

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Лемма: $\sqrt{2}$
Уравнение $ax=b$ имеет бесконечно много
решений, если $a, b=0$.

Д-во: Предположим, что $a \neq 0$. Тогда $x = \frac{b}{a}$ - единственное
решение (в т.ч. $a \neq 0$). Если $a=0$, то $a \cdot x = 0 \Rightarrow b=0$.

Решение: $\begin{cases} 2(a-b) \cdot x + 6y = a \\ 3bx + (a-b) \cdot by = 1 \end{cases}$ $x = \frac{a-6y}{2(a-b)}$ Подставим в 2
уравнение, т.е. в.

~~$\frac{3b(a-6y)}{2(a-b)}$~~ 1) $a=b \Rightarrow 6y=a \Rightarrow y = \frac{a}{6}$, x -любое $\Rightarrow$
~~любое~~ ~~каждое~~ ~~равное~~ $3bx=1 \Rightarrow x = \frac{1}{3b}$, $b \neq 0$ иначе по второму
уравнению $0+0=1 \Rightarrow y = \frac{a}{6}$, $x = \frac{1}{3b}$ - единственное решение $\Rightarrow$
 $a \neq b$

2) $a \neq b$. Тогда: $\frac{3b(a-6y)}{2(a-b)} + \frac{2(a-b) \cdot by}{2(a-b)} - \frac{2(a-b)}{2(a-b)} = 0$, $a \neq b$.

$$3b(a-6y) + 2by(a-b) - 2(a-b) = 0$$

$y(2b(a-b) - 18b) = 2(a-b) - 3ab$. По лемме, доказанной выше:

$$\begin{cases} 2b(a-b) - 18b \neq 0 & \text{При } b=0 \quad 2a=0 \Rightarrow a=0 \text{ (но н.л. } a \neq b) \\ 2(a-b) - 3ab = 0 & b \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2(a-b)^2 = 18 \\ 2(a-b) = 3ab \end{cases} \quad a = \frac{2b}{2-3b} \end{cases}$$

а) $2-3b=0 \Leftrightarrow b = \frac{2}{3}$, $a(2-3b)=2b \Leftrightarrow a \cdot 0 = 2b \Rightarrow b=0$ - противоречие.

б) $2-3b \neq 0 \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{2b-2b+3b^2}{2-3b} \right)^2 = 18 \Leftrightarrow \frac{b^4}{(2-3b)^2} = 1 \Leftrightarrow b^4 = (2-3b)^2$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 13 = 0$$

1) $x \geq 1$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 13 = 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 13 = 0$$

$x=1$

$$\begin{array}{r} -6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \\ \underline{6x^4 - 6x^3} \\ -x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^3 - 4x^2 \\ \underline{-x^3 - x^2 - 2x} \\ -3x^2 + 3x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^2 + 3x \\ \underline{-3x^2 + 3x} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (x-1) \overline{6x^3 + x^2 - 3x - 1} \\ \underline{6x^3 + x^2 - 3x - 1} \\ 0 \end{array}$$

$$+3x \frac{9\sqrt{3} + 3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$+2x - 3x = -x \text{ при } x < 0$$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1 \geq 0$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} \geq 0$$

$$-6 + 1 + 4 - 1 < 0$$

$$0 \rightarrow 0 \rightarrow 1 < 0$$

$$6 + 1 - 3 - 1 > 0$$

$$18\sqrt{3} + 3 - 3\sqrt{3} - 1$$

$$6\sqrt{3} + 2 \geq 0$$

$$-2$$

$$-48 + 4 + 6 - 1$$

$$-12\sqrt{2} + 4 + 3\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$-8\sqrt{2} + 7$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} - 1$$

$$1,5\sqrt{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b^4 = (2-3b)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 2-3b \\ b^2 = 3b-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2+3b-2=0 \\ b^2-3b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ b=2 \\ b=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$b^2+3b-2=0$ $b^2-3b+2=0$

$D=9+8=17$ По м. Виетта

$b_{1,2} = \frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ $b_1=1; b_2=2$

$a = \frac{2b}{2-3b}$, при $b=1$, $a = \frac{2}{2-3} = -2$
при $b=2$, $a = \frac{4}{2-6} = -1$

