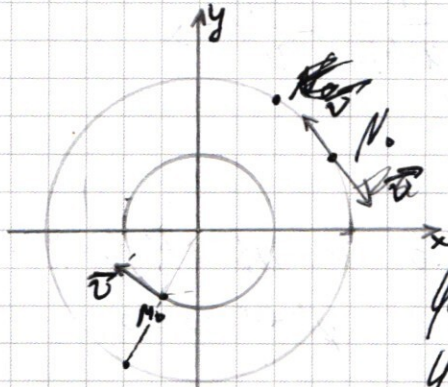
$x = 6 \quad y = 0$

Ответ: $(6; 0), (0; 0)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(-1; \sqrt{3}) \quad \sqrt{(-1)^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{1+3} = 2$$

$$(2\sqrt{3}; 2) \quad \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{4 \cdot 3 + 4} = 4$$



$$L = 2$$

$$p_* = 4$$

$$p_H = 2$$

$$\varphi_* = \omega_* t + \varphi_{0*}$$

$$\varphi_H = \omega_H t + \varphi_{0H}$$

$$\varphi_{0*} = \arctan \frac{\sqrt{3}}{-1} = \arctan -\sqrt{3} = 240^\circ$$

$$\varphi_{0H} = \arctan \frac{2}{2\sqrt{3}} = \arctan \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$

$$\omega_* t + 240^\circ = \omega_H t + 30^\circ$$

$$\frac{-\omega_* t}{2} + 240^\circ = \frac{\omega_H t}{2}$$

$$240^\circ = \frac{\omega_* t}{4} + \frac{\omega_H t}{2} = \frac{3\omega_* t}{4}$$

$$280^\circ = \frac{\omega_* t}{4}$$

$$-2\omega_* t + 240^\circ = \omega_* t$$

$$70^\circ R = \omega_* t R$$

$$210^\circ \quad 140^\circ / 70^\circ$$

$$100^\circ$$

$$240^\circ / 120^\circ$$

$$220^\circ$$

$$340^\circ$$

$$240^\circ / 120^\circ$$

$$100^\circ$$

$$110^\circ$$

$$220^\circ$$

$$340^\circ$$

$$y = 4 \cdot \sin 100^\circ$$

$$x = 4 \cdot \cos 100^\circ$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a \quad 240^\circ / 120^\circ$$

$$\sin 100^\circ = \sin(10^\circ + 90^\circ) =$$

$$= \sin 10^\circ \cdot \cos 90^\circ + \cos 10^\circ \cdot \sin 90^\circ$$

$$\cos(30^\circ + 60^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\cos(a+b) = \sqrt{1 - \sin^2(a+b)}$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 a \cos^2 b + \sin^2 b \cos^2 a}$$

$$\sin^2 a + \cos^2 b + \sin^2 a \cos^2 b + \sin^2 b \cos^2 a$$

$$\sin^2 a (1 + \cos^2 b) + \cos^2 a (1 + \sin^2 b) \quad D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{begin} = -1$$

$$\text{пр.} = -3$$

$$2) \quad \begin{cases} 3(a+b)x + 12y = 0 \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

$$y = \frac{a - 3(a+b)x}{12} = \frac{a}{12} - \frac{(a+b)}{4}x$$

$$y = \frac{1 - 4bx}{(a+b)b} = \frac{1}{(a+b)b} - \frac{4}{a+b}x$$

$$\begin{cases} \frac{a}{12} = \frac{1}{(a+b)b} \\ \frac{a+b}{4} = \frac{4}{a+b} \end{cases}$$

$$(a+b)^2 = 16$$

$$ab(a+b) = 12$$

$$u = a+b \quad v = ab \quad D = 1 + 12 = 13$$

$$u^2 + v - 3 = 0$$

$$\begin{cases} u^2 = 16 \\ uv = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 4 & u = -4 \\ -4v = 12 & 4v = 12 \end{cases}$$

$$v = -3 \quad v = 3$$

$$\begin{cases} a+b = 4 \\ ab = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = +4 \\ ab = +3 \end{cases} \quad \boxed{3 \atop 1}$$

$$a = -3; -1$$

$$b = -1; -3$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \pm 2; \pm 3$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

$$(x+3) \sqrt{x^3 - x + 10} = x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

$$(x+3) (\sqrt{x^3 - x + 10} - x - 2) = 0 \quad x = -3$$

$$x+3 = 0 \quad \text{или} \quad \sqrt{x^3 - x + 10} = x+2$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^2 + x^2 - 2x - 3x^2 | x-1 | + 1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

