

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$. $2; \frac{-1+\sqrt{13}}{2} - \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.

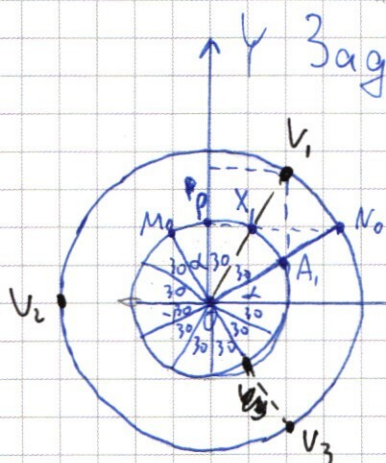
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Задача 1.

Заметим, что радиус окр. муравья равен: $\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$, а жука: $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$. Также $\angle L = 30^\circ$, т.к.

против него лежит катет в 2 раза меньше гипотенузы (1-катет, 2-гипотенуза = радиусу).

Также $\angle N_0 O X = 2 \cdot 30^\circ$.

Пусть V_1 - место первой встречи. Тогда расстояние между муравьем, жукой, и точкой O должно лежать на 1 прямой (тогда расстояние = 2).

Т.к. скорости равны, то $M_0 X_1 = V_1 N_0 \Rightarrow X_1 A_1 = \frac{1}{2} V_1 N_0$,

т.е. $2 \cdot X_1 A_1 = M_0 P \Rightarrow \angle X_1 O A_1 = 30^\circ \Rightarrow \angle V_1 O X = 60^\circ$,

т.к. $OV_1 = 4 \Rightarrow V_1 (2; 2\sqrt{3})$.

Разобьем маленькую окружность на 12 равных секторов. Скорость сближения муравья и жука = "3 сектора" $\Rightarrow$ 2 раз наименьшее расстояние будет в $V_2 (-4; 0)$, а третья $V_3 (2; -2\sqrt{3})$.

Задача 2.

Если $3(a+b)x + 12y = a$ - уравнения прямых, то бесконечно много решений будет, если соответствующие коэффициенты будут равными пропорционально.

$$\begin{cases} 3(a+b) = 4b \\ 12 = (a+b) \cdot b \Rightarrow a=1 \\ a=1 \end{cases}$$

$$\frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{(a+b)b} = \frac{a}{1}$$

$$3(a+b) = 4ab$$

$$12 = (a+b) \cdot ab$$

$$36 = 3(a+b) \cdot ab = (ab)^2 \Rightarrow ab = \pm 3$$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &= -4-b \\ (-4-b) \cdot b &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ a=3 \\ b=1 \end{cases}$$

~~а=1~~
~~а=3~~

$$4b+b^2=3$$

$$b^2+4b-3=0$$

$$D=16+12=28=4 \cdot 7$$

$$b_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{7}}{2} = -2 - \sqrt{7} \Rightarrow a = -2 + \sqrt{7}$$

$$b_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{7}}{2} = -2 + \sqrt{7} \Rightarrow a = -2 - \sqrt{7}$$

Ответ: $(1; 3)$ и $(-2+\sqrt{7}, -2-\sqrt{7})$.
✓3

$$(x+3) \cdot \sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$x^2+5x+6 = (x+2)(x+3)$$

$$x^3-x+10 = (x-1)(x+2)(x+3) + 4 = (x+2)((x-1)(x+3)+4)$$

$$(x+3) \cdot \sqrt{(x-1)(x+2)(x+3)+4} = (x+2)(x+3)$$

$x \neq -3$, т.к. в этом случае $(x-1)(x+2)(x+3)+4 < 0$ $x^3-x+10 > 0$

$$\sqrt{x^3-x+10} = x+2$$

$$x^3-x+10 = x^2+4x+4$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

$$(x-2)(x^2+x-3)=0 \quad x=2 - \text{подходит.}$$

$$x^2+x-3=0$$

$$D=1+12=13$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \text{ это } > 2, \text{ оно тоже подходит.}$$

$$x_2 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \text{ это } < 2 \Rightarrow (x_2+2) < 1$$

$$(x+2)((x-1)(x+3)+4) : (x+2) < 0 \quad \left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2} - 1\right)\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2} + 3\right) + 4 =$$

$$= \left(\frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right)\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}\right) + 4, \quad \sqrt{13} > 3 \text{ при } 3: \left(\frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right) \cdot \left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}\right) + 4 > 0, \text{ при}$$

