

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 3

$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

Заметим, что ~~$(x+2)(x+5) = x^2+7x+10$~~ $(x-2)(x+5) = x^2+3x-10$

$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^3-16x+25} = (x-2)(x+5)$$

$$x_1 = -5, \quad 5^2 + 0 \cdot 16 + 25 > 0$$

→ $x \neq -5$, тогда можем сократить на $x+5$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 = 4(x-2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-4x^2+9=0 \end{cases}$$

Попробуем $3^3 - 4 \cdot 3^2 + 9 = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3-4x^2+9 & x-3 \\ \hline x^3-3x^2 & x^2-x-3 \end{array}$$

$$-x^2+9$$

$$-x^2+3x$$

$$-3x+9$$

$$-3x+9$$

$$0$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-3)(x^2-x-3) = 0 \end{cases}$$

$$x_2 = 3, \quad 27 - 48 + 25 > 0$$

$$\begin{cases} x^3 - 16x + 25 \geq 0 \\ x^2 - x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = (\sqrt{13})^2$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x(x-4)(x+4) \geq -25$$

Решим
используя корни

$$\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \cdot \frac{\sqrt{13} - 7}{2} \cdot \frac{\sqrt{13} + 9}{2} \geq -25$$

$$> (\sqrt{13} + 1)(\sqrt{13} - 7)(\sqrt{13} + 9) \geq -200$$

$$\text{НО } \sqrt{13} + 1 \approx 5, \quad \sqrt{13} - 7 \approx -8, \quad \sqrt{13} + 9 \approx 13 \quad \Rightarrow$$

$$\text{НО } \sqrt{13} + 1 \approx 5, \quad \sqrt{13} - 7 \approx -8, \quad \sqrt{13} + 9 \approx 13, \quad 5(-8) \cdot 13 = -520 < -200$$

$$(13 - 6\sqrt{13} - 7)(\sqrt{13} + 9) \geq -200$$

$$13\sqrt{13} + 13 \cdot 9 - 6 \cdot 13 - 54\sqrt{13} - 7\sqrt{13} - 63 \geq -200$$

$$6\sqrt{13} - 48\sqrt{13}$$

$$-48\sqrt{13} + 3 \cdot 13 - 63 \geq -200$$

$$-48\sqrt{13} \geq -224$$

$$48\sqrt{13} \leq 224$$

$$12\sqrt{13} \leq 56 \quad 3\sqrt{13} \leq 14 \quad 9 \cdot 13 \leq 196 \quad - \text{верно}$$

Решим
используя корни

$$(1 - \sqrt{13})(-\sqrt{13} - 7)(9 - \sqrt{13}) \geq -200$$

$$(-\sqrt{13} - 7 + 13 + 7\sqrt{13})(9 - \sqrt{13}) \geq -200$$

$$(6 + 6\sqrt{13})(9 - \sqrt{13}) \geq -200$$

$$54 - 6\sqrt{13} + 54\sqrt{13} - 6 \cdot 13 \geq -200$$

$$48\sqrt{13} \geq -200 + 78 - 54 \Rightarrow \text{верно}$$

Ответ: ~~$x = -5, x = 3$~~ $x = -5, x = 3, x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

Перепишем в виде канонических уравнений прямых

$$\begin{cases} y = \frac{a - 2(a-b)x}{6} = \frac{a}{6} - \frac{(a-b)x}{3} \\ y = \frac{1 - 3bx}{(a-b)b} = \frac{1}{(a-b)b} - \frac{3x}{a-b} \end{cases} \quad a \neq b, \quad b \neq 0$$

Заметим, что система из двух ур-ий, представляющих собой прямые тогда и только тогда, когда они совпадают. Но если они совпадают, то значит заданыте одним и тем же уравнением $\Rightarrow$ коэффициенты при x равны.

$$-\frac{(a-b)}{3} = -\frac{3}{a-b}$$

$$(a-b)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ a-b=-3 \end{cases}$$