~~$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$$~~

~~$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$$~~

~~$$2 \cdot \frac{1}{2^4} - 3 \cdot \frac{1}{2^3} + 4 \cdot \frac{1}{2^2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 \geq 0$$~~

~~$$\frac{1}{2^4} - \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^2} - \frac{2}{2} + 1 = \frac{1}{16} - \frac{3}{8} + 1 - 1 + 1 = \frac{1}{16} - \frac{6}{16} + \frac{16}{16} = \frac{11}{16} > 0$$~~

~~$$2 \cdot \frac{1}{2^4} + 3 \cdot \frac{1}{2^3} - 4 \cdot \frac{1}{2^2} + 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} - 1 + 1 - 1 = \frac{1}{8} + \frac{6}{8} - \frac{8}{8} = \frac{-1}{8} < 0$$~~

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \quad | \quad x+1 \\ \underline{2x^4 + 2x^3} \\ -x^3 - 2x^2 \\ \underline{x^2 + x^2} \\ -3x^2 - 2x \\ \underline{-3x^2 - 3x} \\ x + 1 \end{array}$$

$$2x^3 + x^2 - 3x + 1$$

~~$$2x^3 + x^2 - 3x + 1$$~~

$$2 \cdot \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^2} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{6}{4} + \frac{4}{4} = \frac{-4}{4} = -1 < 0$$

~~$$\frac{1}{2^3} - \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2} - 2 + 1 = \frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 2 - 2 + 1 = \frac{1}{8} - \frac{6}{8} + \frac{16}{8} = \frac{11}{8} > 0$$~~

$$x \geq 1$$

$$2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 3) + (x-1)^2 \geq 0$$

~~$$x^2 - 3x + 3$$~~

$$2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 - 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + (x-1)^2 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 + 3x - 3) + (x-1)^2 \geq 0$$

~~$$2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 1$$~~

~~$$2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 1$$~~

$$2 - 3 - 2 + 2 + 1 = 0$$

~~$$2 - 3 - 2 + 2 + 1$$~~

$$9 - 24 = -15$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 - 3x + 1 \quad | \quad x - \frac{1}{2} \\ \underline{2x^3 - x^2} \\ 2x^2 - 3x \\ \underline{2x^2 - x} \\ -2x + 1 \\ \underline{-2x + 1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \quad | \quad x+2 \\ \underline{2x^4 + 4x^3} \\ -x^3 - 2x^2 \\ \underline{-x^3 - 2x^2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \quad | \quad x+1 \\ \underline{2x^4 + 2x^3} \\ -x^3 - 2x^2 \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -x^2 - 2x \\ \underline{-x^2 - x} \\ -x + 1 \\ \underline{-x - 1} \\ -2 \end{array}$$

a b c d e f g h
 2; 2; 5; 5 ; 2; 7 ; 1; 1

3x2 + 2x5; 7; 2x1

$$1 |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$2 (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$-5 \leq x-3 \leq 5 \quad -5 \leq |y|-4 \leq 5$$

$$-1 \leq x \leq 5$$

$$-1 \leq |y| \leq 9$$

$$y \in [-9, 9]$$

$$-2 \leq |x| \quad x \in [-\infty, -2] \cup [2, \infty)$$

$$5 \geq |x| \quad x \in [-5, 5]$$

$$x \in [-5, -2] \cup [2, 5]$$

$$|x-3-y| \leq 6$$

$$x \geq y+3$$

$$x \geq 3-y$$

$$-x+3-y \leq 6 \quad x-3-y \leq 6$$

$$x-3+y \leq 6$$

$$x-y \leq 9$$

$$x+y \leq 9$$

$$|x-3-y| \leq 6$$

$$|x-3+y| \leq 6$$

$$|x-3-y| \leq |x-3+y|$$

$$-xy + 3y - xy + 3y \leq xy - 3y + xy - 3y$$

$$-2xy + 6y \leq 2xy - 6y$$

$$12y \leq 4xy$$

$$3y - xy \leq 0$$

$$\begin{cases} y(3-x) \leq 0 \\ y(3-x) \geq 0 \end{cases}$$

$$y(3-x) = 0$$

$$\begin{cases} x=3 \text{ or } y=0 \\ y=\pm 9, \pm 4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x \ 33 \\ 33 \\ \hline 99 \\ + 99 \\ \hline 1089 \end{array} \quad \begin{array}{r} x \ 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ + 105 \\ \hline 280 \end{array} \quad \begin{array}{r} x \ 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ + 108 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\sqrt{5} \approx$$