больших значениях будет также $> 0 \Rightarrow$ этот корень не подходит.

Ответ: $2; -\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5

$$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7, \text{ число } \overline{abcdefgh}$$

Каждое из множителей ≤ 9 возможные наборы:

$$① \ 8 \ 5 \ 5 \ 7 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$② \ 2 \ 4 \ 5 \ 5 \ 7 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$③ \ 2 \ 2 \ 2 \ 5 \ 5 \ 7 \ 1 \ 1$$

①: к 8 мы можем «поставить» модуль позиции из a, b, c, d, e, f, g, h.

к 5 модуль из 7, к второй 5 модуль из 6, и к 7 модуль из 5. Но т.к. у нас 2 одинаковых цифра 5, то ответ для ①:

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2}$$

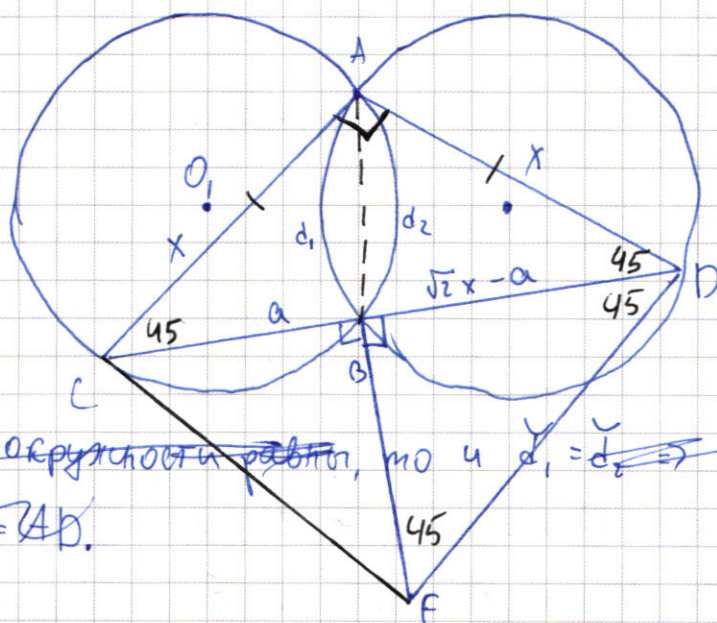
$$②: \text{аналогично } ①: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2}{2}$$

$$③: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2}{2}$$

$$① + ② + ③: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} (1 + 4 + 2) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7}{2} = 5880$$

Ответ: 5880.

Задача ~ 6



~~Р. 5. окружности равны, то и $d_1 = d_2 \Rightarrow \angle ACD = \angle ADB = \frac{90}{2} = 45 \Rightarrow AC = AD$.~~

1) Т.к. окружности равны, то и $d_1 = d_2 \Rightarrow \angle ACD = \angle ADB = \frac{90}{2} = 45 \Rightarrow AC = AD$.

2) Т.к. $FB \perp CD$ и $BD = BF \Rightarrow \angle BDF = \angle DFB = 45^\circ$

также $\angle AOB = 90^\circ = 2 \cdot \angle ACB$ - центральный.

$O_1A = O_2B = r \Rightarrow AB = r \cdot \sqrt{2}$, пусть $AC = AD = x$, $CB = a$

$CD = \sqrt{2}x \Rightarrow BD = \sqrt{2}x - a = BF$

$CF^2 = a^2 + (\sqrt{2}x - a)^2$ по т. Пифагора.

