

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$ Решение: $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6 = (x+2)(x+3)$ $x \neq -3$ так как $x^3-x+10 = (-3)^3 - (-3) + 10 = 13 - 27 = -14 < 0$
то есть,

$$\cancel{(x+3)}\sqrt{x^3-x+10} = (x+2)\cancel{(x+3)}$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = x+2$$

$$\sqrt{x^3-x+10} \geq 0$$

$$x+2 \geq 0$$

$$\boxed{x \geq -2}$$

$$(\sqrt{x^3-x+10})^2 = (x+2)^2$$

$$x^3-x+10 = x^2+4x+4$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

$$(x-2)(x^2+x-3)=0$$

$$\boxed{x_1=2}$$

$$x^2+x-3=0$$

$$4x^2+4x-12=0$$

$$(2x+1)^2-13=0$$

$$x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

но $\frac{-\sqrt{13}-1}{2} < -2$, поэтому $\triangle$

$$\boxed{x_2 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}}$$

проверим:

$$(2+3)\sqrt{2^3-2+10} = 2^2+5 \cdot 2+6$$

$$5 \cdot 4 = 20 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)^3 - \frac{\sqrt{13}-1}{2} + 10} \cdot \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} + 3\right) = \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} + 3\right) \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} + 2\right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)^3 - \frac{\sqrt{13}-1}{2} + 10 = \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} + 2\right)^2$$

$$\frac{\sqrt{13}-1}{2} \left(\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)^2 - 1\right) + 10 = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \left(\frac{14-2\sqrt{13}}{4} - 1\right) + 10 =$$

$$= \frac{\sqrt{13}-1}{2} \left(\frac{4-\sqrt{13}-2}{2}\right) + 10 = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \cdot \frac{5-\sqrt{13}}{2} + 10 =$$

$$= \frac{5\sqrt{13}-5-13+\sqrt{13}}{4} + 10 = \frac{6\sqrt{13}-18}{4} + 10 = \frac{3\sqrt{13}-9}{2} + 10 =$$

$$= \frac{3\sqrt{13}+11}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{13}+3}{2}\right)^2 = \frac{9+13+6\sqrt{13}}{4} = \frac{22+6\sqrt{13}}{4} = \frac{11+3\sqrt{13}}{2}$$

Ответ: $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$

2. Найдите все пары действительных a и b , при каждой из которых система уравнений

$$3(a+b)x + 12y = a$$

$$4bx + (a+b)y = 1$$

имеет бесконечно много решений.

Решение: $b(4x + (a+b)y) = 1$
 $b \neq 0$

Если $a+b=0$, тогда $y = \frac{a}{12}$; $x = \frac{1}{4b} = -\frac{1}{4a}$, при этом система не имеет бесконечно много решений, т.е. $a+b \neq 0$.

Тогда $(a+b)b \cdot y = -4bx + 1$

$$y = -\frac{4bx}{(a+b)b} + \frac{1}{(a+b)b} = -\frac{4x}{a+b} + \frac{1}{(a+b)b}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x^2 + (x^2 - x + 1)) (x^2 - x + 1) \geq 0$$

$$x^2 - x + 1 = \frac{(2x-1)^2 + 3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0$$

$$x^2 + (x^2 - x + 1) > 0$$

т.е.: $x > 1$, потому что во всех значениях $x > 1$, (1) неравенство верно

$x < 1$:

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(1-x) + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 + 3x^3 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$(2x^4 + 2x^3 - 2x^2) + (x^3 + x^2 - x) + (-x^2 - x + 1) \geq 0$$

$$(x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 1) \geq 0$$

либо ~~$x^2 + x - 1 \geq 0$~~ ~~$2x^2 + x - 1 \leq 0$~~

$$x^2 + x - 1 \geq 0; 2x^2 + x - 1 \geq 0$$

либо

$$x^2 + x - 1 \leq 0; 2x^2 + x - 1 \leq 0$$

① $x^2 + x - 1 \geq 0; 2x^2 + x - 1 \geq 0$

$$4x^2 + 4x - 4 \geq 0$$

$$(2x+1)^2 \geq 5$$

$$2x+1 \geq \sqrt{5} \text{ или}$$

$$2x+1 \leq -\sqrt{5}$$

$$(2x-1)(x+1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{1}{2}; 1)$$

1) $2x+1 \geq \sqrt{5}$ или 2) $2x+1 \leq -\sqrt{5}$

$$2x \geq \sqrt{5} - 1$$

$$x \geq \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$2x \leq -\sqrt{5} - 1$$

