МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На полу стоит блюдечко с молоком, вокруг которого по двум окружностям ходят котёнок и щенок. Скорость котёнка в два раза меньше скорости щенка. На плоскости пола введена прямоугольная система координат, в которой блюдечко (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Котёнок двигается по часовой стрелке, а щенок – против. В начальный момент времени котёнок и щенок находятся в точках $M_0(-6;0)$ и $N_0\left(2;2\sqrt{3}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений котёнка, в которых расстояние между животными будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все тройки целочисленных параметров a, b и c, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases} 2x - by + z = 2b, \\ ax + 5y - cz = a. \end{cases}$$
не имеет решений.

3. [4 балла] Решите неравенство $\left(\sqrt{x^3-18x-5}+2\right)\cdot\left|x^3-4x^2-5x+18\right| \leqslant 0$.

4. [5 баллов] Решите уравнение $4x^4+x^2+6x-5x^2|x+3|+9=0$.

5. [5 баллов] Бросили 60 игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших цифр. Какая из вероятностей больше: того, что сумма не меньше 300, или того, что сумма меньше 120?

6. [4 балла] Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D, пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E, а также вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно $\frac{6}{5}$. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1.

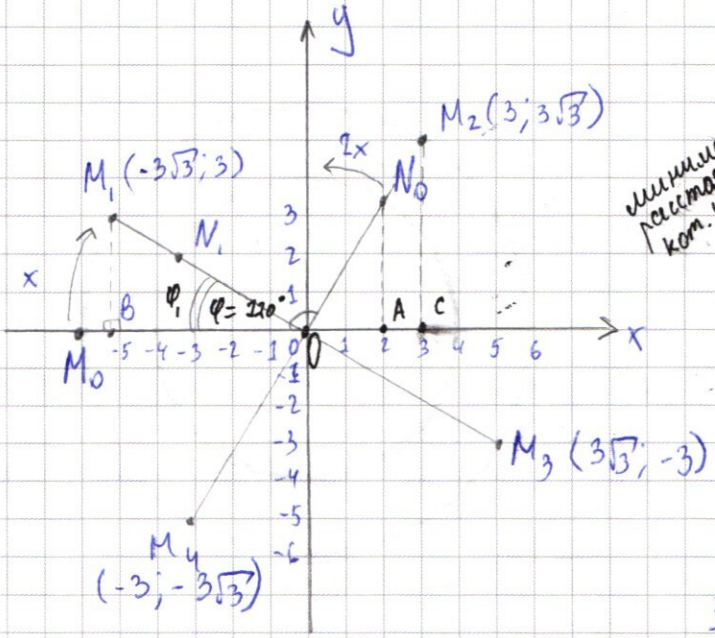
7. [7 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений
$$\begin{cases} a^2-2ax+10y+x^2+y^2=0, \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=169 \end{cases}$$
имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



минимальное расстояние между кот. и щен.: $R_к - R_щ = 2$

1) Найдём радиусы окружностей котёнка и щенка

$$\begin{cases} R_к = \sqrt{(-6-0)^2 + (0-0)^2} = 6 \\ R_щ = \sqrt{(2-0)^2 + (2\sqrt{3}-0)^2} = 4 \end{cases}$$

2) Пусть котёнок движется со скоростью x.

Тогда скорость щенка $2x$

3) Пусть угловая скорость котёнка равна $\omega_к = \frac{x}{R_к} = \frac{x}{6}$; угловая скорость щенка равна $\omega_щ = \frac{2x}{R_щ} = \frac{2x}{4} = \frac{x}{2}$.

4) Рассмотрим $\triangle N_0AO$ (он прямоугольный):

$N_0A \perp OA$ (т. A - проекция т. N_0 на ось OX)

$$\left.\begin{matrix} N_0O = 4 \\ AO = 2 \end{matrix}\right| \Rightarrow \sin\angle AN_0O = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle AN_0O = 30°$$

$\Rightarrow \angle N_0OA = 60°$, $\angle N_0OM_0 = 120°$ ($\angle N_0OA$ и $\angle N_0OM_0$ - смежные)

5) угловая скорость сближения котёнка и щенка:

$\omega_к + \omega_щ = \frac{x}{6} + \frac{\overset{3}{x}}{2} = \frac{4}{6}x = \frac{2}{3}x$

Найдём время, через которое котёнок и щенок впервые будут на min расстоянии друг от друга: $t = \frac{\varphi}{\omega_к + \omega_щ}$ $t = \frac{2\pi}{3} : \frac{2}{3}x = \frac{\pi}{x}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

За это время котёнок пройдёт

$\varphi_к = \frac{x}{6} \cdot \frac{\pi}{x} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$

Координаты котёнка:

$M_1B = \frac{M_1O}{2}$ (M_1B – катет против угла в 30°)

$\Rightarrow M_1B = 3$

$BO = M_1B \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow M_1(-3\sqrt{3}; 3)$ – абсцисса т. M_1 отриц., т.к. котёнок находится во II четв. коорд. плоскости

6) В следующий раз кот. и щен. окажутся на мин расстоянии друг от друга когда суммарный угол поворота векторов $\overline{OM_1}$ и $\overline{ON_1}$ будет равен 360°. Это произойдёт через $t' = \frac{2\pi}{\omega_к + \omega_щ} = \frac{3\pi}{x}$

За это время вектор $\overline{OM_1}$ повернётся на

$\varphi_2 = \frac{3\pi}{x} \cdot \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

7) Новые координаты котёнка:

$\triangle OM_2C$: $\angle M_2OC = 60^\circ$ ($\angle M_2OC = 180^\circ - \angle M_1OM_0 - 90^\circ = 60^\circ$)

$\Rightarrow OC = \frac{M_2O}{2} = 3$

$M_2C = OC\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow M_2(3; 3\sqrt{3})$ – абсцисса коор. кот. поменяла знак, т. к. он перешёл в I чет. коор. плос.