по т. косинусов: $AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos 45 = (\sqrt{2})^2$

$$x^2 + a^2 - 2ax \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18$$

$$x^2 + a^2 - \sqrt{2}ax = 18$$

$$CF^2 = a^2 + 2x^2 - 2 \cdot \sqrt{2}ax + a^2 = 2x^2 + 2a^2 - 2 \cdot \sqrt{2}ax = 2 \cdot 18 = 36 \Rightarrow CF = 6$$

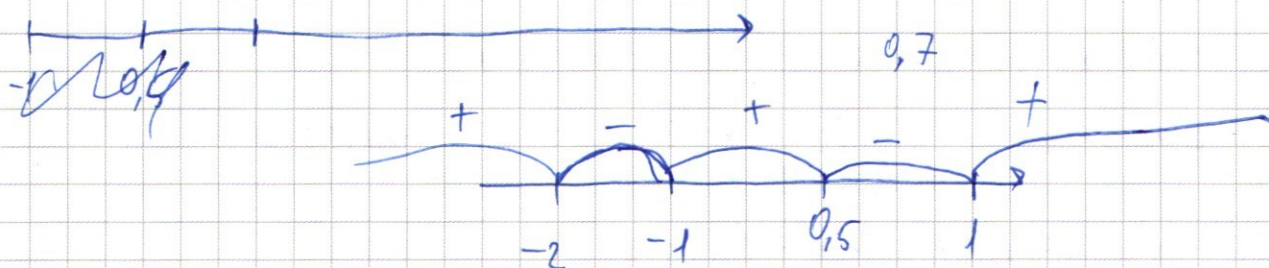
Ответ: 6.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(2x-1)(x+1)(x-1)(x+2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \overline{} & \overline{} \\ 0,7 & -1 \end{array}$$

$$x < 1$$



от

$$(-\infty; -2] \cup [-1; 0,5] \cup [1; +\infty)$$

$$\frac{-1+3}{2} = \frac{-1-3}{2}$$

$$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$$

$$\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2} + 3 \right)$$

$$\left(\frac{-3-\sqrt{13}}{2} \right) \left(\frac{5-\sqrt{13}}{2} \right) + 4 >$$

$$-3$$

$$\frac{5-3}{2} = 1$$

$$-3$$

Задача 4.

при ~~$x-1 \geq 0$~~ , ~~x~~ : $x-1 \geq 0$

$$\begin{aligned} 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 &= 2x^4 + 4x^2 - 2x - 3x^3 + 1 = \\ &= x^2 - 2x + 1 + 2x^4 - 3x^3 + 3x^2 = (x-1)^2 + x^2(2x^2 - 3x + 3). \\ 2x^2 - 3x + 3 > 0, \text{ т.к. } D < 0, \Delta > 0. \end{aligned}$$

при $x-1 < 0$:

$$2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 - 3x^2 + 1 = 2x^4 - 2x^2 + 3x^3 - 2x + 1.$$

решим уравнение: $2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$, не удалось подобрать корень = -1:

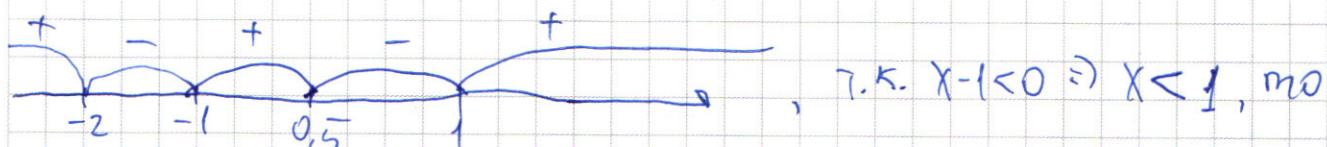
$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = (x+1)(2x^3 + x^2 - 3x + 1) = 0$$

$$2x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0, \text{ например при } x = 0,5$$

$$2x^3 + x^2 - 3x + 1 = (x - 0,5)(2x^2 + 2x - 2) = 2 \cdot (x - 0,5)(x^2 + x - 2).$$

$$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2) - 1 \text{ и } -2 - \text{ корни.}$$

$$\text{Получим: } 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = (x+1)(2x-1)(x-1)(x+2) \geq 0$$



