

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

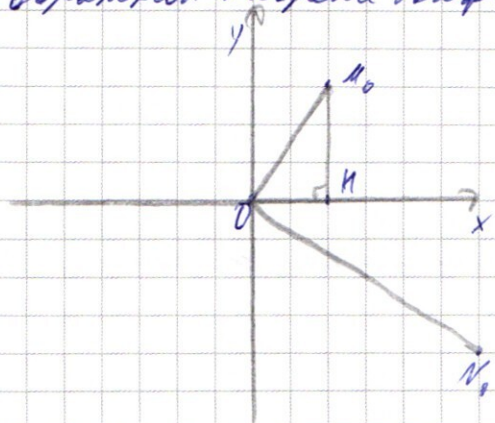
$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 7

Найдём радиус окружности $r_1 = \frac{OM_0}{\sin \alpha_0} = \frac{\sqrt{13-0^2+13-0^2}}{\sin 45^\circ} = \sqrt{26} = 2\sqrt{13}$ и $r_2 = \frac{OM_0}{\sin \beta_0} = \frac{\sqrt{10-6^2+(10+2\sqrt{13})^2}}{\sin 45^\circ} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$. Тогда $r_2 : r_1 = 2 : 1$, следовательно и длины окружностей $2\pi r_2 : 2\pi r_1 = 2 : 1$. Тогда, т.к. линейная скорость v точки одинакова, то из условия $v = \omega r$ угловая ω скорость $\omega_2 : \omega_1 = 2 : 1$.

Очевидно, что расстояние между инициалами не может быть ~~большее~~ меньше, чем расстояние от сферы до ближайшей почки малой окрестности, что равно $r_2 - r_1$ и достигается в том случае, когда сфера, сфера и точка O лежат на одной прямой. ^{значит, что} Заметим, что сейчас, ~~но не в~~ ~~обобщенной теореме Гильберта~~, $\angle \alpha_0 \text{ и } \alpha_6$ равен 90° , т. е.



по мере, обрешеткой

Амплитуда ϵ н. о. н. равна 90° н. н.

$$M_0 \vec{v}^2 + N_0^2 = 12 + 48 = 60 \text{ u } M_0 N_0 = 16\sqrt{3} \text{ u }^2$$

$$+ 13 + 2\sqrt{3} = 36 - 12\sqrt{3} + 3 + 9 + 16\sqrt{3} + 12 = 60$$

Заметим, что $\angle MOX = 60^\circ$, и, к. $OH = \sqrt{3}$, $OM = 2\sqrt{3}$, и. $\sin \angle MOX = \frac{1}{2}$ и

от, очевидно $\in (0; 90)^\circ$. Тогда $\angle \alpha O K_0 = 30^\circ$, следовательно, ввиду одинаковых условий скоростей, первый раз

искомое расстояние будет достигнуто в ~~точке~~ ^{на оси OX},
 а когда стержень будет в точке $A(4\sqrt{3}; 0)$. На тогда,
 нужно еще в следующий раз ^{сдвинуть, со стержнем} ~~сдвинуть~~ в точку A_1 .
 Тогда ~~в~~ ^{на} ~~точке~~ A_1 $\angle A_1 O A = 120^\circ$ ~~на~~ ^{по условию} ~~на~~ ^{положении стержня} ~~на~~ ^{на} ~~точке~~ A_2 ~~такова~~, что $\angle A_1 O A_2 = 120^\circ$ из аналогичных соображений и следующим
 на точку A_3 , в которой находится стержень, на наименьшем
 расстоянии от точки O ~~совпадает~~ $\angle A_3 O A_2 =$
 $\angle A_2 O A_1 = \angle A_1 O A = 120^\circ$ и $360^\circ = 3 \cdot 120^\circ$. Найдём координаты
 A_2 и A_1 . $\angle A_1 O Y = 90^\circ - 120^\circ - 40^\circ = 30^\circ$, ~~на~~ ^и $O A_1 = 4\sqrt{3}$. Тогда
 $x(A_1) = -\sin 30^\circ \cdot O A_1 = -2\sqrt{3}$ и $y(A_1) = \cos 30^\circ \cdot O A_1 = 6$, ~~на~~ ^{из} ~~на~~ ^{аналогичных} ~~на~~ ^{соображений}, $A_2(-2\sqrt{3}; -6)$.