1 $a-b=3$, тогда

$$\begin{cases} 6x + 6y = a \\ 3bx + 3by = 1 \\ x + y = \frac{a}{6} \\ x + y = \frac{1}{3b} \end{cases}$$

$$\frac{a}{6} = \frac{1}{3b}$$

$$\begin{cases} ab = 2 \\ a - b = 3 \end{cases}$$

$$\frac{2}{b} - b = 3$$

$$2 - b^2 - 3b = 0$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$b_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$$

$$b_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$$

$$a_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

$$a_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$$

$\left. \begin{matrix} a \neq b, b \neq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{подходит}$

$$\downarrow a - b = -3$$

$$\begin{cases} -6x + 6y = 9 \\ 3bx - 3by = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - x = \frac{a}{6} \\ y - x = -\frac{1}{3b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - x = \frac{a}{6} \\ y - x = -\frac{1}{3b} \end{cases}$$

$$\frac{a}{6} = -\frac{1}{3b}$$

$$\begin{cases} ab = -2 \\ a - b = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = -2 \\ a - b = -3 \end{cases}$$

$$-\frac{2}{b} - b = -3$$

$$-2 - b^2 = -3b$$

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$b_1 = \frac{3-1}{2} = 1 \quad a_1 = -2$$

$$b_2 = \frac{3+1}{2} = 2 \quad a_2 = -1$$

$\left. \begin{matrix} a \neq b, b \neq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{подходит}$

Ответ: $(-2; 1), (-1; 2), \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}-3}{2}\right), \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + (x+1)^2 - 5x^2|x+1| \geq 0$$

$$(x+1)^2 = |x+1|^2$$

$$6x^4 + |x+1|^2 - 2 \cdot 2,5x^2|x+1| \geq 0$$

$$|x+1|^2 - 2 \cdot 2,5x^2|x+1| + 6,25x^4 - 0,25x^4 \geq 0$$

$$(|x+1| - 2,5x^2)^2 - (0,5x^2)^2 \geq 0$$

$$(|x+1| - 3x^2)(|x+1| - 2x^2) \geq 0$$

$$(3x^2 - |x+1|)(2x^2|x+1|) \geq 0$$

$$\begin{cases} 3x^2 \geq |x+1| \\ 2x^2 \geq |x+1| \end{cases} \text{ т.к. } 3x^2 \geq 2x^2, \text{ то } \Leftrightarrow 2x^2 \geq |x+1|$$

$$\begin{cases} 3x^2 \leq |x+1| \\ 2x^2 \leq |x+1| \end{cases} \text{ т.к. } 2x^2 \leq 3x^2, \text{ то } \Leftrightarrow 3x^2 \leq |x+1|$$

Решим сначала первое неравенство:

$$2x^2 \geq |x+1|$$

$$4x^4 \geq x^2 + 2x + 1$$

$$x^2(4x^2 - 1) - (2x + 1) \geq 0$$

$$x^2(2x - 1)(2x + 1) - (2x + 1) \geq 0$$

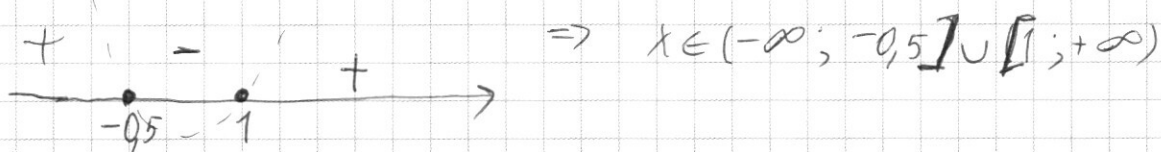
$$(2x + 1)(2x^3 - x^2 - 1) \geq 0$$

$$(2x + 1)(x^2(x - 1) + (x - 1)(x^2 + x + 1)) \geq 0$$

$$(2x + 1)(x - 1)(2x^2 + x + 1) \geq 0$$

$2x^2 + x + 1 > 0$ (т.к. это - парабола $2 > 0 \Rightarrow$ ветви вверх,
 $D = 1 - 8 < 0 \Rightarrow$ не пересекает ось $Ox \Rightarrow$ всегда выше $Ox \Rightarrow$
 всегда значение $y = 2x^2 + x + 1 > 0$ } поэтому сокра-
 тим (знак $> 0 \Rightarrow$ можем сократить)

$$(2x+1)(x-1) \geq 0$$



Решим второе неравенство:

$$3x^2 \leq |x+1|$$

$$3x^2 \leq x+1 \quad \text{или} \quad 3x^2 \leq -x-1$$

$$x^2 \geq 9x$$

$$\downarrow x \geq 1$$

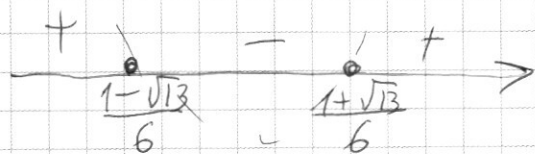
$$3x^2 \leq x+1$$

$$3x^2 - x - 1 \leq 0$$

$$D = 1 + 12 = (\sqrt{13})^2$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{6}, x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{6}$$