$$x \leq \frac{-\sqrt{5}-1}{2}$$

$$12y = -3(a+b)x + a$$

$$y = -\frac{a+b}{4}x + a \cdot \frac{1}{12}$$

Система имеет бесконечно много решений тогда и только тогда, эти прямые либо совпадают, т.е.

$$\begin{cases} -\frac{4}{a+b} = -\frac{a+b}{4} \\ \frac{1}{(a+b)b} = \frac{a}{12} \end{cases}$$

①

$$a+b=4$$

$$\frac{1}{4b} = \frac{a}{12}$$

$$ab=3$$

$$a(4-a)=3$$

$$a^2-4a+3=0$$

$$(a-1)(a-3)=0$$

$$(1; 3); (3; 1)$$

②

$$a+b=-4$$

$$-\frac{1}{4b} = \frac{a}{12}$$

$$ab=-3$$

$$a(-4-a)=-3$$

$$(a+4)a-3=0$$

$$a^2+4a+4=7$$

$$(a+2)^2=7$$

$$a+2=\pm\sqrt{7}$$

$$a=-2\pm\sqrt{7}$$

$$(-2+\sqrt{7}; -2-\sqrt{7}); (-2-\sqrt{7}; -2+\sqrt{7})$$

Ответ: $(1; 3); (3; 1); (-2+\sqrt{7}; -2-\sqrt{7}); (-2-\sqrt{7}; -2+\sqrt{7})$

4. Решите неравенство $2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1 \geq 0$

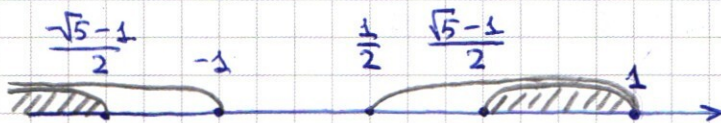
$$\text{Решение: } x=1: 2 \cdot 1^4 + 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1^2 |1-1| + 1 = \\ = 2 + 1 - 2 + 1 = 2 \geq 0$$

$$x > 1: 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(x-1) + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$(2x^2 - x + 1)(x^2 - x + 1) \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



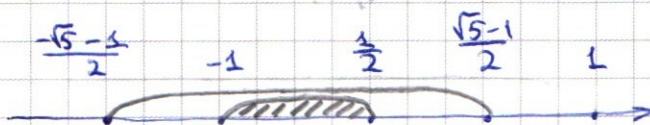
② $x^2 + x - 1 \leq 0$; $2x^2 + x - 1 \leq 0$

$4x^2 + 4x - 4 \leq 0$ $(2x - 1)(x + 1) \leq 0$

$4x^2 + 4x + 1 \leq 5$ $x \in [-1; \frac{1}{2}]$

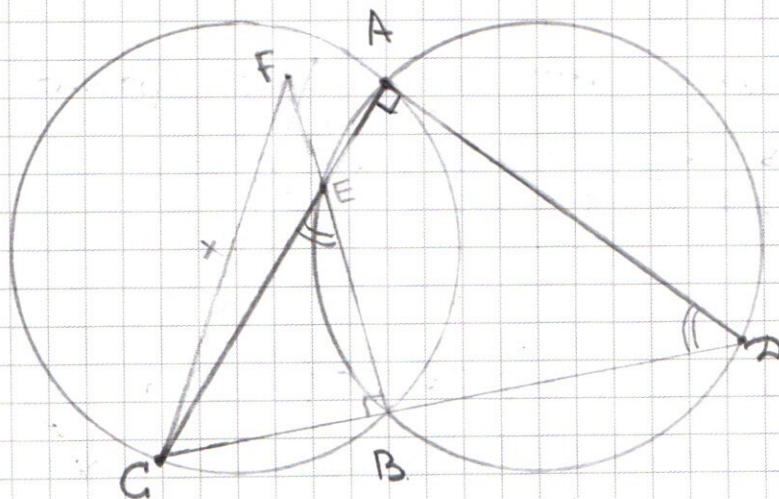
$(2x + 1)^2 \leq 5$

$x \in [\frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \frac{\sqrt{5}-1}{2}]$



Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{\sqrt{5}+1}{2}] \cup [-1; \frac{1}{2}] \cup [\frac{\sqrt{5}-1}{2}; +\infty)$

6.



5. Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа

Решение:

$$1400 = 2 \cdot 7 \cdot 10^2 = 2 \cdot 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Число может состоять из

1) один 7, два 5, один 8, четыре 1.

2) один 7, два 5, один 4, один 2, три 1.

3) один 7, два 5, три 2, два 1.

① 7, 5, 5, 8, 1, 1, 1, 1

количество восьмизначных чисел здесь равно

$$\frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 4!} = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot 1} = 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

② 7, 5, 5, 4, 2, 1, 1, 1

количество восьмизначных чисел здесь равно

$$\frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

③ 7, 5, 5, 2, 2, 2, 1, 1

количество восьмизначных чисел здесь равно

$$\frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1}{1 \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 1 \cdot \cancel{2}} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

т.е. ответом является

$$\begin{aligned} & 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 7 \cdot 5 (4 \cdot 3 \cdot 2 + 8 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 6) = \\ & = 8 \cdot 7 \cdot 5 (3 + 4 \cdot 3 + 6) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 (1 + 4 + 2) = 8 \cdot 7^2 \cdot 5 \cdot 3 = 120 \cdot 49 = \\ & = 5880 \end{aligned}$$

Ответ: 5880

Комментарии: перестановки n элементов, которые n_1 раз a_1 ; n_2 раз a_2 и так далее найдётся по формуле $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $M_0 N_0 \leq OM_0 + ON_0$

$M_0 N_0$ - кратчайший путь, когда O, M_0, N_0 - коллинеарно

Радиусы этих окружностей 2 и 4, так как

$$\sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2; \quad \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4.$$

т.е. когда муравей поворачивается на 2α градусах, мух поворачивается на α градусах, потому что у них одинаковые скорости (при этом $\alpha \leq 360^\circ$)

$$120 - 2\alpha \equiv 30 + \alpha \pmod{360}$$

$$3\alpha - 90 \equiv 0 \pmod{360}$$

$$3(\alpha - 30) \equiv 0 \pmod{360}$$

$$\alpha - 30 \equiv 0 \pmod{120}$$

$$\alpha \equiv 30 \pmod{120}$$

$$\alpha \Rightarrow 30^\circ; 150^\circ; 270^\circ.$$

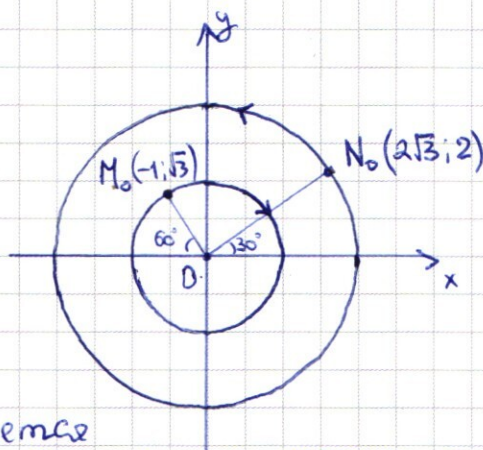
① $\alpha = 30^\circ; N(2; 2\sqrt{3})$

② $\alpha = 150^\circ; N(-4; 0)$

③ $\alpha = 270^\circ; N(2; -2\sqrt{3})$

координаты N определяются так как $(4\cos(\alpha+30); 4\sin(\alpha+30))$ во всех случаях.