Ответ: $4\sqrt{3}; 0, -2\sqrt{3}; 6, -2\sqrt{3}; -6$

N 2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ y = \frac{1-3bx}{a-b} \end{cases}$$

$$2(a-b)x + 6y = a$$

$$y = \frac{1-3bx}{a-b}$$

$$2(a-b)x + \frac{6-18bx}{(a-b)} = a$$

$$2(a-b)x + \frac{6-18bx}{(a-b)} = a - \frac{3}{a-b}$$

$$(1-a-b)^2 b - 2b)x = ab(a-b) - 3$$

Тогда, т. к. наша система имеет бесконечно много решений.

$$\begin{cases} (a-b)^2 b - 2b = 0 \\ ab(a-b) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 b - 2b = 0 \\ ab(a-b) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 - 2 = 0 \\ ab(a-b) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 - 2 = 0 \\ ab(a-b) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b-3)(a-b+3) = 0 \\ (a-b)^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 - 2 = 0 \\ (a-b)^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

Из 2 уравнений следует, что $b \neq 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} a-b=3 \\ (a-b)ab=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ 3 \cdot b(b+3)=3 \end{cases}$$

$$b^2 + 3b - 1 = 0$$

$$b = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \\ ab = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \\ a = \frac{2}{3 \pm \sqrt{13}} \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a-b=-3 \\ (a-b)ab=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=-3 \\ -3 \cdot b(b+3)=3 \end{cases}$$

$$b^2 + 3b + 1 = 0$$

$$b = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \\ ab = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \\ a = \frac{2}{-3 \pm \sqrt{5}} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{2}{3-\sqrt{13}}, \frac{-3+\sqrt{13}}{2} \right), \left(\frac{2}{3+\sqrt{13}}, \frac{-3-\sqrt{13}}{2} \right), \left(\frac{2}{3+\sqrt{5}}, \frac{-3-\sqrt{5}}{2} \right), \left(\frac{2}{3-\sqrt{5}}, \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \right)$.

П.к. $y = \frac{1-3bx}{(a-b)b}$, но т.к. ни одна из ответов $b \neq 0$ и $a \neq b$,
то и y всегда определён)

№ 4

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + 1x + 1 = 5x^2(x+1) \geq 0$$

Пусть $|x+1|=t, t \geq 0$ и $x^2=k, k \geq 0$

$$6k^2 + t^2 - 5kt \geq 0 \quad | :tk$$

$$\frac{6k}{t} + \frac{t}{k} - 5 \geq 0 \quad (\text{П.к. } tk \geq 0, \text{ но } tk=0, \text{ то } x=-1 \text{ или } x=0 \text{ и неравенство}$$

Пусть $\frac{6k}{t} = m, m \geq 0$, тогда выполняем

$$\frac{1}{m} + m - 5 \geq 0$$

$$6 \cdot \frac{1}{m} + m - 5 \geq 0$$

$$m^2 - 5m + 6 \geq 0$$

Ищем уравнение $m^2 - 5m + 6 = 0$

~~WTE 3~~ $1a^2 - 5m + 6 = 0$

~~12/1/67~~

$$m = \frac{28 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = 2; 3.$$

Тогда, при $m \in (-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$ неравенство верно

тогда, м. и м. $\theta = \frac{t}{k} = \frac{1+x}{x^2}$

$$\begin{cases} \frac{|x+1|}{x^2} < 2 \\ \frac{|x+1|}{x^2} > 3 \end{cases}$$

$$\frac{|x+11|}{x^2} > 3$$

$$\begin{cases} |x+1| < 2x^2 \\ |x+1| > 3x^2 \end{cases}$$

$$|x+1| > 3x^2$$

$$H_A: (-\infty; -1)$$

$$f(x) < 2x^2$$

$$-x-1 > 3x^2$$

$$\int 2x^2 + x + 1 dx$$

$$3x^2 + x + 1 < 0$$

Замечания, что выгоды

уравнение корней не имеет ($D = 1 - 12 < 0$)
д. т. к. его ветви ^{не пересекаются} направлены вверх
($3 > 0$) т. е. $3x^2 + x + 1 > 0$

$$\int 2x^2 + x + 170$$

$$L \times \emptyset = \emptyset$$

$$2x^2 + x + 1 > 0$$

~~Stellen $2x^4 + x + 1 = 0$~~

$$x = -1 \pm \sqrt{1}$$

Заметим, что это уравнение выполняется в том, и. к.
 $D = 1 - 8 < 0$ и $2 > 0$. Т. е.