$$3\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right) \leq 0$$



$$\downarrow x < 1$$

$$3x^2 \leq -x-1$$

$$3x^2 + x + 1 \leq 0$$

$D = 1 - 12 < 0, 3 > 0 \Rightarrow$ это парабола с
 ветвями вверх, которая не пересекает
 $Ox \Rightarrow y = 3x^2 + x + 1 > 0 \Rightarrow$ решений
 этого нер-а нету

$$\Rightarrow x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right]$$

$x \in (-\infty; -0,5] \cup [1; +\infty)$ } Заметим, что

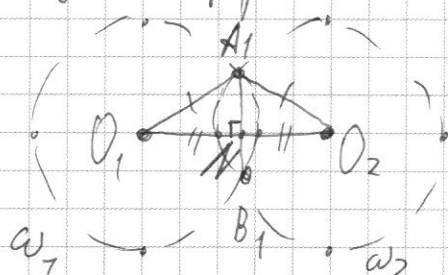
$$\left[x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right] \right. \left. \left\{ \frac{1-\sqrt{13}}{6} < -\frac{1}{2}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} < 1 \right\} \right.$$

Ответ: $x \in (-\infty; -0,5] \cup [1; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

Докажем сначала, что две пересекающиеся окружности равного радиуса симметричны относительно их общей хорды:



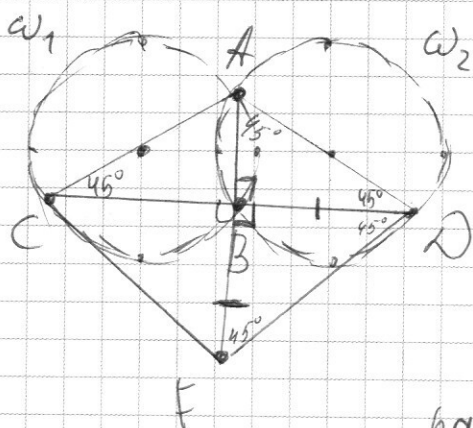
$A_1B_1 \perp O_1O_2$ (по свойству общей хорды двух пересекающихся окружностей и прямой, соедин. их центров)

$O_1A_1 = O_2A_1$ (т.к. это радиусы, а мы взяли окр. равных радиусов) $\Rightarrow \triangle O_1A_1O_2$ равноб.

$O_1N = O_2N$ (т.к. $O_1A_1O_2$ - равноб. треугол. $\Rightarrow A_1N$ - высота, медиана биссектриса)

окружности ω_1 симметричны окружности ω_2 .

Перейдём к задаче.



$\angle ACD = \angle ADC = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ (в силу симметрии $\cup AB$ окр. $\omega_1 = \cup AB$ ω_2 , а т.к.

окр. равны $\Rightarrow$ впис. угол опир. на одинаковые дуги равен) $\Rightarrow$

$AC = AD$, но равные хорды стягивают равные дуги $\Rightarrow \cup AC = \cup AD \Rightarrow$

$\angle CBA = \angle ABD = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ (окр. равны, а впис. угол опир. на одн. дуги равен)

$$\angle FBD = 90 \text{ (по усл.)}$$

$$\angle FBD + \angle ABD = 180^\circ \Rightarrow ABF - \text{одна прямая}$$

$$\angle BAD = 180 - 45 - 90 = 45^\circ$$

$$\angle BDF = \angle BFD = \frac{90}{2} = 45^\circ \text{ (равноб. по условию, прям-ой)}$$

$$\triangle ADF - \text{равноб. (углы при основании равны } \angle DAF = \angle DFA) \Rightarrow$$

$$\cancel{AD=DF} \quad DF = AD = AC$$

из ранее доказ.

$$\angle CBA = 90^\circ \Rightarrow \text{он опир. на диаметр.} \Rightarrow AC = 2r = 14$$

$$\angle ACD = \angle CDF \Rightarrow AC \parallel DF \text{ (накрест лежащ. углы равны)}$$

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel DF \\ AC = DF \end{array} \right\} \Rightarrow ACDF - \text{параллелограмм} \Rightarrow CF = \underbrace{AD = AC}_{\text{из ранее доказ.}} = 14$$

Ответ: $CF = 14$

N 5

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

Задача сводится к тому, что нам нужно поставить три $2'$, три $5'$, и $7'$ на 8 мест так, что на каждом месте может быть сколько угодно чисел (и не все места могут быть задействованы (на оставшиеся) места поставим 1).

Заметим, что каждая цифра < 9 . Значит цифры могут быть $2, 5, 7, 4, 8$ и ни какие другие.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Задача~~ Продолжение №5.