Ответ: $(2; 2\sqrt{3}); (-4; 0); (2; -2\sqrt{3})$.



$$(a_1x^2+b_1x+c_1)(a_2x^2+b_2x+c_2)$$

$$(x^2+b_1x+1)(2x^2+b_2x+1)$$

$$(x^2+b_1x-1)(2x^2+b_2x-1)$$

$$2x^4 + 2b_1x^3 + 2x^2 + b_2x^3 + b_1b_2x^2 + b_2x + x^2 + b_1x + 1$$

$$2b_1+b_2=3$$

$$3+b_1b_2=-2$$

$$b_1+b_2=-2$$

$$b_1=5$$

$$b_2=-7$$

$$2b_1+b_2=3$$

$$-2+b_1b_2-1=-2$$

$$-b_1-b_2=-2$$

$$(x^2+x-1)(2x^2+x-1)=$$

$$= 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x^3 + x^2 - x - x^2 - x + 1 =$$

$$= 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1$$

$$\sqrt{5}-1 < 2$$

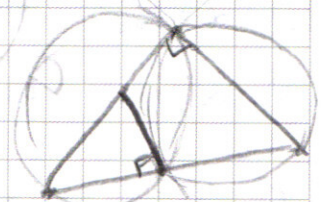
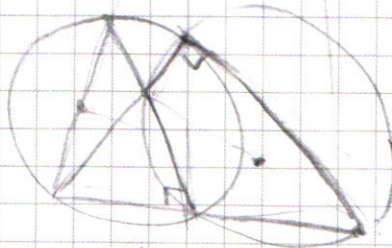
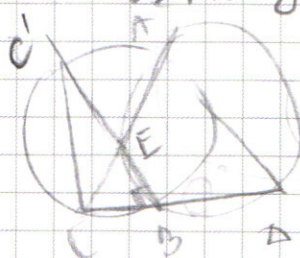
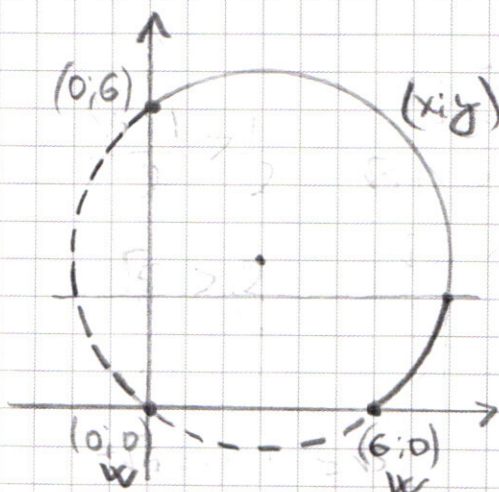
$$\sqrt{5} < 3$$

$$\begin{aligned} |x-3-y| + |x-3+y| &\leq 6 \\ (|x-3|)^2 + (|y|-4)^2 &= 25 = 5^2 \end{aligned}$$

$$|x|=x_0; |y|=y_0$$

$$\begin{aligned} |x-3| &\leq 3 \\ -3 \leq x-3 \leq 3 \\ 0 \leq x \leq 6 \\ |y| &\leq 3 \end{aligned}$$

$$6 \geq |x-3-y| + |x-3+y| \geq 2|y| \geq 2|x-3|$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

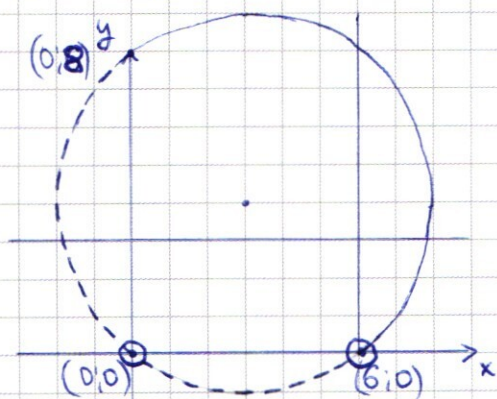
7. Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 \end{cases}$$

Решение: $|x| = x_0 \geq 0$; $|y| = y_0 \geq 0$

$$(x_0-3)^2 + (y_0-4)^2 = 5^2$$

5, центром $(3; 4)$.



это и есть уравнение окружности радиусом 5, так как $x_0 \geq 0$ и $y_0 \geq 0$.