Все $x \in (-\infty; -1)$ являются
критическими неравенства

Когда ~~ответом~~ решением основного неравенства является

Na $(-\infty, +\infty)$

$$f: X \rightarrow \mathbb{C}^{2 \times 2}$$

$$x+1 > 3x+2$$

$$2x^2 - x - 7 > 0$$

$$3x^2 - x - 1 < 0$$

В) Решим уравнения $2x^2 - x - 1 = 0$
и $3x^2 - x - 1 = 0$

$$2x^2 - x - 1 \geq 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = -\frac{1}{2} \text{ and } 1$$

~~Marga~~ $3x^2 - x - 1 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

Итого, $x \in (-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$
 $x \in (\frac{7-\sqrt{3}}{6}; \frac{1+\sqrt{3}}{6})$

Marga, m. e. $\frac{7-\sqrt{3}}{6} > \frac{1-\sqrt{6}}{6} =$
 $= \frac{1-4}{6} = -\frac{1}{2}$ u $\frac{1+\sqrt{3}}{6} < \frac{7+4}{6} < 1,$

то равенство на $(-1, +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x \in (-\infty; -1) \cup \{0\} \cup \{-1\} \cup (-1; -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1-\sqrt{3}}{6}; \frac{1+\sqrt{3}}{6}) \cup (1; +\infty) = (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1-\sqrt{3}}{6}; \frac{1+\sqrt{3}}{6}) \cup (1; +\infty)$$

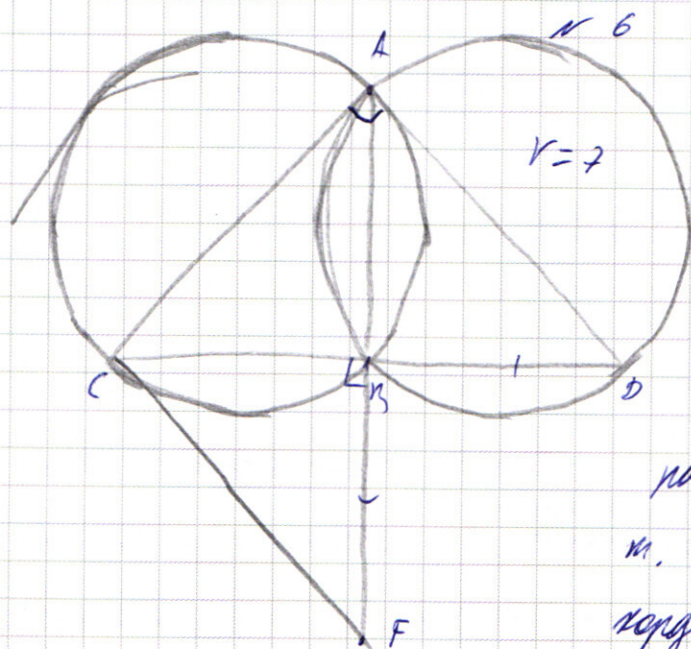
Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1-\sqrt{3}}{6}; \frac{1+\sqrt{3}}{6}) \cup (1; +\infty)$

и 5

Заметим, что $7000 = 7 \cdot 5^3 \cdot 2^3$. Видно, что среди цифр возможных чисел нет 0. Тогда, заметим, что возможные цифры ^{возможны} кратная ~~равна~~ 7, равна 7 и лишь одна возможная цифра кратная 5, равная 5. Тогда среди цифр возможных чисел есть одна 7, которую можно разместить C_4^1 способами 3 цифры, которые можно разместить на оставшихся местах C_3^3 способами. Остаются 4 цифры, чье произведение равно 2^3 . Тогда это некие степени двойки, их распределим ~~это произведение по 4~~ распределим эти множители по ним можно C_6^3 способами, ~~но при этом надо учесть~~ ~~переход~~ из 6 элементов - 3 множителя и 3 "перехода", определяющие границы множителей (каждого из численно выбрано 3 перехода), но при этом все из них подпадают, и.е. и минимальная ($2^0 = 1$) и максимальная ($2^3 = 8$) степени двойки выкажутся 1 цифрой. Тогда всего спо-

свой $C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_6^3 = \frac{8!}{7! \cdot 1!} \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1}$
 $= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 5600$ часов

Ответ: 5600 часов



Заметим, что к. к. окружностей одинаковы (их радиусы равны), то углы опирающиеся на равные хорды в этих окружностях равны. Тогда $\angle ACB = \angle ADB$, т. к. они опираются на хорду AB. Тогда $\triangle ACD$ равнобедрен.

Также, заметим, что $\angle ABC = \angle ABD$, т. к. эти углы опираются на хорды AC и AD, равные по длине собой.