при $b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2}$ $a = \frac{(-3-\sqrt{17}) \cdot 2}{2-3(-3-\sqrt{17})} = \frac{-6-2\sqrt{17}}{13+3\sqrt{17}} = \frac{(-6-2\sqrt{17})(13-3\sqrt{17})}{169-153} =$
 $= \frac{-6(13-3\sqrt{17})-2\sqrt{17}(13-3\sqrt{17})}{16} = \frac{-78+18\sqrt{17}-26\sqrt{17}+6\cdot 17}{16} = \frac{-10+2\sqrt{17}}{4} = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$

при $b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ $a = \frac{(-3+\sqrt{17}) \cdot 2}{2-3(-3+\sqrt{17})} = \frac{-6+2\sqrt{17}}{13-3\sqrt{17}} = \frac{(-6+2\sqrt{17})(13+3\sqrt{17})}{169-153} =$
 $= \frac{-6(13+3\sqrt{17})+2\sqrt{17}(13+3\sqrt{17})}{16} = \frac{-78+18\sqrt{17}+26\sqrt{17}+6\cdot 17}{16} = \frac{-10+2\sqrt{17}}{4} = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$

при $b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2}$ $a = \frac{-3-\sqrt{17}}{2+\frac{3}{2}(3+\sqrt{17})} = \frac{-6-2\sqrt{17}}{4+9+3\sqrt{17}} = \frac{-6-2\sqrt{17}}{13+3\sqrt{17}} = \frac{(-6-2\sqrt{17})(13-3\sqrt{17})}{169-153} =$
 $= \frac{-6(13-3\sqrt{17})-2\sqrt{17}(13-3\sqrt{17})}{16} = \frac{-78+18\sqrt{17}-26\sqrt{17}+6\cdot 17}{16} = \frac{-10+2\sqrt{17}}{4} = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$

при $b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ $a = \frac{-3+\sqrt{17}}{2+\frac{3}{2}(3-\sqrt{17})} = \frac{-6+2\sqrt{17}}{4+9-3\sqrt{17}} = \frac{-6+2\sqrt{17}}{13-3\sqrt{17}} = \frac{(-6+2\sqrt{17})(13+3\sqrt{17})}{169-153} =$
 $= \frac{-6(13+3\sqrt{17})+2\sqrt{17}(13+3\sqrt{17})}{16} = \frac{-78+18\sqrt{17}+26\sqrt{17}+6\cdot 17}{16} = \frac{-10+2\sqrt{17}}{4} = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$

Ответ: $(1, -2), (2, -1), (\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2}), (\frac{-3+\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$.

√ 5

$7000 = 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3$. Рассмотрим, какие цифры могут быть: Так как цифр, кратных 5 (или 7) только 5 (или 7) соответственно, то должна быть одна цифра 7 и 3 цифры 5 (т.к. произведение всех цифр $= 7 \cdot 5^3$).

П.к. также всевозможные и 4 цифры определены, то оставшиеся 4 цифры могут быть 2, 4, 8, 1. Какие могут быть наборы

1) 7, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 1

кол-во таких чисел:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1120$$

П.к. 3 одинаковых цифр 2 и 5, то кол-во всех способов деления на 3 не повторяется.

2) 7, 5, 5, 5, 2, 4, 1, 1

кол-во таких чисел:

$$\frac{8!}{3! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 1680$$

3) 7, 5, 5, 5, 8, 1, 1, 1

кол-во таких чисел:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120$$

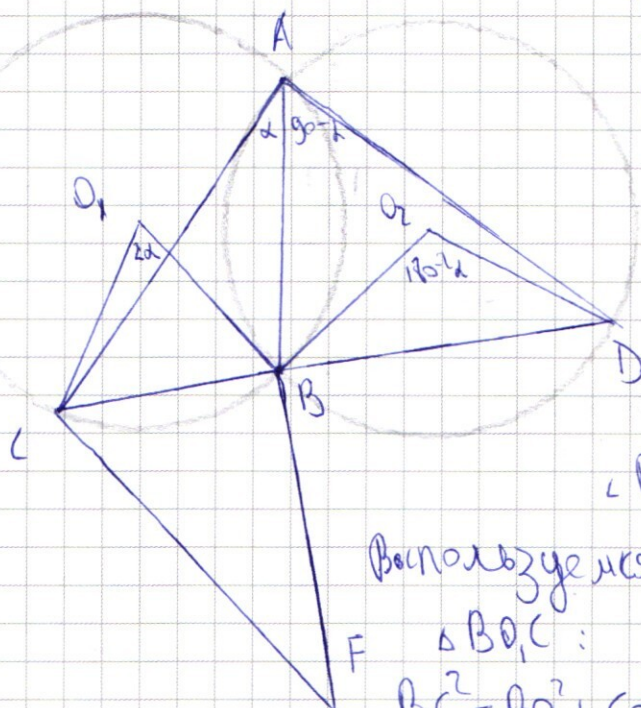
Других вариантов быть не может, т.к. в произведении 2^3 , что можно представить 3 наборами цифр $= 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 4 = 8$, остальные, чтобы произведение не менялось $= 1$.

Тогда всего чисел: $1120 + 1680 + 1120 = 3920$

Ответ: 3920

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



Решение: обозначим центр
первой окружности - O_1 , а второй - O_2 .

$\angle CAD = 90^\circ$, тогда если
 $\angle CAB = \alpha$, то $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$.

$\angle CO_1B = 2 \cdot \angle CAB$ (как центральный) =
 $= 2\alpha$

$\angle BO_2D = 2 \cdot \angle BAD = 180^\circ - 2\alpha$.

Используем теорему косинусов для

$\triangle BO_1C$:

$$BC^2 = BO_1^2 + CO_1^2 - 2 \cdot BO_1 \cdot CO_1 \cdot \cos(\angle CO_1B)$$

$$BC^2 = 49 + 49 - 2 \cdot 49 \cdot \cos 2\alpha = 98 \cdot (1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \text{ (по формуле суммы)} = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\text{(по ПТТ: } 1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \text{)}$$

$$\text{Тогда } BC = \sqrt{98 \cdot (1 - (1 - 2\sin^2 \alpha))} = \sqrt{98 \cdot 2\sin^2 \alpha} = 14 \sin \alpha \quad (BC > 0)$$

Аналогично в $\triangle BO_2D$ при этом $-\cos 2\alpha = \cos(180^\circ - 2\alpha)$

$$BD^2 = BO_2^2 + DO_2^2 - 2 \cdot BO_2 \cdot DO_2 \cdot \cos(\angle BO_2D)$$

$$BD^2 = 49 + 49 + 2 \cdot 49 \cdot \cos 2\alpha = 98(1 + \cos 2\alpha) = 98(1 + 2\cos^2 \alpha - 1) = 196 \cos^2 \alpha$$

$$BD = 14 \cos \alpha \quad (\text{так } BD > 0) = BF \text{ (по условию)}$$

Тогда так BF - перпендикулярен к CD $\Rightarrow \angle CBF = 90^\circ$.

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 \text{ (по т. Пифагора)} = 14^2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 14^2 \Rightarrow CF = 14$$

Отметим: $CF = 14$

$$\tilde{x} + \tilde{y} - 10|x| - 24|y| = 0$$

$$\tilde{x} + \tilde{y} = 2 \cdot (5|x| + 12|y|)$$

$$1) x > 0$$

$$\tilde{x}^2 - 10x + \tilde{y} - 24|y| = 0$$

$$D = 100 - 4\tilde{y}^2 + 96|y| =$$

$$= 4(25 - \tilde{y}^2 + 24|y|) =$$

~~2.4.2~~



$$x - y + 5 > 0$$

$$x + 5 > y$$

$$1) x < -5, y < -5$$

$$x + 5 < y$$

$$x > y$$

$$x - y < -5$$

$$x + 5 - y < 0 \Rightarrow \frac{5}{-2.5} = -2$$

$$x - y < -5$$

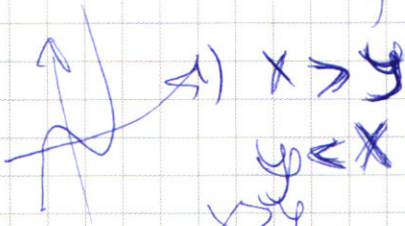
$$x + y + 5 < 0$$

б.ч.