$(|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 5^2$ является объединением точки $(0; 0)$ и дуги показано на рисунке

Лемма: $|a| + |b| \geq \underline{a+b} \geq |a+b|$

Доказательство: Докажем $|a| + |b| \geq |a+b|$

Возведем в квадрат:

$$\begin{aligned} |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| &\geq |a+b|^2 \\ a^2 + b^2 + 2|a||b| &\geq a^2 + b^2 + 2ab \\ |a||b| &\geq ab \end{aligned}$$

так как $|x| \geq x$, $|a||b| \geq ab$.

$$|x| \geq x$$

$$x \geq 0 : x = x$$

$$x = 0 : 0 = 0$$

$$x < 0 : -x \geq x$$

$$2x \leq 0$$

$$x \leq 0$$

$$|a| \geq a$$

$$|b| \geq b$$

$$|a||b| \geq ab$$

Доказано.

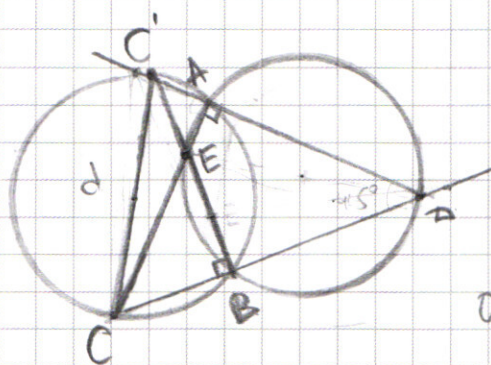
Используем лемму:

$$\begin{aligned} 6 &\geq |x-3-y| + |x-3+y| \geq 2|x-3| \\ |x-3| &\leq 3 \\ 0 &\leq x \leq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &\geq |x-3-y| + |3-x-y| \geq 2|y| = 2|y| \\ |y| &\leq 3 \\ -3 &\leq y \leq 3 \end{aligned}$$

Из-за рисунка видно то что только две точки решения системы: $(0; 0)$; $(6; 0)$

Ответ: $(0; 0)$; $(6; 0)$

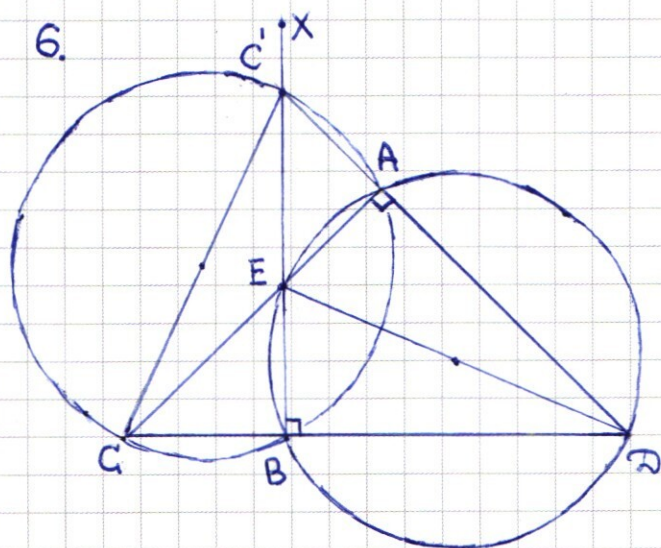


$$2R \cos D = d = 2R \sin D$$

Отв. 18



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$E \in BX, BX \perp CD \rightarrow$

$E \in (\triangle ABD)$

$(\triangle ABC)$ - описанная
окружность к треугольнику
 CC' - диаметр

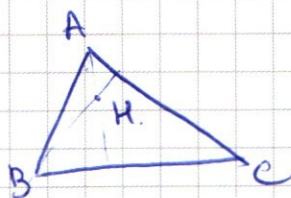
$C' \in BX, C' \in (\triangle ABC)$

так как $\angle C'AC = 90^\circ$,

C', A, D - коллинеарно

$(\angle C'AC + \angle CAD = 180^\circ)$

В треугольнике $CC'D$, (E) точка E - ортоцентр.