Тогда AB высота, совпадающая, ввиду равнобедренности

C медианой $AC = 27 - 14$, т. к. на эту хорду опирается угол в 90° . Т. к. AB медиана из прямого угла,

то $AB = BD = BC$. Т. к. $\angle BCF = 90^\circ$ и медиана $BF = BD$. Рассмотрим $\triangle ACF$.

CB в нем высота ($\angle CBF = 90^\circ = \angle CBA$) и медиана ($BF = BD = AB$). Тогда $CF = AC = 14$.

Ответ: 14

№ 3

$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^2 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10$$

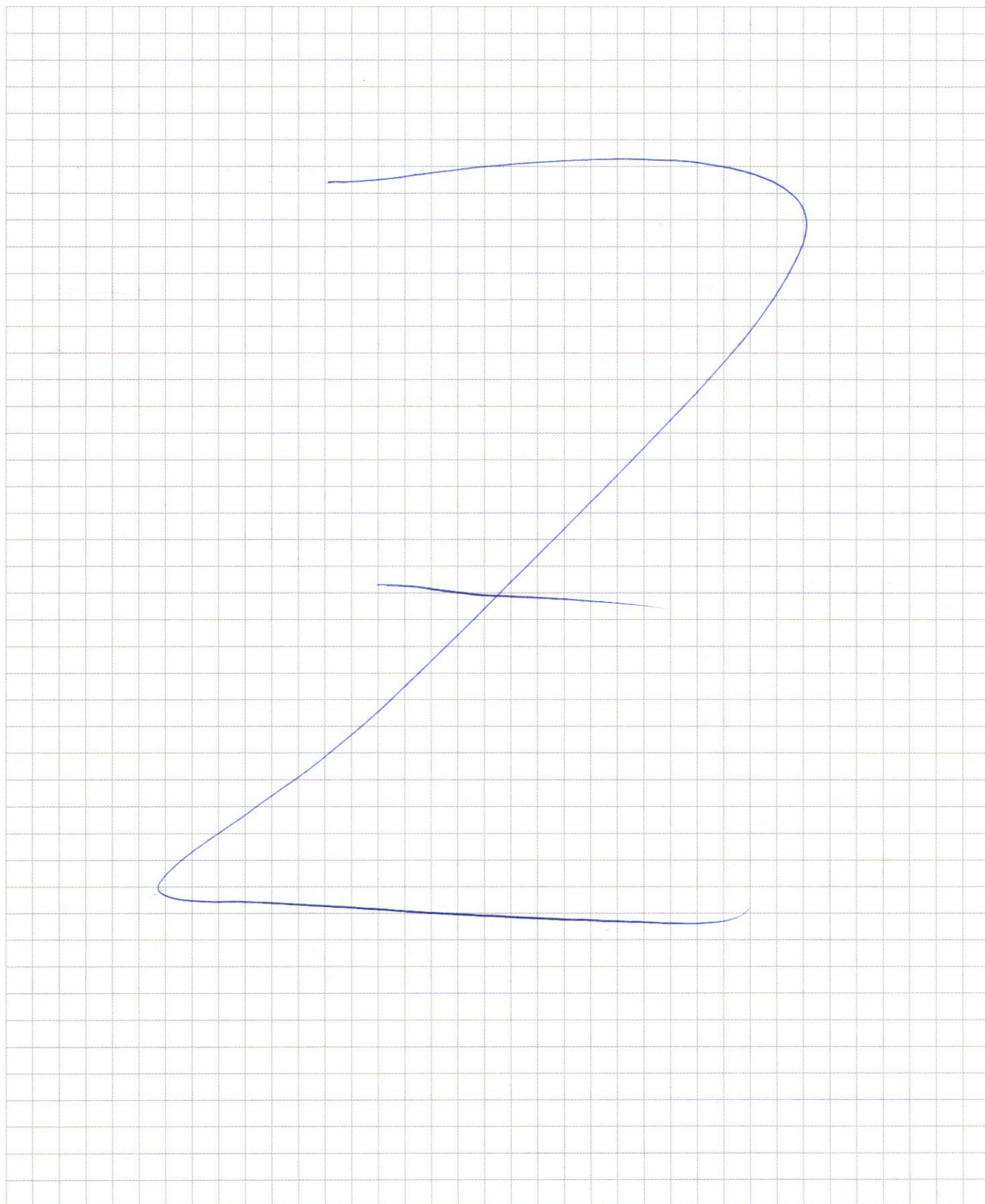
$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^2 - 16x + 25} = (x+5)(x-2)$$