ответом будет 3 промежутка: $[-\infty; -2] \cup [-1; 0,5]$,
и из первого случая: $[1; +\infty)$.

Ответ: $[-\infty; -2] \cup [-1; 0,5] \cup [1; +\infty)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$109,95 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

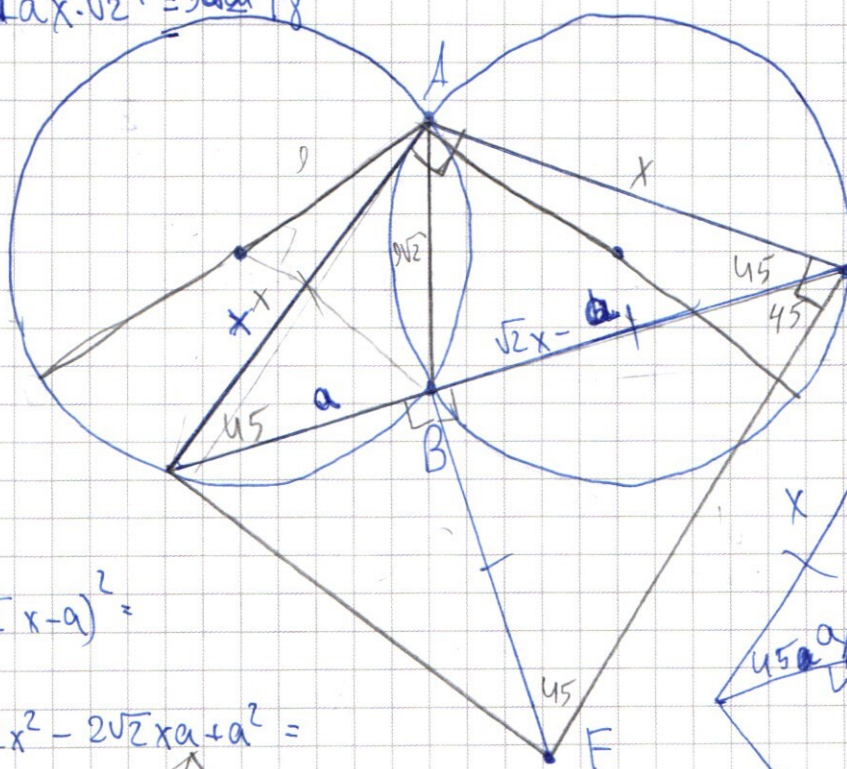
$$x^2 + (\sqrt{2}x - a)^2 - 2x\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2}x - a) = 18$$

$$x^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 9 - 2\sqrt{2}x^2 + 2ax\sqrt{2} = 18$$