Лемма:

$$AH = 2R \cos A;$$

$$BC = 2R \sin A.$$

$$DE = CC' = 18$$

По лемме: $DE = \frac{CC'}{\sin \angle ADC} \cdot \cos \angle ADC = CC' \cdot \operatorname{ctg} \angle ADC = CC'$

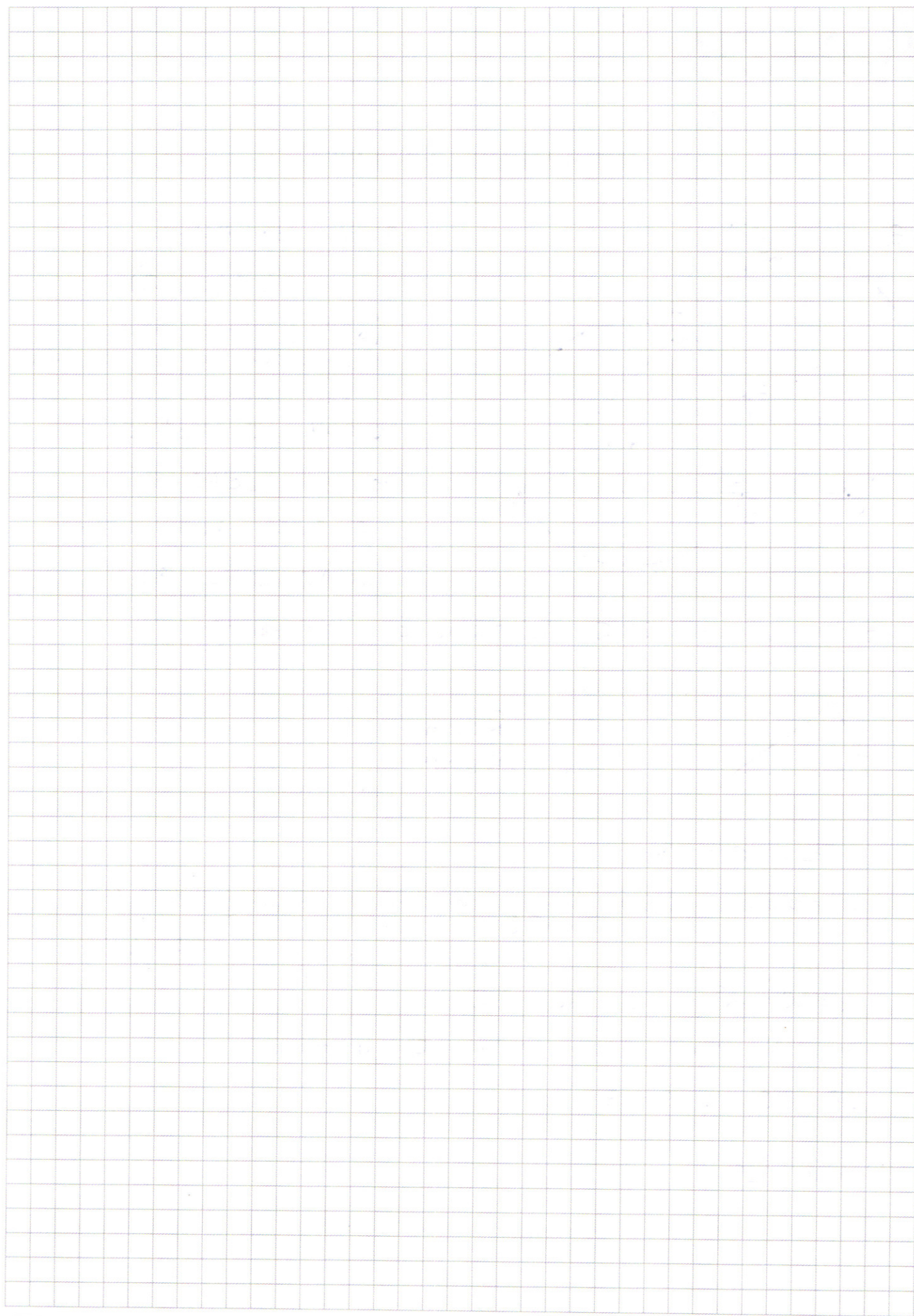
$$\operatorname{ctg} \angle ADC = 1$$

$$\angle ADC = 45^\circ, \text{ т.е. } BC' = BD$$

точка F тоже самое точка C' , и так

$$CF = CC' = 2 \cdot 9 = 18.$$

Ответ: 18.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$
 ~~$(x+3)\sqrt{x^3-x+30} = (x+2)(x+3)$~~