и ~~$x = 5$~~ , но

$$x = -5$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} > (x+5) \cdot x - 2$$

$$\frac{1}{4} (x^3 - 16x + 25) = x^2 - 4x + 4$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 28x - 9 = 0$$

$$(x-3)(x^2 - x - 3) = 0$$

$$x_2 = 3$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 + 28x - 9 & x-3 \\ \underline{x^3 - 3x^2} & \\ -x^2 + 3x - 9 & \\ \underline{-x^2 + 3x} & \\ -3x + 9 & \\ \underline{-3x + 9} & \\ 0 & \end{array}$$

Проверим, не получается ли при x_2, x_3 и x_4 ~~получается~~
но при этом числа в левой части (при $x_1 = -5$ левая
часть равна 0, все зависало от подкоренного
выражения)

$$x_2^3 - 16x_2 + 25 = 3^3 - 16 \cdot 3 + 25 = 27 + 25 - 48 = 52 - 48 = 4 > 0$$

$$\begin{aligned} x_3^3 - 16x_3 + 25 &= \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) + 25 = \frac{1+3\sqrt{13}+3 \cdot 13+\sqrt{13} \cdot 21}{8} - 8-8\sqrt{13}+25 = \\ &= \frac{40+16\sqrt{13}}{8} - 8-8\sqrt{13}+25 = 5+2\sqrt{13}-8+25-8\sqrt{13} = 22-6\sqrt{13} = 2(11-3\sqrt{13}) \end{aligned}$$

$$\text{Сравним } 2(11-3\sqrt{13}) < 0$$

$$2(11-3\sqrt{13}) < 0$$

$$(11-3\sqrt{13})/(11+3\sqrt{13}) < 0 \quad | 11+3\sqrt{13} > 0$$

$$121 - 117 > 0$$

$$\text{тогда } \cancel{x_3^3 - 16x_3 + 25} < 0 \quad x_3^3 - 16x_3 + 25 > 0$$

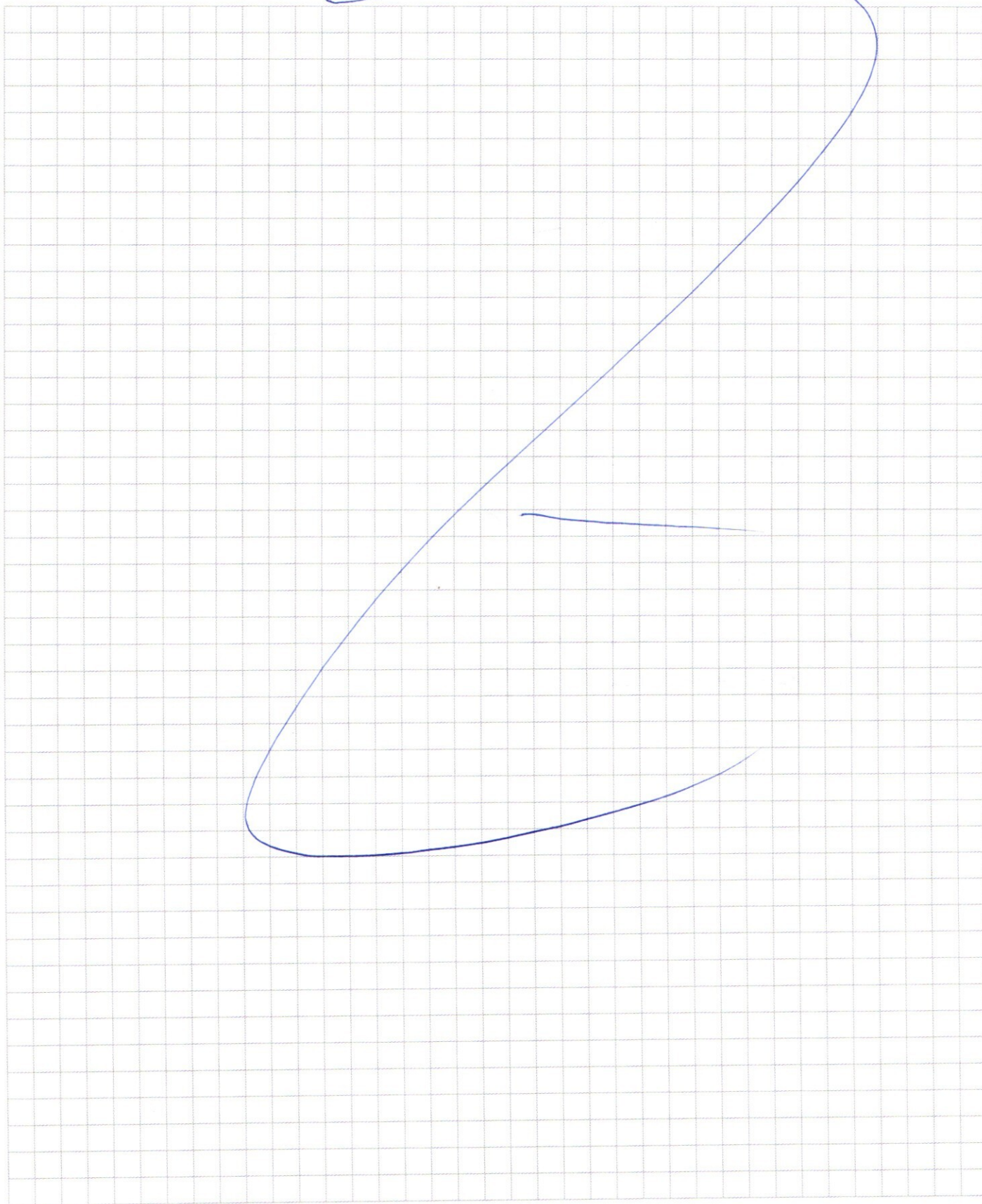
$$\begin{aligned} x_4^3 - 16x_4 + 25 &= \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right) + 25 = \frac{1-3\sqrt{13}+3 \cdot 13-13\sqrt{13}}{8} - 8+8\sqrt{13} \\ + 25 &= \frac{40-10\sqrt{13}}{8} + 8\sqrt{13} + 17 = 5 - 1,25\sqrt{13} + 8\sqrt{13} + 17 = 22 + 6,75\sqrt{13} > 0 \end{aligned}$$