8) Аналогично до след. мин. расстояния между кот. и щен. вектор OM_2 повернётся на 90°, потом ещё на 90° и ещё. 5-я „встреча" произойдёт снова в точках M_1 и N_1 (кот. пройдёт круг).

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ коор. кот. во время „встреч" номер 3 и 4 равны: $M_3(3\sqrt{3}; -3)$ и $M_4(-3; -3\sqrt{3})$

Ответ: $M_1(-3\sqrt{3}; 3)$, $M_2(3; 3\sqrt{3})$, $M_3(3\sqrt{3}; -3)$, $M_4(-3; -3\sqrt{3})$

№2.

$$\begin{cases} 2x - by + z = 2b & (1) \\ ax + 5y - cz = a & (2) \end{cases}, \quad a, b, c \in \mathbb{Z}$$

Найти: a, b, c

(1) $z = 2b - 2x + by$

(2): $ax + 5y - c(2b - 2x + by) = a$

$ax + 5y - 2cb + 2xc - bcy = a$

$x(a + 2c) + y(5 - bc) = a + 2cb$

Если это ур-ние не будет иметь решений, то и сис-ма тоже не будет иметь решений. Это возможно лишь при:

$$\begin{cases} (a + 2c) = 0 \\ a + 2cb \neq 0 \\ (5 - bc) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2c \\ a \neq -2cb \\ bc = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2c \\ a \neq -10 \\ bc = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2c \neq -10 \\ a = -2c \\ bc = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c \neq 5 \\ a = -2c \\ bc = 5; \ a, b, c \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} c = -5 \\ b = -1 \\ a = -2c = 10 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -2c = -2 \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -2c = 2 \\ b = -5 \\ c = -1 \end{cases} \end{array} \right.$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Проверка:

$a=2,\ c=-1,\ b=-5$:

$$\begin{cases} 2x+5y+z=-10 & (1)\\ 2x+5y+z=2 & (2)\end{cases} \Rightarrow (1)-(2):\ 0=-12$$

$\varnothing$

$a=10,\ c=-5,\ b=-1$

$$\begin{cases} 2x+y+z=-2 & |\cdot 5\\ 10x+5y+5z=10\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x+5y+5z=-10\\ 10x+5y+5z=10\end{cases} \quad \varnothing$$

$a=-2,\ b=5,\ c=1$:

$$\begin{cases} 2x-5y+z=10 & (1)\\ -2x+5y-z=-2 & (2)\end{cases} \Rightarrow (1)+(2):\ 0=8$$

$\varnothing$

Ответ: $\begin{cases} a=2\\ b=-5\\ c=-1\end{cases}$, $\begin{cases} a=10\\ b=-1\\ c=-5\end{cases}$, $\begin{cases} a=-2\\ b=5\\ c=1\end{cases}$

№3.

$$\underbrace{\left(\sqrt{\overbrace{x^3-18x-5}^{\geq 0}}+2\right)}_{>0}\underbrace{|x^3-4x^2-5x+18|}_{\geq 0}\leq 0 \iff$$

$$\iff \left(\sqrt{\overbrace{x^3-18x-5}^{\geq 0}}+2\right)|x^3-4x^2-5x+18|=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x^3-4x^2-5x+18=0\\ x^3-18x-5\geq 0\end{cases}\\ \sqrt{x^3-18x-5}+2=0\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} (x-2)(x^2-2x-9)=0\\ x^3-18x-5\geq 0\end{cases}\\ \varnothing\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{r|l} x^3-4x^2-5x+18 & x-2\\ \cline{2-2} -\ x^3-2x^2 & x^2-2x-9\\ \cline{1-1} -2x^2-5x & \\ -\ -2x^2+4x & \\ \cline{1-1} -9x+18 & \\ -\ -9x+18 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$\Downarrow$

$$\left[\begin{array}{ll}\begin{cases} x=2\\ x^3-18x-5\geq 0\end{cases} & (1)\\ \begin{cases} x^2-2x-9=0\\ x^3-18x-5\geq 0\end{cases} & (2)\end{array}\right.$$

(1): $x=2$;

$8-36-5<0$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\varnothing\\ \begin{cases} x^2-2x-9=0\\ x^3-18x-5\geq 0\end{cases}\end{array}\right.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2): $x^2-2x-9=0$

$D=4+4\cdot 9=40$

$$\begin{cases} x=\dfrac{2\pm 2\sqrt{10}}{2}=1\pm\sqrt{10} \\ x^3-18x-5\geq 0 \end{cases}$$

$x=1+\sqrt{10}$ – уд. усл.