$$x^2 + 2x^2 + a^2 - 2\sqrt{2}x^2 = 18$$

$$a^2 + x^2 - 2ax \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{18}}$$

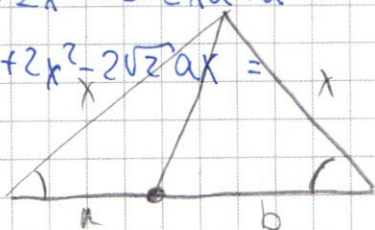
$$a^2 + x^2 -$$



$$a^2 + (\sqrt{2}x - a)^2 =$$

$$= a^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}xa + a^2 =$$

$$= 2a^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}ax =$$



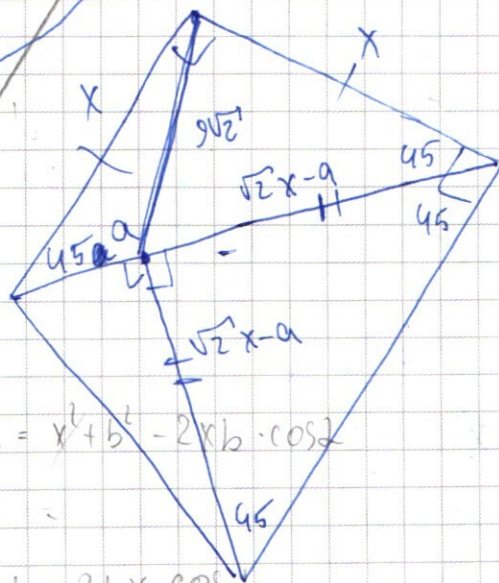
$$x^2 + a^2 - 2ax \cdot \cos 2 = x^2 + b^2 - 2xb \cdot \cos 2$$

$$a^2 - 2ax \cdot \cos \angle$$

$$a^2 - b^2 = 2ax \cdot \cos \angle = 2bx \cdot \cos \angle$$

$$(a-b)(a+b) = 2x \cdot \cos 2(a-b)$$

$$a+b = 2x \cdot \cos \alpha = \sqrt{2} x$$



$$(x-0,5)(x+1)(2x^2+2x-2) = 2 \cdot (x-0,5)(x+1)(x^2+x-2) = 2 \cdot$$

$$\frac{2x^4+3x^3-2x^2-2x+1}{2x^4+2x^3} \Big| \frac{x+1}{2x^3+x^2-3x+1} (2x-1)(x+1)(x+1)$$

$$2 \quad 1 \quad -2 \quad +1$$

$$2x^4+x^2-2x$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

$$2+1+2$$

$$-2$$

$$x^3-2x^2-2x+1$$

$$-x^3+x^2$$

$$-3x^2-2x+1$$

$$-3x^2-3x$$

$$8x+1$$

$$\frac{x+1}{0}$$

$$(2x^3+x^2-3x+1)(x+1)$$

$$D = 1+8=9$$

$$\frac{-1-3}{2} = -2$$

$$\frac{-1+3}{2} = 1$$

$$(x-1)(x+2)$$

$$x=1$$

$$2x^3+x^2-3x+1$$

$$3$$

$$\frac{2x^3+x^2-3x+1}{2x^3-x^2} \Big| \frac{x-0,5}{2x^2+2x-2}$$

$$-2x^2-3x+1$$

$$2x^2-x$$

$$-2x+1$$

$$2x^4+3x^3-2x^2-2x+1$$

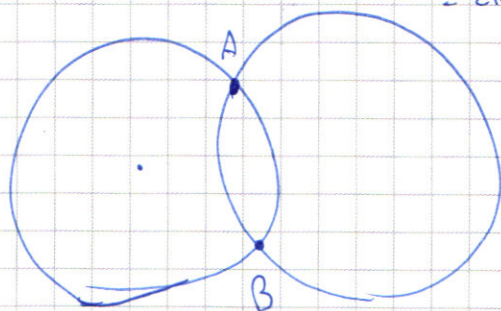
$$-3x^3(1-x)$$

$$2-3-2+2+1 < 0$$

$$2x^4+x^3-3x^2+x+2x^3+x^2-3x+1 = 2x^4+3x^3-2x^2-2x+1$$

$$-3x^2+3x^3$$

$$2+x-2+3-3+1$$



$$2x^3+x^2-3x+1 = 0$$

$$0,5$$

$$2 \cdot 0,125 + 0,25 - 1,5 + 1$$

$$0,25 + 0,25 - 1,5 + 1$$

$$x=0,5$$

$$(x-0,5)(x+1)(2x^2+2x-2)$$

$$2x^4+x^2-2x+3x^3-3x^2+1$$

$$2x^4-2x^2+3x^3-2x+1 \geq 0$$

$$2x^2(x^2-2)$$

$$x < 0$$

$$2x^4+3x^3-2x^2-2x+1 \quad x=1$$

$$(x-1) \quad 5$$

$$-1$$

$$2-3-2+2+1$$

$$\frac{2x^4+3x^3-2x^2-2x+1}{2x^4-2x^3-2x^2-2x+1} \Big| \frac{x-1}{2x^3+5x^2+3x}$$