И следовательно, во все 3 корня x_2, x_3 и x_4 не
приводят к какому-то корню, следовательно
~~получается~~ они подходят

$$\text{Ответ: } -5; 3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}, \frac{1-\sqrt{13}}{2}.$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$x^3-16x+25 = \cancel{22-8x} 4x^2-4x+4$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+76$$

$$x^3-4x^2-8x+9=0$$

$$1x-3|x^2-x-3|=0$$

$$x^2-x-3$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 = \frac{1+3\sqrt{13}+13\sqrt{13}}{8} = \frac{2}{40}$$

$$\frac{13}{119}$$

$$|x|^2 + |y|^2 - 20|x| - 24|y| = 0$$

$$x^2 + y^2 - 20|x| - 24|y| = 0$$

$$k^2 - 20k + y^2 - 24|y| = 0$$

$$|x| = 10 \pm \sqrt{100 - y^2 + 24|y|}$$

$$x = 10 \pm \sqrt{100 + 24|y| - y^2}$$

211

$$\cancel{27-36} - 24+9$$

$$\cancel{-27-36} + 24+9$$

$$\cancel{8-59} - 59$$

$$(-7)^2 - 11+9 = 8-1=0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 - 8x + 9 \quad | \quad x-3 \\ x^3 - 3x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 8x \\ -x^2 + 8x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 0x + 9 \quad | \quad x-3 \\ x^3 - 3x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 + 0 \\ -x^2 + 3x \\ \hline \end{array}$$

$$-3x + 9$$

$$\begin{array}{c} x+y+5 \\ x-y+5 \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} x+y \\ x-y \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$\frac{1}{4} (x+5)^2 (x^3-16x+25) = (x^2+3x-10)^2 \cdot 4$$

$$(x^2+10x+25)(x^3-16x+25) = (x^4+9x^2+100+0x^3-20x^2-60x) \cdot 4$$

$$x^5+10x^4+25x^3+10x^4-160x^2+250x+25x^3-400x+625 = x^5+20x^4+25x^3-400x+625$$

$$x^5+20x^4+25x^3-400x+625 = x^5+20x^4+25x^3-400x+625$$

$$x^5+6x^4-15x^3-91x^2+90x+225=0$$

$$\begin{array}{r} 1+6+15-91+90+225=0 \\ 22+96-120-364+180+225=0 \\ 243+486-405-819+270+225=0 \end{array}$$

