

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)y = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 2.

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

Если $(a+b) \cdot b \neq 0$, то тогда каждое уравнение с-мы мы можем привести к виду $y = kx + m$

$$\begin{cases} y = \frac{a+b}{4}x - \frac{1}{12}a \\ y = \frac{4}{a+b}x - \frac{a}{(a+b)b} \end{cases}$$

$(y = k_1x + m_1)$
Первое уравнение — это уравнение прямой l_1
 $(y = k_2x + m_2)$
Второе уравнение — тоже уравнение прямой.

И тогда, с-ма имеет бесконечное кол-во решений, тогда и только тогда, когда прямые совпадают. Прямые совпадают если $k_1 = k_2$ и $m_1 = m_2$

$$\begin{cases} \frac{a+b}{4} = \frac{4}{a+b} \\ \frac{1}{12} = \frac{1}{(a+b)b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = \pm 4 \\ (a+b) \cdot ab = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 4 \\ ab = 3 \\ a+b = -4 \\ ab = -3 \end{cases}$$

Т.к. ~~a и b~~ Можно заметить, что в с-ме $\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \end{cases}$ и в с-ме $\begin{cases} a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases}$ a и b являются корнями для соответствующего квадратного ур-я. $\Rightarrow$ реше кол-во решений I с-мы = 2

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \\ a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ a=1 \\ b=3 \\ a=-2+\sqrt{7} \\ b=-2-\sqrt{7} \\ a=-2-\sqrt{7} \\ b=-2+\sqrt{7} \end{cases}$$

Теперь рассмотрим случай когда $(a+b) \cdot b = 0 \Rightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ b=0 \end{cases} ; \text{ если } b=0 \Rightarrow 0=1 \Rightarrow b \neq 0 \Rightarrow a+b=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12y=9 \\ 4bx=1 \end{cases}$$

первое уравнение - это уравнение ^(системы) всех прямых параллельных оси абсцисс; второе уравнение - это уравнение ^(с-ми) всех прямых перпендикулярных оси абсцисс $\Rightarrow$ с-ми $\begin{cases} 12y=9 \\ 4bx=1 \end{cases}$ при любых a и b имеет ровно одно решение

Ответ: $\begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ a=1 \\ b=3 \\ a=-2+\sqrt{7} \\ b=-2-\sqrt{7} \\ a=-2-\sqrt{7} \\ b=-2+\sqrt{7} \end{cases}$

Задание 4.

$$(x+3) \sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$(x+3) \sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$$

$$\text{если } x+3=0 \Rightarrow \cancel{x^3-x+10} \neq x^3-x+10 < 0 \Rightarrow x+3 \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^3-x+10} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 \neq 0 \\ \sqrt{x^3-x+10} = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^3-x+10 \geq 0 \\ (x+2)^2 = x^3-x+10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^3-x+10 \geq 0 \\ x^3-x^2-5x+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^3-x+10 \geq 0 \\ (x-2)(x^2+x-3)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^3-x+10 \geq 0 \\ (x-2) \left(x - \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \right) \left(x - \frac{-6}{-1+\sqrt{13}} \right) = 0 \end{cases}$$

Ответ: $2; \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ \text{т.к. } \frac{-6}{-1+\sqrt{13}} < -2 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^4 + (x-1)^2 - 3x^2|x-1| \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^4 + |x-1|^2 - 3x^2|x-1| \geq 0 \Leftrightarrow |x-1|^2 - 3x^2|x-1| + 2x^4 \geq 0$$

Найдем корни; $|x-1|^2 - 3x^2|x-1| + 2x^4 = 0$
рассмотрим ур-е как квадратное ур-е вида $am^2 + bm + c = 0$,

где $a = 1$; $m = |x-1|$; $b = -3x^2$; $c = 2x^4$

$$m^2 - 3x^2m + 2x^4 = 0$$

$$D = 9x^4 - 8x^4 = x^4$$

$$m_{1,2} = \frac{3x^2 \pm \sqrt{x^4}}{2} = \frac{3x^2 \pm x^2}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3x^2 + x^2}{2} \\ m = \frac{3x^2 - x^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = 2x^2 \\ |x-1| = x^2 \end{cases}$$