$$5x^3-2x^2-2x+1$$

$$-5x^3-5x^2$$

$$-3x^2-2x+1$$

$$3x^2-3x$$

$$5x+1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

-1 $1+3=\sqrt{4}=2$

$(2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12 + 4\sqrt{6} = 4$

$S = 2\pi R = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$

$2 \cdot \frac{4}{3} \pi$

$= \frac{8}{3} \pi$

$2 \cdot \left(\frac{1+\sqrt{3}}{3} \right)$

$x^2 + 5x + 6$

$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$

$x_1 = \frac{-5+1}{2} = -2$

$x_2 = \frac{-5-1}{2} = -3$

$(x+3) \cdot \sqrt{x^3 - x + 10} = x^2 + 5x + 6$

$3(a+b)x + 2y = a$

$4bx + (a+b)by = 1$

$\frac{3(a+b)}{b} =$

$3(a+b) = 4b$

$(a+b) \cdot b = 12$

$a = 1$

$3(1+b) = 4b$

$(1+b) \cdot b = 12$

$4+3b = 4b$

$4 = b$

$x^3 - x + 10 \geq 0$

$(x+2)(x+3)$

$(x+3) \cdot \sqrt{x^3 - x + 10} = (x+2)(x+3)$

$x+3 = 0$

$x = -3$ - нет.

$-27+3+10 =$

$8-4+6-10$

$\sqrt{x^3 - x + 10} = x+2$

$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$

$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 2$

$$\begin{array}{r} x^3 - 5x^2 - 5x + 6 \mid x+2 \\ x^3 - 2x^2 \\ \hline -3x^2 - 5x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - 3x - 11 \mid x+2 \\ x^2 + 2x \\ \hline -3x - 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \mid -1 \mid -5 \mid 6 \\ 2 \mid \end{array}$$

$$-3x^2 - 5x + 6$$

$$-3x^2 + 6x$$

$$-3x - 11$$

$$(x-1)(x+2)(x+3) = x^3 + 3x^2 - x^2$$

$$(x+2)((x-1)(x+3)+4)$$

$$\begin{array}{r} -11x + 6 \mid x+2 \\ -11x + 22 \\ \hline -16 \end{array}$$

$$22 - 6 = 16$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \mid x+2 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -x^2 - 5x + 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \mid x-2 \\ x^3 - 2x^2 \\ \hline x^2 - 5x + 6 \end{array}$$

$$x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 - 2x$$

$$= 3x + 6$$

$$= 3x + 6$$

$$(x^2 + x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{13}$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 12 \\ 625 \\ 25 \\ \hline 3125 \\ + 1250 \\ \hline -15625 \end{array}$$

$$+ 2,5 + 10 =$$

$$12,5, 15$$

$$\frac{-1 + 3}{2}$$

$$\frac{-1 + 4}{2}$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 1400$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot x^3 - x + 10$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \end{array}$$

$$a, b, c, d, e, f, g, h$$

$$8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 (x+2)(x^2 - 3x + 5)$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 x^3 - x + 10 \mid x+2 \\ 8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 x^3 + 16x^2 \\ \hline -16x^2 - x + 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \\ -2x^2 - x + 10 \\ -2x^2 - 4x \\ \hline 3x + 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - x + 10 \mid x+2 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 10 \\ -2x^2 - 4x \\ \hline 3x + 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x + 10 \\ -3x + 6 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$-1 + 6$$