$$(x-3)(x^4+9x^3+72x^2-55x-25)=0$$

$$x_1=3$$

$$x^4+9x^3+72x^2-55x-25=0$$

$$\begin{array}{r} 81+81+162-165-25=0 \\ 81-81-165-25=0 \\ 665+ \end{array}$$

$$-500+300+275$$

$$(x+5)(x^3-4x^2-8x-15)=0$$

$$x_2=-5 \text{ не подходит по ООЗ}$$

$$x^3-4x^2-8x-15=0$$

$$(x^3+11)-(x^2+2x+1)-12=0$$

$$(x+1)(x^2-2x+1-4x-1)-12=0$$

$$(x+1)(x^2$$

$$x^3-8x-16-4x^2+1$$

$$(x-4)$$

$$x(x^2-4)=4x^2+4x+16$$

$$3^5=24$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 81 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 81 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1224 \\ +486 \\ \hline 1710 \\ +270 \\ \hline 1980 \\ +225 \\ \hline 2205 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^5+6x^4-15x^3-91x^2+90x+225 \\ -x^5-3x^4 \\ \hline 9x^4-15x^3-91x^2+90x+225 \\ +1x^4-3x^3 \\ \hline 10x^4-18x^3-91x^2+90x+225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4+9x^3+72x^2-55x-25 \\ -x^4+5x^3 \\ \hline 4x^3+72x^2-55x-25 \\ -4x^3+20x^2 \\ \hline 92x^2-55x-25 \\ -8x^2-40x \\ \hline 82x-25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82x-25 \\ -82x+40 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2+8x-40 \\ -4x^2+8x-40 \\ \hline 8x-80 \end{array}$$

$$x^2-2x+10=0$$

$$6x^4 + x^2 + x + x + 1 - 5x^2(x+1) \geq 0$$

~~$(-\infty; +\infty)$~~

$$6x^4 + x^2 + x + x + 1 + 5x^2(x+1) \geq 0$$

$$6x^4 + x^2(x+1) + (x+1)^2 + 5x^2(x+1) \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 5x^2(x+1)(x+1) \geq 0$$

~~$(-\infty; +\infty)$~~

$$6x^4 + (x+1)^2 - 5x^2(x+1) \geq 0$$

$$x^2(6x^2 - x + 1) \geq 0 + (x+1)$$

$$6x^4 + (x+1)^2 - 5x^2(x+1) \geq 0$$

$$k = x^2, \quad t = |x+1|$$

$$6k^2 + t^2 - 5tk \geq 0$$

$$6\frac{k}{t} + \frac{t}{k} - 5 \geq 0$$

$$\frac{k}{t} = m$$

$$6m + \frac{1}{m} - 5 \geq 0$$

$$6m^2 - 5m + 1 \geq 0$$

$$6m^2 - 5m + 1 \geq 0$$

$$6m^2 - 5m + 1 \geq 0$$

$$m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$$

Если $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ то неравенство не выполняется

$$\frac{1}{2} \leq \frac{x^2}{|x+1|} \leq \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{x^2}{|x+1|} \leq \frac{1}{3}$$

$$3|x+1| \leq 6x^2 \leq 2|x+1|$$

~~$(-\infty; -1)$~~

$$-3x - 3 \geq 6x^2 \geq 2x - 2$$

$$\begin{cases} -3x - 3 \geq 6x^2 \\ 6x^2 \geq 2x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - 3 \geq 6x^2 \\ 6x^2 \geq 2x - 2 \end{cases}$$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

~~$\mathbb{R}$~~

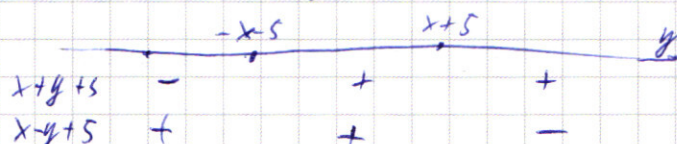
~~$\mathbb{R}$~~

~~$\mathbb{R}$~~

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-2)^2 = 16 \end{cases}$$

$$|x|^2 + |y|^2 - 20|x| - 24|y| = 0$$

$$x = -1$$



$$\begin{cases} y < -x-5 \\ y < x-5 \end{cases}$$

~~$(-\infty; +\infty)$~~

$$3x+3 \geq 6x^2 \geq 2x-2$$

$$\begin{cases} 6x^2 - 2x - 2 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

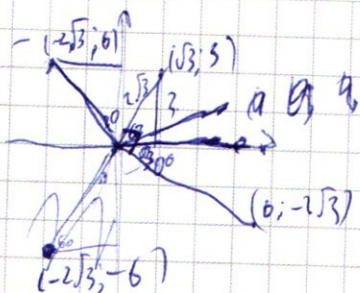
$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$r_1 = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$r_2 = \sqrt{36+12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} (6-\sqrt{3})^2 + (3+2\sqrt{3})^2 &= \\ &= 36 + 3 - 12\sqrt{3} + 9 + 12 + 12\sqrt{3} = \\ &= 66 \end{aligned}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \text{ радиус — синус}$$