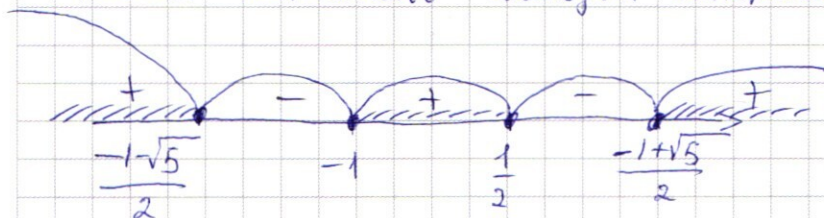
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x + 1 = 0 \\ 2x^2 + x - 1 = 0 \\ x^2 - x + 1 = 0 \\ x^2 + x - 1 = 0 \end{cases}$$

ур-е $2x^2 - x + 1$ и ур-е $x^2 - x + 1$ не имеют действит. корней

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x - 1 = 0 \\ x^2 + x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Решим неравенство методом интервалов



Ответ: $(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; \frac{1}{2}] \cup [\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; +\infty)$

Задание 5

Пусть ~~восемь~~ дано восьмизначное число $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$
 Тогда:

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_8 = 1400$, причем $a_1, a_2, a_3, \dots, a_8$ - цифры

$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 1$. Нужно представить 1400 в виде произведения 8-ми цифр $\Rightarrow$ „2“ с „5“ мы не можем умножать, „5“ с „5“ - тоже, „7“ с „5“ - не можем, „2“ с „7“ - не можем $\Rightarrow$

Единственно возможным представлением 1400 как произведения 8-ми цифр - это:

$$1400 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \quad \text{I вариант}$$

$$1400 = 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \quad \text{II вариант}$$

$$1400 = 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \quad \text{III вариант}$$

~~В~~ ~~каждо~~ Кол-во 8-значных чисел, состоящих из цифр I варианта
 $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 2 \cdot 2}$, т.к. если мы просто перемножим 8-ми

7, на 6, на 5, на 4, на 3, на 2, на 1 на место первой цифры можно поставить любую из 8; на место второй любую из оставшихся 7-ми и т.д., и на последнюю цифру останется только одна, т.е. $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, но так мы считаем каждое число по 24 раза, потому что, ~~если~~ если подписать под каждой цифрой свой индекс: $2_1, 2_2, 2_3, 5_1, 5_2, 7, 1_1, 1_2$, то, например число $2_1 2_2 2_3 5_1 5_2 7 1_1 1_2$ мы считаем несколько раз мы меняем местами двойки, но число от этого не меняется, также как и с „5“ и с „1“ $\Rightarrow$ каждое число мы считаем по

$$6 \cdot 2 \cdot 2 \text{ раза} \Rightarrow \text{кол-во 8-значных чисел I варианта} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 4} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\text{Кол-во 8-значных чисел II варианта} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 2} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1; \text{ кол-во 8-значных чисел III варианта} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 4 \cdot 2} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит ~~к-во~~ общее кол-во $= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 (2 + 4 + 1) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 = 49 \cdot 40 \cdot 3 = 5880$

Задача 7

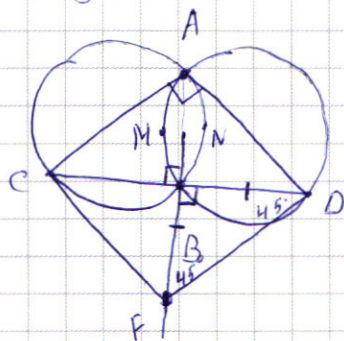
$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |f| \geq f \\ |g| \geq g \end{cases} \Leftrightarrow |f| + |g| \geq f + g \Leftrightarrow |x-3-y| + |x-3+y| \geq 2x-6$$

$$\text{т.к. } |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \Leftrightarrow 2x-6 \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ (-x-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ (x+3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 \end{cases}$$

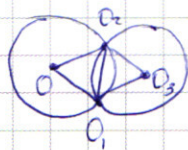
Задание 6



т.к. радиусы окружностей равны $\Rightarrow$

$$\angle AMB = \angle ANB$$

Док-во



Пусть O - центр I окр.