$(1+\sqrt{10})^3-18-18\sqrt{10}-5=$

$=1+3\sqrt{10}+30+100-18-18\sqrt{10}-5=$

$=108-15\sqrt{10}=\sqrt{11664}-\sqrt{2250}>0$

$x=1-\sqrt{10}$ – не уд. усл.

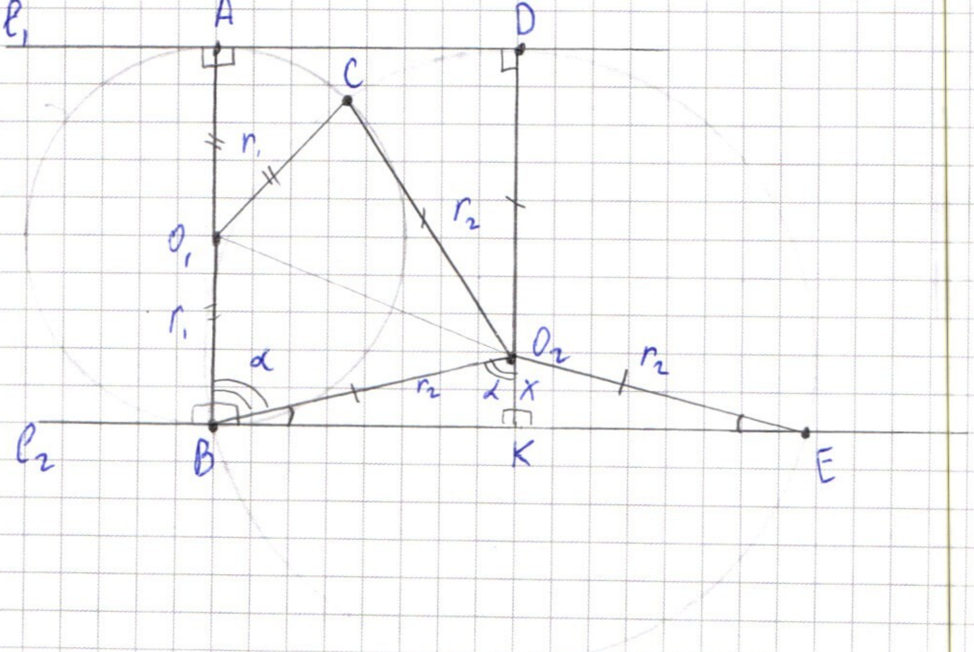
$(1-\sqrt{10})^3-18+18\sqrt{10}-5=1-3\sqrt{10}+$

$+30-100-18+18\sqrt{10}-5=$

$=15\sqrt{10}-92=\sqrt{2250}-\sqrt{8464}<0$

Ответ: $x=1+\sqrt{10}$

№6.



$\dfrac{S_{BO_1CO_2}}{S_{\Delta O_2BE}}=\dfrac{6}{5}$

Найти:

$\dfrac{r_2}{r_1}=?$

Решение: Построим $O_2K \perp l_2$

1) т. A, O_1, B лежат на 1 прямой ($O_1A \perp l_1$; $O_1B \perp l_2$, $l_1 \parallel l_2$)

т. D, O_2, K лежат на 1 прямой ($DO_2 \perp l_1$; $O_2K \perp l_2$, $l_1 \parallel l_2$)

$\Rightarrow AB \parallel DK$ ($AB \perp l_1$ и $DK \perp l_1$)

2) Рассмотрим $BADK$:

$AD \parallel BK$ (по усл)
$AB \parallel DK$ (по док.) $\Big| \Rightarrow ABKD$ - пар-мм по опр.

$\Rightarrow AB = DK$

$\angle DAB = 90°$ (AD-кас. к окр, AB - диаметр)

$\Rightarrow ABKD$ - прямоуг.

3) $AB = 2r_1$

$DK = r_2 + x$

$2r_1 = r_2 + x \Rightarrow x = 2r_1 - r_2$

4) Рассмотрим ΔBO_1O_2 и ΔO_1CO_2:

$BO_1 = O_1C = r_1$ (по усл.)
$BO_2 = O_2C = r_2$ (по усл.) $\Big| \Rightarrow \Delta BO_1O_2 = \Delta CO_1O_2$ (по III priz.)
O_1O_2 - общ.