$$-3 - 3 = -6$$

$$-3$$

$$\left(\frac{3 - \sqrt{13}}{2} \right) \cdot \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right)$$

$$x^3 - x + 10$$

$$(x^2 - 2x + 3)(x + 2) + 4$$

$$(x^2 - 2x + 3)(x + 2) + 4 \geq 0$$

$$(x^2 - 2x + 3)(x + 2) \geq -4$$

$$(x - 1)(x + 3)(x + 2) + 4$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 + \\ 2! \\ 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \\ 2! \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \\ 2! \cdot 3! = 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \\ 2 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N_5: \frac{8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7}{2!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{3! - 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5}{2!} + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$y + x = 1$$

$$2x + 2y = 2$$

$$\frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{(a+b) \cdot \frac{b}{4}} = 9$$

$$\begin{aligned} 3(a+b) &= 4ab \\ 12 &= (a+b) \cdot ab \end{aligned}$$

$$ab = 3$$

$$ab = -3$$

$$2ab = 6 \Rightarrow ab = 3$$

$$\begin{cases} a+b=4 & a=1 \\ ab=3 & b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases}$$

$$a = -1$$
$$b = -3$$

$$a = -4 - b$$

$$(-4-b) \cdot b = -3$$

$$-4b - b^2 = -3$$

$$b^2 + 4b = 3$$

$$b^2 + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 3 = 28 = 2\sqrt{7}$$

$$b_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{7}}{2} = -2 + \sqrt{7}$$

$$b_2 = -\frac{-4 - 2\sqrt{7}}{2} = -2 - \sqrt{7}$$

$$-4 + 2 - \sqrt{7} = -2 - \sqrt{7}$$

$$-4 + 2 + \sqrt{7}$$

$$b = 3.5 \quad a = 1 \quad 3 + 3b = 4b$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 552 \\ \hline 1104 \\ 2760 \\ \hline 13280 \end{array}$$

$$x_6 = 3 \text{ cr}$$

$$36 = 4(ab)^2 +$$

$$(2ab)^2 = 36$$

$2ab$

$2ab$

$$\frac{8-7-6-5}{2} + \frac{8-7-6-5-4}{2} = \frac{5-9-7-8-6}{2}$$

$$\frac{59.7-8.7}{2} = (2+6+7) \frac{59.7-8.7}{2}$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 1 + 2x^4 - 3x^2|x-1|$$

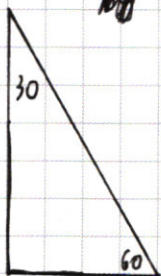
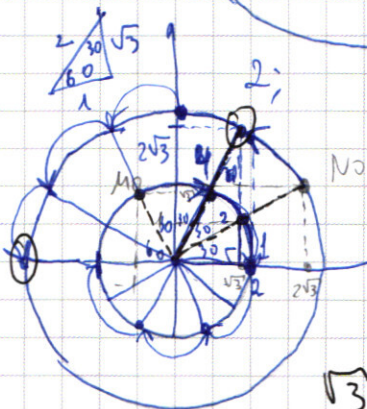
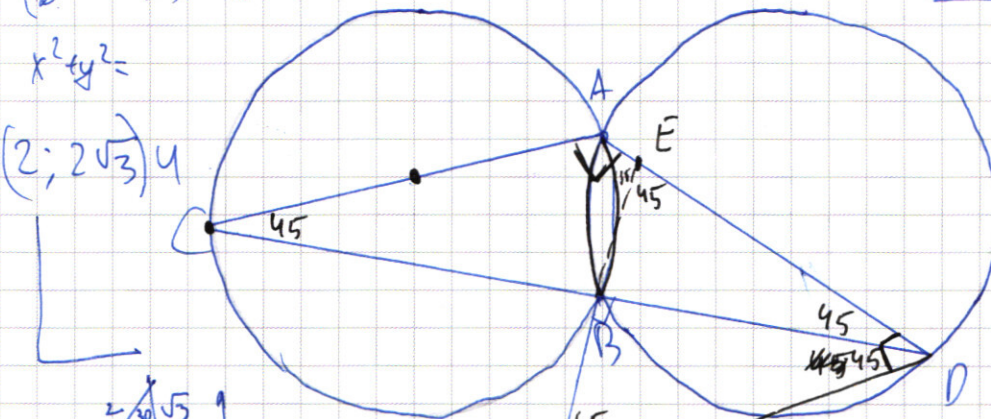
$$(x+1)^2 + 2x^4 - 3x^2|x-1|$$