O_2 - центр II окр и их

радиусы равны. рассмотрим $\triangle OO_2O_1$ и $\triangle O_2O_3O_1$

$$\triangle OO_2O_1 = \triangle O_2O_3O_1 \text{ (по 3-ей стороне)}$$

$$\text{т.к. } \angle AMB = \angle ANB \Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ \Rightarrow CA = AD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ABC = \angle ABD = 90^\circ \Rightarrow FB \text{ - прямая FB проходит через A} \Rightarrow$$

$$CA \text{ диаметр } (\angle ABC = 90^\circ)$$

$$\text{т.к. } \triangle ACD \text{ - равнобедренный} \Rightarrow CB = BD \Rightarrow \triangle CBF = \triangle FBD \Rightarrow$$

(по двум сторонам и углу между ними)

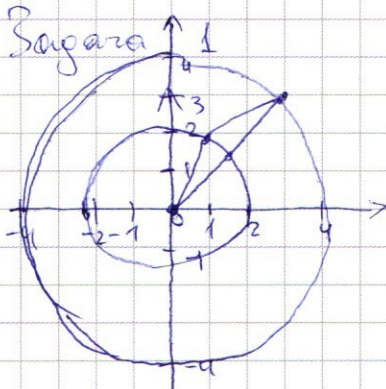
$$\Rightarrow \angle BCF = 45^\circ = \angle CFB$$

$$\text{т.к. } \angle ACF = \angle CFD = \angle FDA = \angle DAC = 90^\circ \text{ и } AC = AD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ACFD \text{ - квадрат} \Rightarrow AC = CF = 2r = AB$$

Ответ: 18

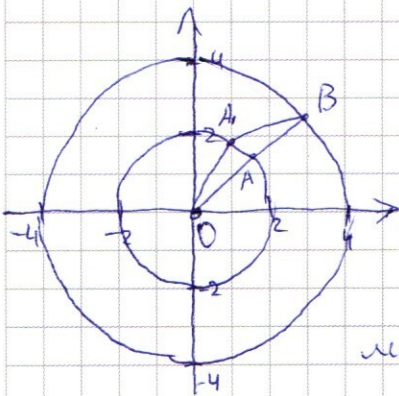
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



т.к. центр окр.

По условию понятно, что r окруж. есть
по которой рыбак муравей $= 2$, а
 r окружности мушкетера $= 4$

Наименьшее расстояние между ними будет тогда
когда они оба будут касаться на радиусе окруж-
ти мушкетера $\neq$ центру
вок. во