$$x^3 - x + 40 = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^3 - x + 10 - x^2 - 4x - 4 = 0.$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0.$$

$$(x-2)(x^2+x-3)=0$$

$$x = 2$$

$$5 \cdot \sqrt{8-2+10} = 4.5$$

$$5 \cdot 4 = 4 \cdot 5 \quad \checkmark$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} + 2 \right) = \frac{1 + 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 - \left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right) + 10 = \frac{\sqrt{13}-1}{2} +$$

$$= \frac{(-1+\sqrt{13})^3}{8} + \frac{1-\sqrt{13}}{2} + 20 = \frac{(\sqrt{13}-1)^3 + 4(1-\sqrt{13}) + 80}{8}$$

$$= \frac{(\sqrt{13})^3 - 3(\sqrt{13})^2 + 3 \cdot \sqrt{13} - 1 + 4 - 4\sqrt{13} + 80}{8}$$

$$= \frac{12\sqrt{3} - 39 + 3\sqrt{3} + 3 - 4\sqrt{3} + 20}{8}$$

$$x(x^2 - 1) + 20$$

$$\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)^2 = \frac{14-2\sqrt{13}}{4} =$$

$$x \neq -3$$

$$\frac{5\sqrt{13} - 13 - 5 + \sqrt{13}}{4} = \frac{-27 + 3 + 10}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2}$$

$$= \frac{4 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5-\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$\frac{-\sqrt{13}-1}{2} < -2 \quad +10$$

$$\frac{6\sqrt{3}-18}{4}$$

$$1 - 1 - 5 + 6$$

$$-1 - 1 + 5 + 6$$

$$8 - 4 - 10 + 6$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$\frac{3\sqrt{3} - 9}{2} + 10$$

$$4x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 13$$

$$(2x+1)^2 = 13$$

$$2x+1 = \pm \sqrt{13}$$

$$2x = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{13}-1}{2} > -2$$

$$\sqrt{13} - 1 > -4$$

$$3 > -\sqrt{13}$$

$$= \frac{12\sqrt{13} + 44}{8}$$
$$= \frac{3\sqrt{13} + 11}{2}$$

$$3(a+b)x + 12y = a$$

$$4bx + (a+b)by = 1$$

$$1400 = 2 \cdot 2 \cdot 10^2 =$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 =$$

$$= 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$12y = a - 3(a+b)x = -3(a+b)x + a$$

$$y = \frac{-3(a+b)x}{12} + \frac{a}{12} = -\frac{(a+b)x}{4} + \frac{a}{12}$$

1) $b \neq 0$ $4x + (a+b)y = \frac{1}{b}$

$$a_1, a_2, \dots, a_8 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

if $\boxed{a+b=0}$

$$4x = \frac{1}{b} \quad x = \frac{1}{4b}$$

$$y = \frac{a}{12}$$

$$\boxed{24 = 8}$$

$$\boxed{a_1 = 7}$$

$$\boxed{a_2 = a_3 = 5}$$

$$a+b \neq 0$$

$$(a+b)y = \frac{1}{b} - 4x$$

$$y = \frac{1}{(a+b)b} - \frac{4x}{a+b} = -\frac{4}{a+b} \cdot x + \frac{1}{(a+b)b}$$

$$a_4 = 8 \dots 1$$

$$a_5 = 4 \quad a_6 = 2$$

$$a_5 = a_6 = a_7 = 2$$

$$a_8 = 1$$

$$\frac{a+b}{4} = \frac{4}{a+b}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{1}{(a+b)b}$$