$\Rightarrow S_{\Delta BO_1O_2} = S_{\Delta CO_1O_2} = \frac{1}{2} S_{BO_1CO_2}$

5) $\angle ABO_2 = \angle BO_2K$ (накр. леж. при $\parallel$ пр. AB и DK и сек. BO_2)

6) $S_{BO_1CO_2} = S_{\Delta BO_1O_2} + S_{\Delta CO_1O_2} = 2 S_{\Delta BO_1O_2} = 2 \cdot \frac{1}{2} r_1 r_2 \sin\alpha = r_1 r_2 \sin\alpha$

$S_{\Delta BOE} = S_{\Delta BO_2K} + S_{\Delta O_2EK} = 2 S_{\Delta BO_2K}$ ($\Delta BO_2K = \Delta EO_2K$ по гип. и катетам) $= 2 \cdot \frac{1}{2} r_2 x \sin\alpha = r_2(2r_1 - r_2)\sin\alpha$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\frac{S_{BO_1CO_2}}{S_{\triangle BOE}} = \frac{6}{5}$

$6 S_{\triangle BOE} = 5 S_{BO_1CO_2}$

$6 r_2 (2r_1 - r_2) \sin\alpha = 5 r_1 r_2 \sin\alpha$

$6(2r_1 - r_2) = 5r_1$

$12r_1 - 5r_1 = 6r_2$

$7r_1 = 6r_2$

$\frac{7}{6} = \frac{r_2}{r_1}$

Ответ: $\frac{r_2}{r_1} = \frac{7}{6}$

№ 7.

$\begin{cases} a^2 - 2ax + 10y + x^2 + y^2 = 0 \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - 2ax + a^2) + (y^2 + 10y + 25) = 25 \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-a)^2 + (y+5)^2 = 25 \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \quad (2) \end{cases}$

(2): $x \geq 0,\ y \geq 0$:

$(x - 12)^2 + (y - 5)^2 = 169$

$x < 0,\ y \geq 0$:

$(-x - 12)^2 + (y - 5)^2 = 169 \Rightarrow (x + 12)^2 + (y - 5)^2 = 169$

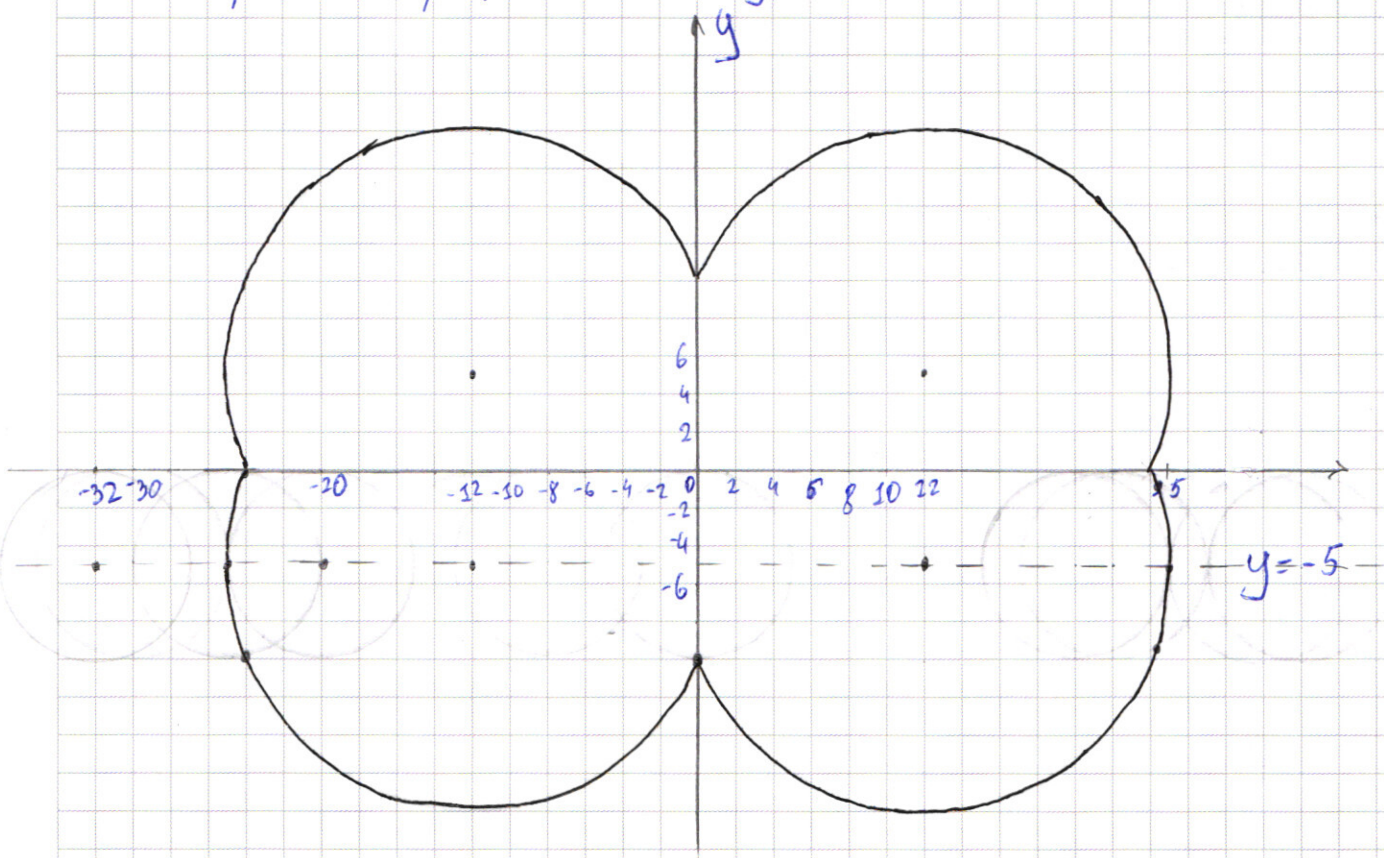
$x < 0;\ y < 0$:

$(-x - 12)^2 + (-y - 5)^2 = 169 \Rightarrow (x + 12)^2 + (y + 5)^2 = 169$

$x \geq 0,\ y < 0$:

$(x - 12)^2 + (-y - 5)^2 = 169 \Rightarrow (x - 12)^2 + (y + 5)^2 = 169$

Построим график 2-го ур-ния:



Окружность 1-го ур-ния имеет фиксированный радиус, а её центр находится на прямой $y=-5$.