$$\begin{array}{r} x \ 217 \\ 217 \\ \hline 329 \\ + 329 \\ \hline 658 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ 2,2 \\ 2,2 \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ 2,5 \\ 2,5 \\ \hline 125 \\ + 125 \\ \hline 250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ + 50 \\ \hline 175 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$x-(y+3)$$

$$x-(y-3)$$

$$y+3 \quad ? \quad y-3$$

$$x \leq y-3$$

$$-x+y+3+x+y-3 \leq 6$$

$$x \geq 0 \rightarrow y \geq 3$$

$$(|x|-3)^2 = 24$$

$$|x|-3 = 2\sqrt{6}$$

$$|x|-3 = -2\sqrt{6}$$

$$|x| = 3+2\sqrt{6}$$

$$|x| = 3-2\sqrt{6}$$

$$3-2\sqrt{6}$$

$$x = \pm(3+2\sqrt{6})$$

$$|x-6| + |x| \leq 6$$

$$3-2\sqrt{6}$$

$$2\sqrt{6}+3+2\sqrt{6}+3 \leq 6$$

$$+3+2\sqrt{6}+6+3+2\sqrt{6}$$

$$4\sqrt{6} \leq 6$$

$$3+2\sqrt{6}-6+3+2\sqrt{6} \leq 6$$

$$2\sqrt{6} \leq 3$$

$$6 \leq 4 \quad 24 \leq 9$$

$$(x-(3+y))^2 + (x-(y-3))^2 \leq 6^2$$

$$|x-3| \leq 3$$

$$(2x-(y+3))^2 + (y-3)^2 \leq 6^2$$

$$-3 \leq x-3 \leq 3$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$y = \pm 3 \quad |y| \leq 3 \quad y \in [-3, 3]$$

$$(|x|-3)^2 = 9$$

$$x-3-y = x+3+y$$

$$y=0$$

$$x-3-y = -x+3-y$$

$$x=3$$

$$|x|-3=3$$

$$|x|-3=3-3$$

$$x=0$$

$$(6,0)$$

$$|x| - 3 = 3 \quad |x| \neq 3 \rightarrow 3$$

$$x = \pm 6$$

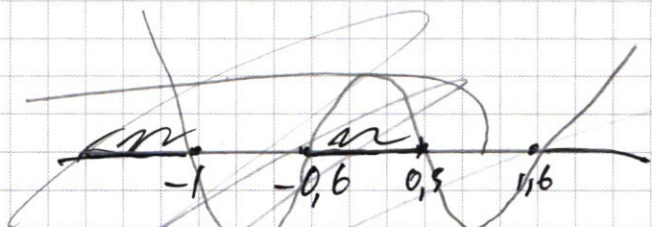
$$x = 0$$

$$|-9| + |-9| \leq 6$$

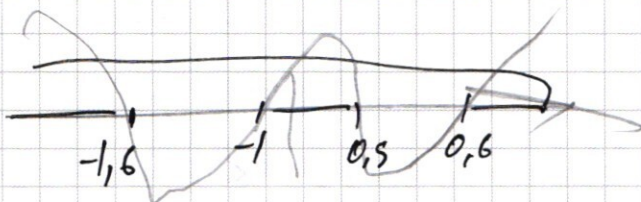
~~18~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x = -1; \frac{1}{2}; 1,6; -0,6$$