$$2.3.91 =$$

$$-103.4$$

$$11 + 16 =$$

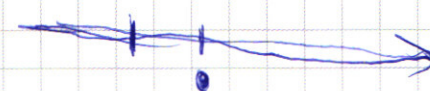


$$1) x > y$$

$$y < x$$

$$x > y$$

$$\downarrow x - y > 0$$



$$|x| + |y|$$

$$(x + y) \cdot 9(3 - 4)$$

~~2.4.2~~

$$\frac{1}{2}(x+5) \cdot \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^3 + 3x - 10$$

5.4.26

$$\boxed{x^3 - 16x + 25 \geq 0}$$

$$\frac{(x+5)^2}{x^3 + 10x + 25} \cdot (x^3 - 16x + 25) = 4 \cdot (x^3 + 3x - 10)^2$$

$$x^5 + 10x^4 + 9x^3 - 160x^2 - 400x + 25x^2 + 250x + 625 = 4x^6 + 36x^5 + 400x^4 + 120x^3 - 40x^2$$

$$4x^6 - x^5 + (14x^4 - 49x^3 + 171x^2$$

$$x^2 + 3x - 10$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{-3-7}{2} = -5$$

$$x_2 = \frac{-3+7}{2} = 2$$

$$(x+5)(x-2)$$

$$x^3 - 16x + 25 = (x-2)^2 \cdot 4$$

$$x^3 + 9 = 4x^2$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$-8 - 16 + 9 =$$

$$-1 - 4 =$$

$$x = 3$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = (x-2)^2 + 4$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 \cdot (x-4) + 9 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x^2 \cdot (3-2x) + 9 = 0$$

$$27 - 36 + 9 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2} \cdot (x+5) \cdot \sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$x^2+3x-10 = (x+5)(x-2)$$

$$\frac{1}{2} \cdot (x+5) \cdot \sqrt{x^3-16x+25} - (x+5)(x-2) = 0$$

$$(x+5) \cdot (\sqrt{x^3-16x+25} - 2(x-2)) = 0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю:

$$x^3-16x+25 = 4(x-2)^2$$

$$x^3+9 = 4x^2$$

$$x^3-4x^2+9=0, \text{ путём подбора замечаем, что } x=3$$

$$9 \cdot (3-4) + 9 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3-4x^2+9 & x-3 \\ \hline x^3-3x^2 & \\ \hline -x^2 & \\ -x^2+3x & \\ \hline -3x+9 & \\ -3x+9 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2-x-3=0 \\ D=1+12=13 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{array}$$

$$x^2-x-3=0$$

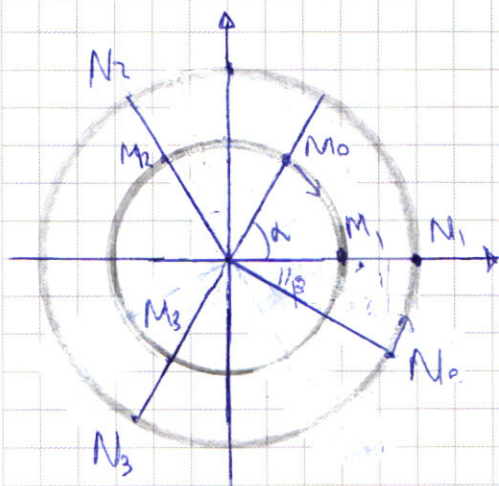
$$D=1+12=13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Таким образом

$$(x+5) \cdot (\sqrt{x^3-16x+25} - 2(x-2)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x = -5, 3, \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$



N1

1) радиус окружности, по которой движется шквца $r_u^2 = x_0^2 + y_0^2 = 3 + 9 = 12$,

$$r_u = 2\sqrt{3}.$$

радиус окружности, по которой движется шквур $r_e^2 = x_0^2 + y_0^2 = 36 + 48 = 84$,

$$r_e = 4\sqrt{3}.$$

Заметим, что Длина окружности шквцы $= 2\pi r_u = 4\sqrt{3}\pi$, а шквур $= 8\sqrt{3}\pi$. П.к. у них одинаковые скорости, но если шквца проходит дугу α , то шквур проходит дугу $\frac{\alpha}{2}$ за это же время (т.к. весь путь шквцы в 2 раза меньше всего пути шквюра) $\Rightarrow$ если шквца проходит 1° отн. начала координат, то шквур в $0,5^\circ$. $\Rightarrow$ их скорости сближения $= 1,5^\circ$.