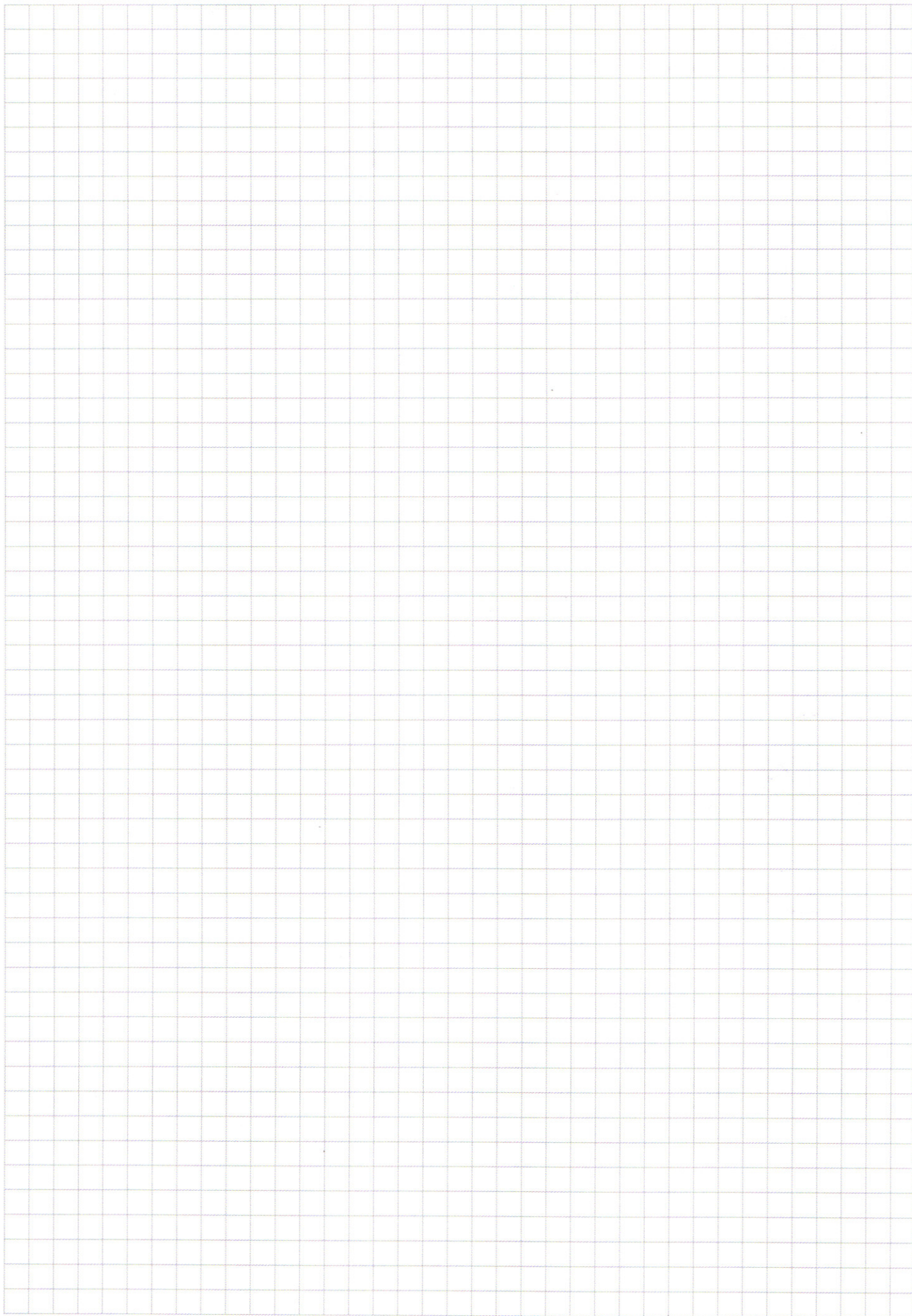


OB - радиус окружности мушкетера; B - точка,
где сидит мушкетер; A - точка где сидит
муравей. Предположим, что муравей будет
сидеть в точке A, отличной от O,

тогда по теореме о соотношении сторон
треугольника $OB < OA + AB$

$$OB = OA + AB \Rightarrow OA + AB < OA + AB \Rightarrow AB < AB$$

При этом $OB = OA + AB \Rightarrow AB = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 4$

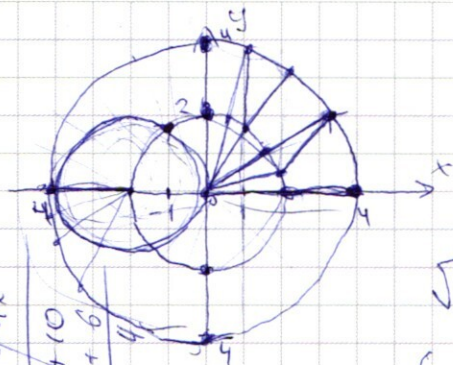


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} x^3 - x + 10 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x \\ -2x^2 - 4x \\ \hline 3x + 10 \\ 3x + 6 \\ \hline 4 \end{array}$$



$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$1 + 3 = 4$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 4$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 16$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 4$$

$$x_2^2 + y_2^2 = 16$$

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$4 - 3 + 4 = 16$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right)^2 - \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right) + 6 = 0$$

$$x_1, x_2 = 6 \quad t_1 + t_2 = -5$$

$$3(a+b)x + 12y = a$$

$$abx + (a+b)by = 1$$

$$x = 2$$

$$-8 - 4 + 10 = 6$$

$$8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2 = 16$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 4$$

$$x_2^2 + y_2^2 = 16$$

$$-2(x_1x_2 + y_1y_2) = -4$$

$$x_1x_2 + y_1y_2 = 2$$

$$y_1 = kx_1 \quad y = kx$$

$$y_2 = kx_2$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x + 10 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x \\ -2x^2 - 4x \\ \hline 3x + 10 \\ 3x + 6 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x + 10 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x \\ -2x^2 - 4x \\ \hline 3x + 10 \\ 3x + 6 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x + 10 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x \\ -2x^2 - 4x \\ \hline 3x + 10 \\ 3x + 6 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6 \\ (x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2) \end{array}$$