$$a+b = \pm 4$$

1.1) $a+b=4$

1.2) $a+b=-4$

$$\frac{a}{3/2} = \frac{1}{1/b}$$

$$3 = ab$$

$$(1; 3) (3; 1)$$

$$\frac{a}{3/2} = \frac{1}{-1/b}$$

$$ab = -3$$

$$(a+4)a = 3$$

$$a^2 + 4a = 3$$

$$(-4-a)a = -3$$

$$b = -4 - a$$

$$a^2 + 4a + 4 = 7$$

$$(a+2)^2 = 7$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$$

$$x = 1$$

$$2 + 1 - 2 + 1 \geq 0$$

$$x > 1$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(x-1) + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2$$

$$(x^2 - x + 1)^2 = x^4 + x^2 + 1 - 2x^3 + 2x^2 - 2x =$$

$$= x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

$$1 = \pi$$

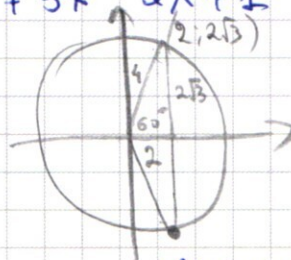
$$(x^2 - x + 1)^2 + x^4 - x^3 + x^2 \geq 0$$

$$x^2(x^2 - x + 1) \geq 0$$

$$(x^2 + (x^2 - x + 1))(x^2 - x + 1) \geq 0$$

$$(2x^2 - x + 1)(x^2 - x + 1) \geq 0$$

$$2$$



$$x^2 - x + 1 \geq 0$$

$$4x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(2x - 1)^2 + 3 \geq 0$$

$$M. - 2$$

$$N. - 1$$

$$2x \rightarrow$$

$$x \rightarrow$$

$$540$$

$$170$$

$$20 - 5100$$

$$2 \cdot 120 = 60$$

$$x^2(x^2 - x + 1) - 4x^3 - 6x^2$$

$$x^4 - 5x^3 - 5x^2 - 2x^2(2x + 3)$$

$$x^2(x^2 - 5x - 5)$$

$$x^2 - 5x - 5 \geq 0$$

$$-4x(x^2 - x + 1)$$

$$x(x^3 + x^2 - 5x - 4)$$

$$-10x^2 + 4x$$

$$4(x^2 - x + 1)$$

$$-14x^2 + 8x + 1$$

7. $|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$
 $(|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 = 5^2$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$|x| = x_0$$

$$|y| = y_0$$

$$(x_0-3)^2 + (y_0-4)^2 = 5^2$$

129
49
108
48
5880

$$|x-(y+3)| + |x-$$

$$|a| + |b| \geq |a-b|$$

$$6 \geq |(x-3)-y| + |(x-3)+y| \geq |2y|$$

$$|2y| = 2|y|$$

$$|y| \leq 3$$

$$|2x-6|$$

$$2|x-3|$$

$$|x-3| \leq 3$$

$$\cancel{AE^2 + CD^2 + CE^2} = \cancel{2BE^2} - \cancel{AE^2 - CE^2} = 2AE \cdot CE$$

$$2x^4 - x^3 + x^2 - 2x^3 + x^2 - x + 2x^2 - x + 1 =$$

$$= 2x^4 - 3x^3 - 2x + 1 + 4x$$

$$CE \cdot AD = CD \cdot BE$$



$$\frac{4(x^2-x)+1}{4} + 1 =$$

$$= \frac{4x^2-4x+1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$(BC+BD)^2$$

$$BC^2 + BD^2 + 2BC \cdot BD$$

$$BC \cdot BD = AE \cdot CE + BE \cdot DE$$

$$(x^2-x-1)^2 = x^4 + x^2 + 1 - 2x^3 - 2x^2 + 2x =$$

$$= x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x + 1$$

$$\frac{CB}{AC} = \frac{CE}{CD} = \frac{BE}{AD}$$

$$CE \cdot CA =$$

$$= CB \cdot CD$$

$$x^4 + 5x^3 - x^2 - 4x$$

$$x^2(x^2-x-1) + 6x^3 - 4x$$

$$BC^2 + BD^2$$

$$CD^2 = AC^2 + AD^2$$

$$CE^2 - BE^2 + AE^2 + AD^2 -$$

$$- BE^2$$

$$CE^2 - 2BE^2 + AE^2 + CD^2 - AC^2$$