2) Найдем изначально, где находились шквцы и шквур на окружностях.

$M_0(\sqrt{3}; 3) \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} + \pi k$, но т.к. $\sqrt{3} > 0$ и $3 > 0$, то шквца в первой четверти под углом 60° (см. рис.)

$N_0(6; -2\sqrt{3}) \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{-2\sqrt{3}}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = -\frac{\pi}{6} + \pi k$, но т.к. $6 > 0$ и $-2\sqrt{3} < 0$, то шквур в четвертой четверти под углом 30° (см. рис.)

3) Кратчайшее расстояние между шквцами достигается когда они повернутся под одним углом $\Rightarrow$ если изначально угол между ними $\alpha + \beta = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$, то (по п.1) $\frac{3}{2}$ сближ. $\frac{3}{2}$, то встретятся они, когда $90^\circ - 3 \cdot 1,5^\circ = 60^\circ \Rightarrow \beta' = \beta - 60^\circ = -30^\circ \Rightarrow$

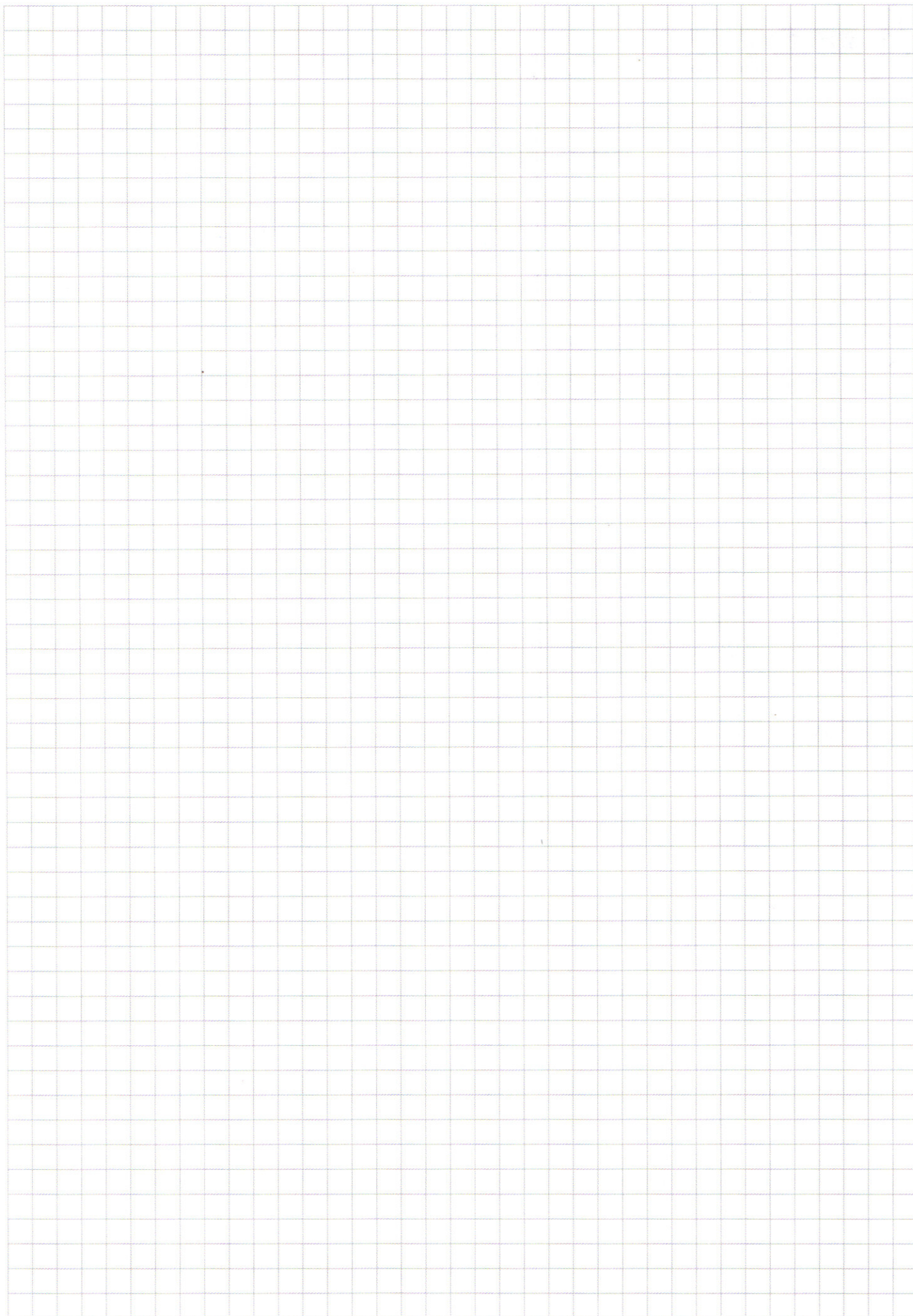
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ координаты центра тяжести $N_1 (\cos \beta' \cdot r_c, \sin \beta' \cdot r_c)$ -
 $N_1 (0; 4\sqrt{3})$.