$\underline{a<-30}$: Нет точек пересечения

$\underline{a=-30}$: Касание окружности с центром $(-25;-5)$ и рад. 5 с „окр." с центром в $(-12;-5)$ и рад. 13 внешним образом (в точке $(-5;-25)$

$\underline{a\in(-30;-20)}$: 2 т. пересечения

$\underline{a=-20}$: Касание окр. с центром $(-20;-5)$ и рад. 5 и „окр." с центром $(-12;-5)$ и рад. 13 в точке $(-25;-5)$ внутренним образом.

$\underline{a\in(-20;0)}$: $\varnothing$ нет точек пересечения

$\underline{a=0}$: графики имеют 1 общую точку $(0;-5)$

$\underline{a\in(0;20)}$: нет точек пересечения

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a=20$: окр. с центром $(20;-5)$ и рад. 5 касается графика 2-го ур-ния в т. $(25;-5)$

$a\in(20;30)$: 2 точки пересечения

$a=30$: окр. с центром $(30;-5)$ и рад. 5 касается графика 2-го ур-ния в т. $(25;-5)$

$a>30$: нет точек пересечения.

Ответ: $a\in(-30;-20)\cup(20;30)$

№4.

$4x^4+x^2+6x-5x^2|x+3|+9=0$

$x\geq-3$:

$4x^4+x^2+6x-5x^3-15x^2+9=0$

$4x^4-5x^3-14x^2+6x+9=0$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4-5x^3-14x^2+6x+9 & x-1 \\ \hline 4x^4-4x^3 & 4x^3-x^2-15x-9 \\ -x^3-14x^2 & \\ -x^3+x^2 & \\ -15x^2+6x & \\ -15x+15x & \\ -9x+9 & \\ -9x+9 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(4x^3-x^2-15x-9)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ 4x^3-x^2-15x-9=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \varnothing \end{array}\right.$

$x<-3$:

$4x^4+x^2+6x+5x^3+15x^2+9=0$

$4x^4+5x^3+16x^2+6x+9=0$

$\varnothing$

Ответ: $x=1$.

№ 5

Найдём кол-во комбинаций, при которых сумма выпавших цифр была не меньше 300:

Комбинации на 300 очков:

$$1 + C_{30}^{2} + C_{30}^{4} + C_{30}^{6} + C_{30}^{8} + C_{30}^{10} + C_{30}^{12} + C_{30}^{14} + C_{30}^{16} + C_{30}^{18} + C_{30}^{20} +$$
$$+ C_{30}^{22} + C_{30}^{24} + C_{30}^{26} + C_{30}^{28} + C_{30}^{3} + C_{30}^{5} + C_{30}^{7} + C_{30}^{9} + C_{30}^{11} + C_{30}^{13} + C_{30}^{15} + C_{30}^{17} + \ldots$$
$$\ldots + C_{30}^{29} = x$$

Столько же комбинаций на 120 очков ровно.

Кол-во комб. на >300 и <120 оч. также равны

$\Rightarrow$ вероятности одинаковые

Ответ: вероятности одинаковые.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\underbrace{(\sqrt{x^3-18x-5}+2)}_{>0}\cdot\underbrace{|x^3-4x^2-5x+18|}_{\geq 0}\leq 0$$

$$\begin{array}{r} 12100 \\ -\ 440 \\ \hline 11660 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^3-4x^2-5x+18 \,|\, x-2 \\ -\ x^3-2x^2 \qquad\qquad x^2-2x-9 \\ \hline -2x^2-5x \\ -\ -2x^2+4x \\ \hline -9x+18 \\ -\ -9x+18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(\sqrt{x^3-18x-5}+2)\cdot|x^3-4x^2-5x+18|=0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x^3-18x-5}+2=0 \\ \begin{cases} x^3-4x^2-5x+18=0 \\ \sqrt{x^3-18x-5}\geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} x^3-4x^2-5x+18=0 \\ x^3-18x-5\geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 5 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x^2-2x-9)=0 \\ x^3-18x-5\geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times\ 108 \\ \hline 864 \end{array}$$

$(110-2)^2 = 12100-440+4=$
$=11664$

$D = 4 + 36 = 40$

$x = \frac{2\pm 2\sqrt{10}}{2} = 1\pm\sqrt{10}$

$(1+\sqrt{10})^3 - 18 - 18\sqrt{10} - 5 = 1 \pm 3\sqrt{10} + 3\cdot 10 \pm 100 - 18 + \sqrt{10}\cdot 18 - 5$