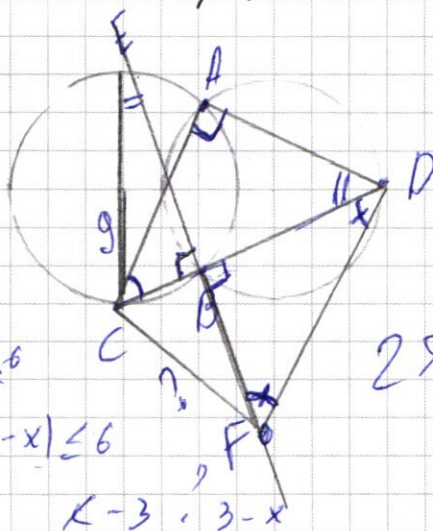
$$(x+1)(x-2)(x-0,5)(x+1) \geq 0$$



$$159^\circ$$

$$140^\circ/70^\circ$$

$$140^\circ = \odot$$



$$|y+3-x| + |y+x-3| \leq 6$$

$$|y-(x-3)| + |y-(3-x)| \leq 6$$

$$x-3, 3-x$$

$$2x \leq 6$$

$$x^2 + x - 1 \geq 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ 22 \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$3,2$$

$$1,6$$

$$1 - 2,1 = -\frac{1,1}{2} = -0,55$$

$$\frac{-1 - 2,2}{2} = -1,6$$

$$\frac{-1 + 2,2}{2} = 0,6$$

$$(13 \ 13)$$

$$3!$$

$$6!$$

$$12!$$

$$k!(n-k)!$$

$$3!$$

$$2!(3-2)!$$

$$= 3$$

$$4^4$$

$$8^4$$

$$8!$$

$$4!(8-4)!$$

$$= \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4! \cdot 4!}$$

$$= \frac{25 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 4}$$

$$= 70$$



черновик



чистовик

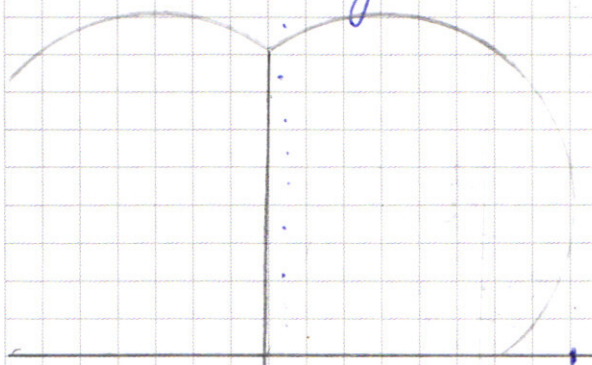
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$2(|x-3|)^2 + (|y|-4)^2 = 25$$



$$x, y \geq 0 \quad I$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$$

$$x, y < 0 \quad III$$

$$(x+3)^2 + (y+4)^2 = 5^2$$

$$x \geq 0, y < 0 \quad IV$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 5^2$$

$$x < 0, y \geq 0 \quad II$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$$

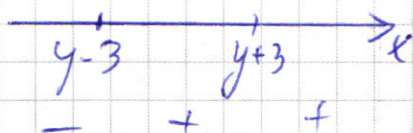
$$|x-3-y| \leq 6$$

$y = \text{const}$

$$|x-(3+y)| + |x-(y-3)| \leq 6$$

$$x-3-y=0$$

$$x=3+y \quad x=y-3$$



$$x \leq y-3$$

$$-x+3+y \leq x+3-y \leq 6$$

$$-2x \leq 0 \quad \boxed{x \geq 0} \quad 1)$$

$$0 \leq y-3 \quad \boxed{y \geq 3}$$

$$1) \quad \boxed{0 \leq x \leq y-3}$$

$$x+3+y+x-3+y \leq 6$$

$$\boxed{y \leq 3}$$

$$x-3-y+x-3+y \leq 6$$

$$y+3 \leq x \leq 6$$

$$y \leq 3$$

$$\boxed{\begin{array}{l} y-3 \leq x \leq y+3 \\ y \leq 3 \\ x \leq 6 \end{array}}$$

$$y \leq 3$$

$$y-3 \leq y+3$$

$$0 \leq 6$$

$$\boxed{-6y} \quad \boxed{y^2-18}$$

$$x^2-3x-xy-3x+3y+xy+9+3y+y^2$$

$$x^2-6x+3y+3y+y^2+x^2+y^2-6x-6y-6y-6x$$

$$2x^2+2y^2-12x+2y \quad ||1)$$

$$x^2+y^2-6xy+|(x-3)^2-y^2| \leq 18$$

$$|(x-3)^2-y^2| \leq 18+6xy-x^2-y^2$$

$$|(x-3)^2-y^2|$$

$$x^2+y^2-6xy-18 \leq 0$$