$$x^3 - x + 10 \geq 0$$

$$x^3 - x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$x+3 \neq 0$$

$$x+2$$

$$x+3=0$$

$$x=-3$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = 0$$

$$-2^3 - 2 \cdot 2 \cdot 2 = -8$$

$$x=2$$

$$x^3 - x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$-27 - 9 + 18 + 6 = 0$$

$$x=2$$

$$-64 - 16 + 32 + 6 = 0$$

$$x_1x_2 + y_1y_2 = 2$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 4$$

$$x_2^2 + y_2^2 = 16$$

$$(x_1^2 + y_1^2) + (x_2^2 + y_2^2) = x_1^2x_2^2 + x_1^2y_2^2 + y_1^2x_2^2 + y_1^2y_2^2 = 64$$

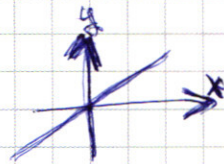
$$x_1^2x_2^2 + x_1x_2y_1y_2 + y_1^2y_2^2 = 4$$

$$x_1$$

$$x_1^2y_2^2 + y_1^2x_2^2 - x_1x_2y_1y_2 = 60$$

$$(x_1y_2 - y_1x_2)^2 + x_1x_2y_1y_2 = 60$$

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)y = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} a+b=0 \\ 12y=a; 4bx=1 \end{cases}$$

$$ax+by+c=0$$

$$y = \frac{a+b}{4}x - \frac{1}{12}a$$

$$y = \frac{4b}{(a+b)b}x - \frac{1}{(a+b)b}$$

$$y = kx + m$$

$$y = kx + m$$

$$\begin{cases} 12y = a \\ 4bx = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 3(a+b) = 4b \\ (a+b)b = 12 \end{cases}$$

$$\frac{4b}{(a+b)b} = \frac{a+b}{4}$$

$$-\frac{1}{12}a = -\frac{1}{(a+b)b}$$

$$16 = (a+b)^2$$

$$\frac{9}{12} = \frac{1}{(a+b)b}$$

$$12 = ab(a+b)$$

$$a+b = \pm 4$$

$$\begin{cases} ab = -3 \\ a+b = -4 \end{cases}$$

$$x^2 + 4x - 3$$

$$D = 16 + 12 = 28$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{28}}{2}$$

$$= -2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} a = -2 + \sqrt{7} \\ b = -2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 3 \\ a+b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = -3 \\ a+b = -4 \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 16$$

$$a = -b - 4$$

$$(-b-4) \cdot b = -3$$

$$-b^2 - 4b + 3 = 0$$

$$b^2 + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28$$

$$b_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$\begin{cases} a = \frac{-6}{-4 + \sqrt{28}} \\ b = \frac{-4 + \sqrt{28}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{-6}{-4 - \sqrt{28}} \\ b = \frac{-4 - \sqrt{28}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -2 + \sqrt{7} \\ b = \frac{-3}{-2 + \sqrt{7}} \end{cases}$$

$$a+b = \frac{(-2 + \sqrt{7})^2 - 3}{-2 + \sqrt{7}}$$

$$= \frac{4 + 7 - 4\sqrt{7} - 3}{-2 + \sqrt{7}} = \frac{8 - 4\sqrt{7}}{-2 + \sqrt{7}} = \frac{-4(-2 + \sqrt{7})}{-2 + \sqrt{7}} = -4$$

$$\begin{cases} a = -2 - \sqrt{7} \\ b = \frac{-3}{-2 - \sqrt{7}} \end{cases}$$

$$\frac{-6}{-4 + \sqrt{28}} + \frac{-4 + \sqrt{28}}{2} = \frac{-2 + \sqrt{7}}{2}$$

$$= \frac{3 + (-2 + \sqrt{7})^2}{-2 + \sqrt{7}} = \frac{3 + 4 + 7 - 4\sqrt{7}}{-2 + \sqrt{7}} = \frac{14 - 4\sqrt{7}}{-2 + \sqrt{7}} = -4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 |x-1| + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + (x-1)^2 - 3x^2 |x-1| \geq 0$$