$1 - 3\sqrt{10} + 30 - 100 - 18 + 18\sqrt{10} - 5 = 15\sqrt{10} - 92$

$\sqrt{2250} - 92 < 0$

$(90+2)^2 =$
$8100 + 360 + 4 =$
$=8464$

$5 r_1 r_2 \cancel{\sin\alpha} = 6 \cdot r_2 (2r_1 - r_2)\cancel{\sin\alpha}$

$5 r_1 r_2 = 12 r_1 r_2 - 6 r_2^2$

$300 = 5\cdot 60$
↓
Все 5

$6 r_2^{\cancel{2}} = 7 r_1 \cancel{r_2}$

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{6}{7}$

$$\begin{cases} a^2-2ax+10y+x^2+y^2=0 \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=169 \end{cases}$$

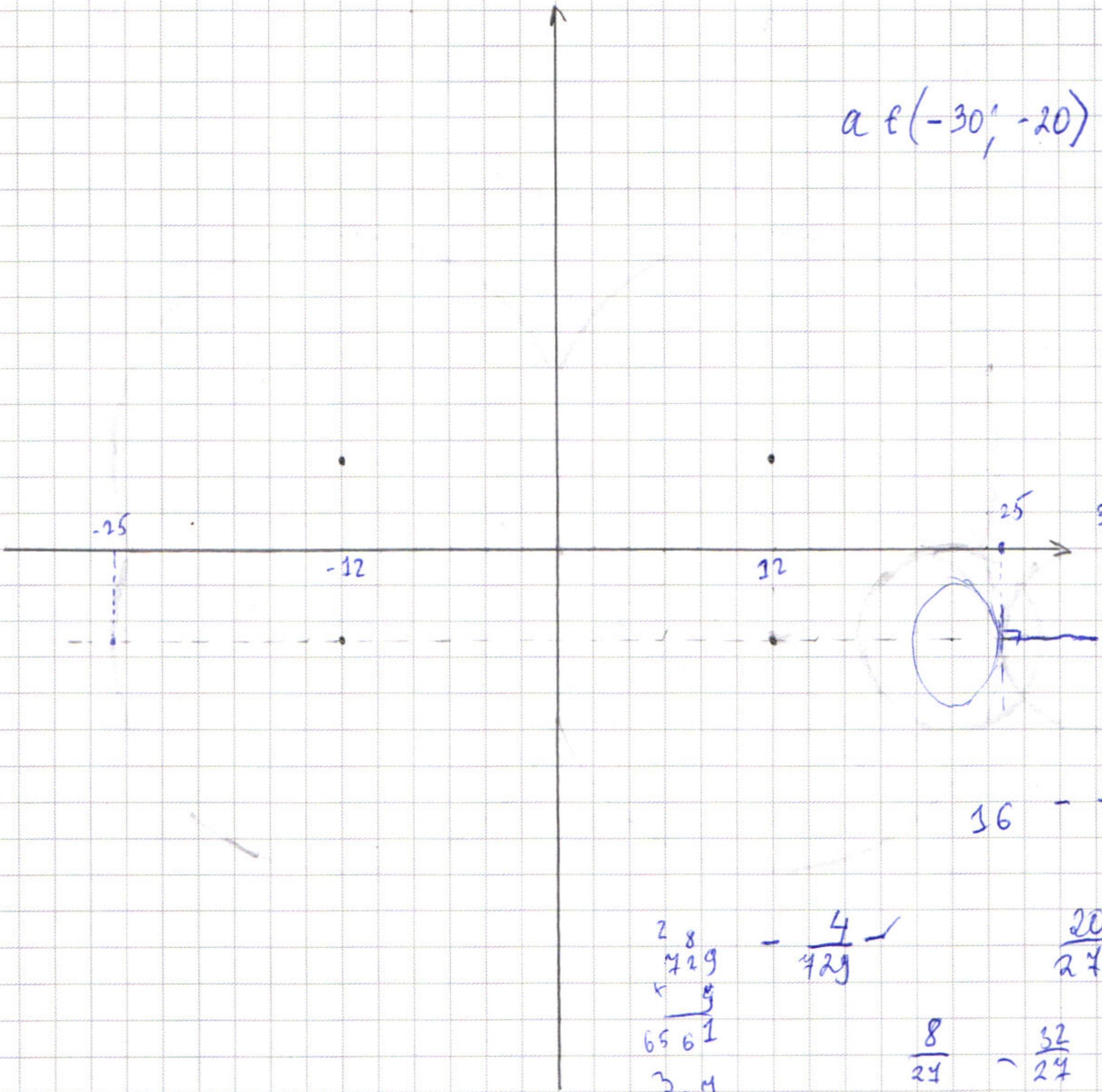
$(x^2-2ax+a^2)+(y^2+10y+25)=25$

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y+5)^2=25 \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=169 \end{cases}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$a \in (-30; -20) \cup (20; 30)$



$$\frac{256}{-48} \quad 218 \qquad \frac{425}{27}$$

$$\times\frac{27}{11} \quad 297$$

$$16 - \frac{125\cdot 4}{27} - \frac{25}{9}$$

$$729 \cdot 9 = 6561 \qquad -\frac{4}{729} \qquad \frac{20}{27} -$$

$$27 \cdot 5 = 135$$

$$\frac{8}{27} - \frac{32}{27} - \frac{4}{9} + \frac{15\cdot 2}{3} - 9$$

$$\frac{64\cdot 4}{27} - \frac{16}{9} + \frac{15\cdot 4}{3} - 9$$

$$11 - \frac{218}{27}$$

все 2

$$81 \cdot 4 = 324 - 16\cdot 9 + 9 -$$

$$-135 - 18$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4x^4 + x^2 + 6x - 5x^2|x+3| + 9 = 0$