Далее угол между ними $360^\circ \Rightarrow 360:3 \cdot 2 = 240^\circ \Rightarrow$
 N_2 получена поворотом N_1 на угол $360 - 240 = 120^\circ$ против
часовой стрелки. $\Rightarrow$ координаты $N_2 (\cos \beta'' \cdot r_c, \sin \beta'' \cdot r_c)$,
где $\beta'' = 120^\circ \Rightarrow N_2 (-2\sqrt{3}; 6)$

Аналогично отн. N_2 получена $N_3 (\cos \beta''' \cdot r_c, \sin \beta''' \cdot r_c)$,
где $\beta''' = 240^\circ \Rightarrow N_3 (-2\sqrt{3}; -6)$. Далее следующая
ветвь треугольника в N_1 , т.к. сумма всех
углов $= 360^\circ = 240^\circ + 120^\circ$.

Ответ: $N_1 (0; 4\sqrt{3})$, $N_2 (-2\sqrt{3}; 6)$, $N_3 (-2\sqrt{3}; -6)$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1$$

$$(7, 2^3, 5^3)$$

$$3547$$

$$-x-1$$

$$2, 4, 8, 5, 7$$

$$x \leq -1$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ +144 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 30 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 20 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$5 \quad 6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 120$$

$$70 \quad 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 120$$

$$-1 \quad 6 - 5 + 6 - 2 + 1$$

$$\begin{array}{r} 7240 \\ + 1680 \\ \hline 3920 \end{array}$$



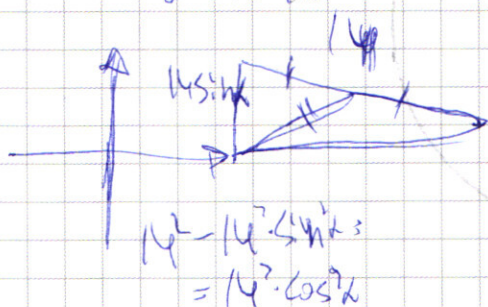
$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

$$(14-5)^2 + (14-17)^2 = 169$$

$$49 - 14 \cdot 14 \cdot \sin^2 \alpha =$$

$$= 49(1 - 2\sin^2 \alpha) =$$

$$= 49 \cos 2\alpha$$



$$BC^2 = 98 - 2 \cdot 49 \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC = \sqrt{98(1 - \cos 2\alpha)}$$

$$1 - 175 \sin^2 \alpha$$

$$49 \cdot 4 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$BC = 14 \sin \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \sin(90^\circ - 2\alpha)$$

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = 14^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 14^2$$

$$BD^2 = 98 + 2 \cdot 49 \cdot \cos(20^\circ - 2\alpha) = 98 \cos 2\alpha$$

$$BD = \sqrt{98(1 + \cos 2\alpha)}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$98 \cdot BD = 14 \cos \alpha$$