200

21/2

~~21/2~~

$$\begin{aligned} &(-2\sqrt{3}, -6) \\ &(4\sqrt{3}, 0) \\ &(-2\sqrt{3}, 6) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 18b + 2(a-b)^2 = 0 \\ 1 + (b-a)a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18b + 2a^2 - 4ab + 2b^2 = 0 \\ 4 + 4ab - 4a^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18b + 2a^2 - 4ab + 2b^2 = 0 \\ 2 + 2ab - 2a^2 = 0 \\ 8b - a^2 + b^2 + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3bx + \frac{a-b}{6}a + \frac{(a-b)^2}{3}x &= 1 \\ 18bx + (a-b)a + 2(a-b)^2x &= 1 + (b-a)a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18bx + (a-b)a + 2(a-b)^2x &= 1 + (b-a)a \\ 18bx + (a-b)a + 2(a-b)^2x &= 1 + (b-a)a \end{aligned}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 36x + (a-b)y = 1 \\ 66x + 18y = 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 36x + (a-b)y = 1 \\ 6y = a - 2(a-b)x \\ 36x + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$$a^2 + 16 + (2 - a^2) = 0$$

$$b = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{23 - 4a^2}}{2}$$

$$b^2 + 9b + 2 - \frac{2b^2 + 18b + 4 - b^2 \pm 6\sqrt{b^2 + 4}}{2} = 0$$

$$2b^2 + 18b + 4 - b^2 \pm 6\sqrt{b^2 + 4} = 0$$

$$2(a-b)x + \frac{b-18b}{1a-b} = 0 \quad b^2 + 18b + 2 \pm 6\sqrt{b^2 + 4} = 0$$

$$(b^2 + 18b + 2) \pm 6\sqrt{b^2 + 4} = 0$$

$$(b^2 + 18b + 2)^2 - 36(b^2 + 4) = 0$$

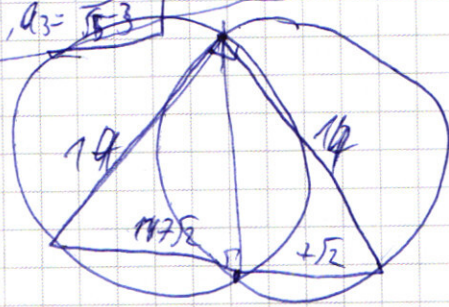
$$18^2 b^2 + 4 + 2 \cdot 18 \cdot b^3 + 4 \cdot 18 \cdot b + 4b^2 - 36b^2 - 144 = 0$$

$$18^2 b^2 + 4 + 2 \cdot 18 \cdot b^3 + 4 \cdot 18 \cdot b + 4b^2 - 36b^2 - 144 = 0$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = 9 \\ y = \frac{1-36x}{1a-b} \end{cases}$$

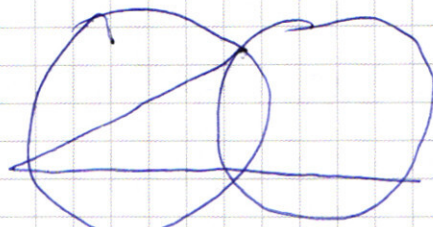
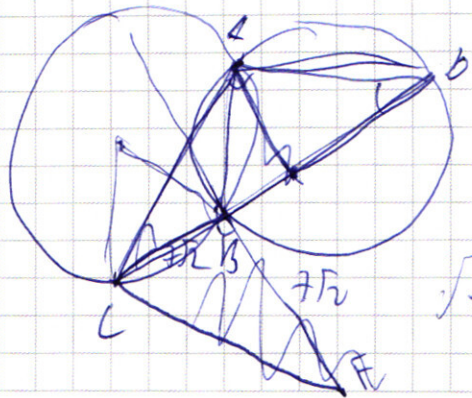
$$\begin{cases} ab = 1 \\ a - b = 3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} ab = -1 \\ a - b = -3 \end{cases}$$

$$b_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}, a_1 = \frac{2}{-3 + \sqrt{13}}, b_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}, a_2 = \frac{2}{-3 - \sqrt{13}}$$



$$A_{1000} = 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

$$C_1^1 \cdot C_6^3 \cdot 2^3 = 7 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 8 = 56 \cdot 8 = 1080$$



$$\sqrt{4^2 + 4^2} = \pm 4$$