$$x^2(2x^2 - 3|x-1|)$$

$$(x-2)^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 + y^2 =$$

$$(2; 2\sqrt{3})$$



$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \quad \alpha = 30^\circ$$

$$\frac{7}{4} = \tan 30^\circ$$

$$(x-1)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 =$$

$$= 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1$$

$$2x^4 + 3x^3$$

$$2x^2(x^2 - 1) + x(3x^2 - 1) + 1 \geq 0$$

$$D = (3x^2 - 1)^2 - 4 \cdot 2(x^2 - 1) = 9x^4 - 6x^2 + 1 - 8x^2 + 8 =$$

5880

$$\begin{array}{r} x \quad 56 \\ \underline{21} \\ 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ \underline{1176} \\ 11760 \end{array}$$

$$56 \cdot 30 = 1680$$

$$\frac{56 \cdot 210}{2} = 5880$$

$$\frac{16}{16}$$

$$16 + 6 + 6 + 5 =$$

$$= 16 + 17 = 33$$

$$24 + 9 = 33$$

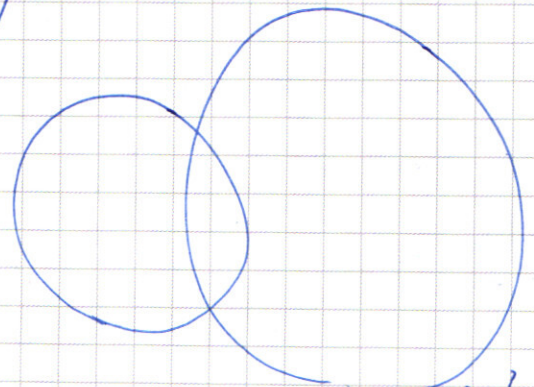
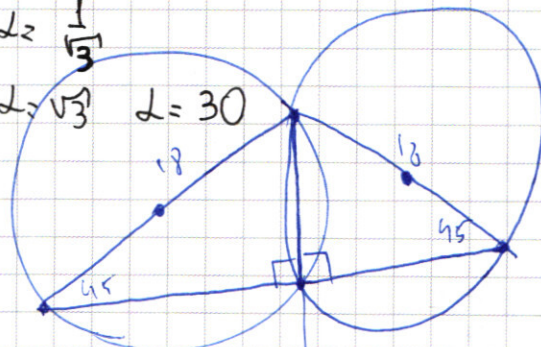
$$9 + 4 \cdot 2 \cdot 3 =$$

$$(x-1)^2 + 2x^4 - 3x^2|x-1|, \quad x \geq 1$$

$$(x-1)^2 + x^2(2x^2 - 3x + 3) \geq 0$$

$$(x-1)^2 + x^2(2x^2 + 3x - 3) \geq 0, \quad x < 1$$

$$D = (3x^2 - 3)^2 + 4x^2$$



$$= 9x^4 - 14x^2 + 9 = (3x^2 - 3)^2 + 4x^2$$

$$= (3x^2)^2 - 18x^2 + 9 + 4x^2 =$$

$$= 9x^4 - 6x^2 + 1 - 8x^2 + 8 =$$