$x \geq -3$:

$4x^4 + x^2 + 6x - 5x^3 - 15x^2 + 9 = 0$

$4x^4 - 5x^3 - 14x^2 + 6x + 9 = 0$

$(x-1)(4x^3 - x^2 - 15x - 9) = 0$

$x < -3$:

$4x^4 + x^2 + 6x + 5x^3 + 15x^2 + 9 = 0$

$4x^4 + 5x^3 + 16x^2 + 6x + 9 = 0$

$4x^4 - 5x^3 - 14x^2 + 6x + 9 \;|\; x-1$

$-4x^4 - 4x^3 \quad | \; 4x^3 - x^2 - 15x - 9$

$-x^3 - 14x^2$

$-x^3 + x^2$

$-15x^2 + 6x$

$-15x^2 + 15x$

$-9x + 9$

$-9x + 9$

0

$-\frac{4}{27} - \frac{1}{9} + 5 - 9$

$\frac{2}{3} \quad \frac{8\cdot 4}{27} -$

$-\frac{4}{9} - 10 - 9$

$15 \times 9 = 135$

$27 \times 4 = 148$

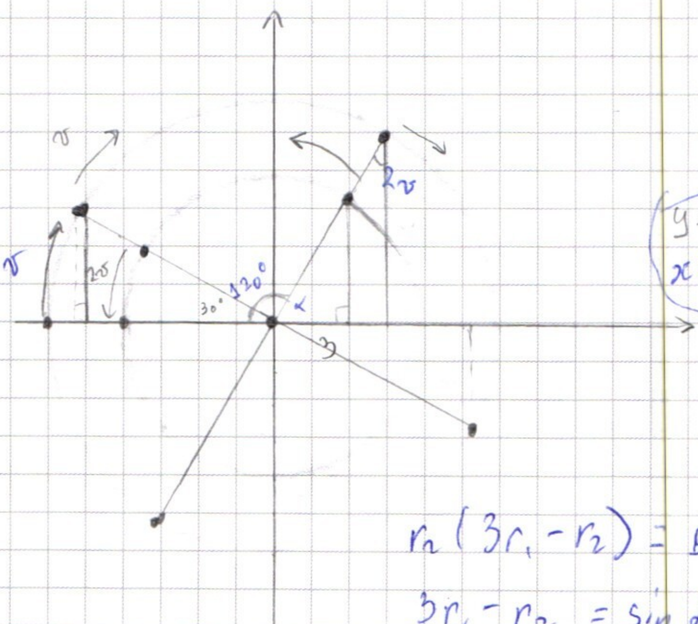
$81 \times 9 = 729$

$27 \times 4 = 108$

$45 + 18$

$R_к = 6$

$R_{ц} = \sqrt{4 + 32} = 4$



$y = 3$
$x = -3\sqrt{3}$

$x = 3$
$y = 3\sqrt{3}$

$x = 3\sqrt{3}$
$y = -3$

$x = -3$
$y = -3\sqrt{3}$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\omega_к = \frac{v}{6}$

$\omega_c = \frac{2v}{4} = \frac{v}{2}$

$\frac{2}{3}\pi = (\omega_к + \omega_c)t$

$t = \frac{2\pi}{3(\omega_к + \omega_c)} = \frac{2\pi}{\cancel{3}\cdot\frac{2}{\cancel{3}}v} = \frac{\pi}{v}$

$\varphi = \omega_к \cdot t = \frac{v}{6}\cdot\frac{\pi}{v} = \frac{\pi}{6}$

$r_2(3r_1 - r_2) = \sin\alpha(r_1 r_2 + r_2(2r_1 - r_2))$

$3r_1 - r_2 = \sin\alpha(r_1 + 2r_1 - r_2)$

$\frac{2\pi}{\frac{2}{3}v} = \frac{3\pi}{v}$

$\varphi = \omega_к \cdot t = \frac{v}{\cancel{6}\,2}\cdot\frac{3\pi}{v} = \frac{\pi}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases}2x-by+z=2b\\ ax+5y-cz=a\end{cases}\qquad z=2b+by-2x\qquad \begin{cases}a+2c=0\\5-cb=0\\a\neq -2cb\end{cases}$$

$ax+5y-2cb-cby+2cx=a$

$cb=5$

$x(a+2c)+y(5-cb)=a+2cb$

$$\begin{cases}a+2cb=0\\ \left[\begin{array}{l}a+2c\neq 0\\5-cb\neq 0\end{array}\right.\end{cases}\qquad \begin{cases}a=-2cb\\ \left[\begin{array}{l}a\neq 2c\\cb\neq 5\end{array}\right.\end{cases}\qquad \begin{cases}a=-2c\\a\neq -2cb\\cb\neq 5\end{cases}$$