$$(x-1) |x-1| - 3x^2$$

$$(x-1)^2 - 3x^2 |x-1| + 2x^4 \geq 0$$

$$|x-1| = \frac{3x^2 \pm x^2}{2}$$

$$D = 9x^4 - 8x^4 = x^4$$

$$|x-1|_{1,2} = \frac{3x^2 \pm x^2}{2}$$

$$|x-1| = \frac{3x^2 \pm x^2}{2}$$

$$|x-1| = 1,5x^2 + \frac{1}{2}x^2$$

$$|x-1| = 1,5x^2 - \frac{1}{2}x^2$$

$$|x-1| = 2x^2$$

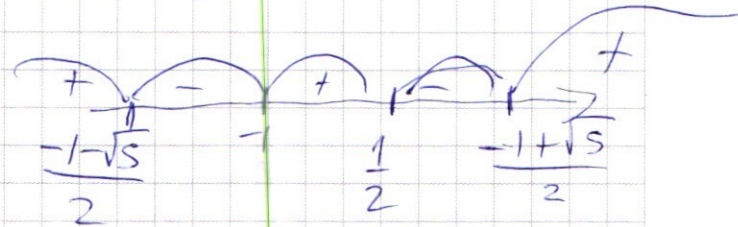
$$|x-1| = x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=2x^2 \\ -x+1=2x^2 \\ x-1=x^2 \\ -x+1=x^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - x + 1 = 0 \\ 2x^2 + x - 1 = 0 \\ x^2 - x + 1 = 0 \\ x^2 + x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ b = -1+3 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad x = \frac{-1-3}{4} = -1; -1$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \\ x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$



$$\frac{-1-\sqrt{5}}{2} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} < -1$$

$$\frac{-1-\sqrt{5}}{2} + 1 < 0$$

$$\frac{-1-\sqrt{5}+2}{2} < 0$$

$$-(1-\sqrt{5}+2) < 0$$

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = 1400$$

$$0 \leq a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 \leq 9 \quad u \in \mathbb{N}$$

$$1400 = 2 \cdot 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \quad 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 5$$



$$5 \quad 5 \quad 7$$

$$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 =$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$|a-y| + |a+y| \leq 6 \quad 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

$$4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \quad 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$72$$

$$2, 2, 2, 3$$

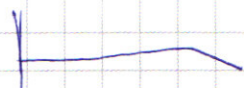
$$|x+a| + |x-a| \leq 3 \quad 2 \cdot 2 = 24$$

$$+ 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4$$

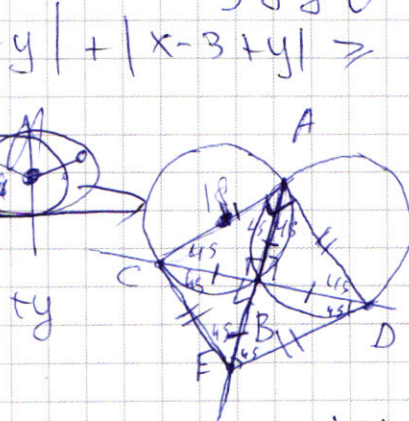
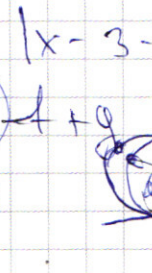
$$|f| \geq -f \quad f - g \leq |f| + |g|$$

$$|g| \geq -g \quad -f + g \leq |f| + |g|$$

$$|f| + |g| \geq f - g$$



$$\times \frac{147}{4} = 5880$$



$$|x-3-y| + |x-3+y| \geq |x-3-y| + |x-3+y| \geq x-3-y - x+3-y$$

$$\geq -2y$$

$$\geq -2y \quad |x+y| \leq 3$$

$$6 \geq -2y \quad x+y \geq 3$$

$$y \geq 3 \quad x+y \leq 3$$

$$-x+y \leq 3$$

$$|f| + |g| \geq f + g$$

$$x-3-y + x-3+y \geq$$

$$2x-6 \geq 6$$

$$x \leq 0$$

$$y \geq 3 \quad |f| + |g| \geq f + g$$

$$-2y \leq 6 \quad 6 \geq 2y \quad y \leq 3$$

$$-x+3+y + x = 3+y$$

$$-2y \leq 6 \Rightarrow y \geq -3$$

$$y \leq 3$$

$$-2y \leq |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$(-x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$