$a\neq -10$

$a=-2c$

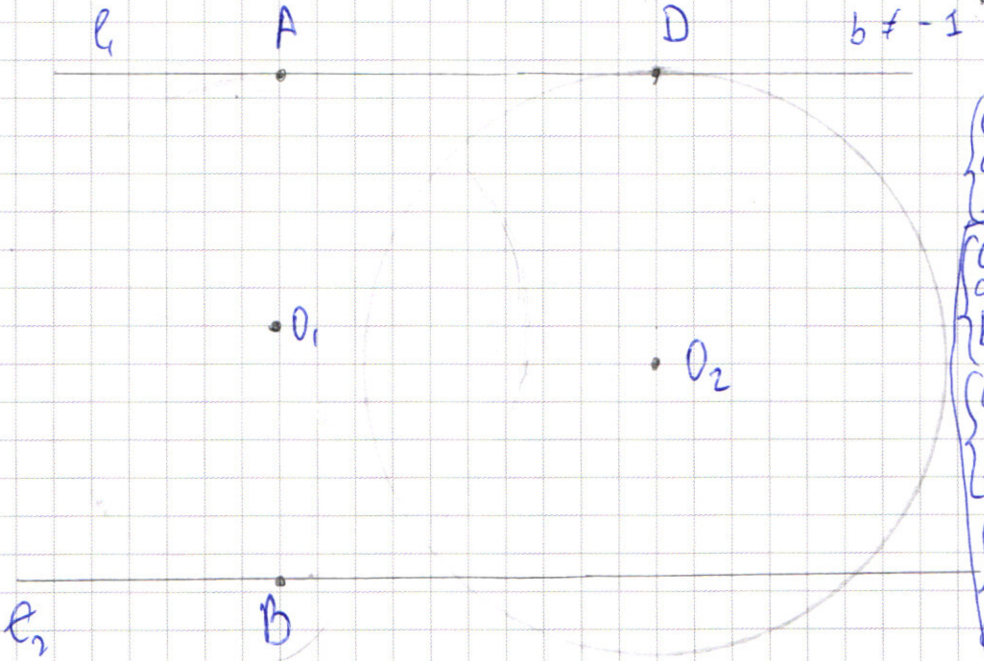
$-2c\neq 10$

$c\neq -5$

$b\neq -1$

$2x+z=0$

$5y=0$



$$\cancel{\begin{cases}c=5\\a=-10\\b=1\end{cases}}$$

$$\begin{cases}c=-1\\a=2\\b=-5\end{cases}\quad\begin{cases}c=1\\a=-2\\b=5\end{cases}\quad\begin{cases}c=-5\\a=10\\b=-1\end{cases}$$

$S_{BO_1CO_2}=\frac{6}{5}S_{\triangle BO_2E}$

$S_1=\frac{1}{2}d_1d_2$

$2r_1=r_2+x$

$x=2r_1-r_2$

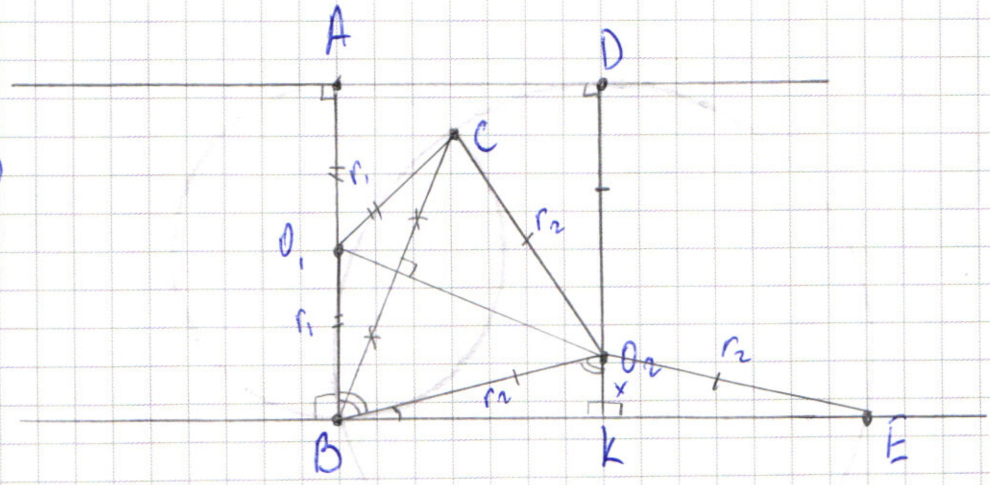
$\frac{r_1+2r_1-r_2}{2}r_2\sin\frac{\alpha}{2}$

$2x+5y+z=10$

$2x+5y+z=2$

$=\frac{1}{2}r_1r_2\sin\alpha+$

$+\frac{r_2\sin\alpha(2r_1-r_2)}{2}$



$2x-y+z=2$

$-10x+5y-5z=-10$

$z=2+y-2x$

$-\cancel{10x}+\cancel{5y}-\cancel{10}-\cancel{5y}+\cancel{10x}=-\cancel{10}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)