↓ ~~указано~~ не используем ни 4 ни 8.

Значит цифры 2, 2, 2, 5, 5, 5, 7, 1. Число перестановок их:

$$\frac{8!}{3!3!1!1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 1120$$

~~1120 (т.к. указано есть варианты выбора куда мы поставим 4 и 8)~~

↓ используем 4.

Значит наши цифры 2, 4, 5, 5, 5, 7, 1, 1. Число их перестановок

~~$$\frac{8!}{1!1!3!2!1!} = 1680$$~~

~~$\frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ способов выбрать 2 места, куда мы поставим единицу.~~

$$\frac{8!}{1!1!3!2!1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2} = 40 \cdot 42 \cdot 2 = 80 \cdot 42 = 3360$$

↓ используем 8.

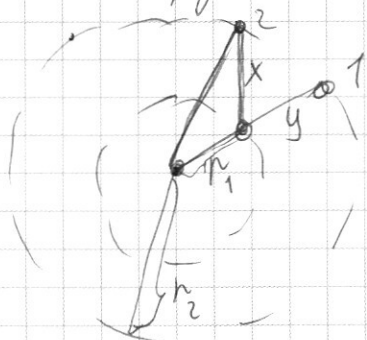
Значит наши цифры 8, 5, 5, 5, 7, 1, 1, 1. Число их перестановок:

$$\frac{8!}{3!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 56 \cdot 20 = 1120$$

Ответ: $1120 + 3360 + 1120 = 5600$

№1

Расстояние кратчайшее будет тогда, когда они будут их координаты и начало координат будет на прямой



в положении 1: $y = r_2 - r_1$

в положении 2: из неравенства треугольника:

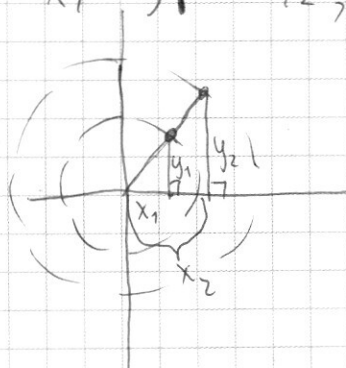
$$x + r_1 > r_2$$

$$x > r_2 - r_1 = y$$

П.к. ц. окружн. в начале координат, то эти окр. задаются ур-ем $x^2 + y^2 = r^2$

$$3+9=12, \quad 36+12=48$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 12, \quad x_2^2 + y_2^2 = 48$$



из подобия треугольников, если синуса и скелери будут на одной прямой, то

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

$$x_1^2 y_2^2 = y_1^2 x_2^2$$

$$(12 - y_1^2) y_2^2 = (48 - y_2^2) y_1^2$$

$$12 y_2^2 - y_1^2 y_2^2 = 48 y_1^2 - y_2^2 y_1^2$$

$$y_2 = 2 y_1 \quad \text{или} \quad y_2 = -2 y_1$$

$$x_2 = 2 x_1 \quad \text{или} \quad x_2 = -2 x_1$$



П.к. радиус траектории скелери в гравы больше, то пока синуса проходит излучает по Ох свое положение на 2а $\Rightarrow$ скелери на а.

$$2(\sqrt{3} + 2a) = 6 + a \quad 2\sqrt{3} + 4a = 6 + a \quad a = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9+40=7^2$ $x_1 = \frac{-3+7}{2} = 2$ $x_2 = \frac{-3-7}{2} = -5$
 $(x-2)(x+5)$

$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^2+16x+25} = (x-2)(x+5)$
 $\sqrt{x^2+16x+25} = 2x-4$
 $x^2+16x+25 = 4x^2-16x+16$
 $x^3-4x^2+9=0$
 $27-36+9$

$x^3-4x^2+9 \div x-3$
 x^3-3x^2
 $-x^2+9$
 $-x^2+3x$
 $9-3x$
 $-3x+9$
 0

$(x-3)(x^2-x-3)=0$
 $D=1+12=(\sqrt{13})^2$

$2\pi R \cdot \omega$
 $\frac{2\pi R \cdot \omega}{\pi}$

$y_2 = 4y_1$
 $x_2 = 4x_1$

$x_1^2 y_2^2 = x_2^2 y_1^2$
 $(12-9y_1^2)y_2^2 = (48-y_1^2)y_1^2$
 $(12-y_1^2)y_2^2 = (48-y_1^2)y_1^2$
 $12y_2^2 - y_1^2 y_2^2 = 48y_1^2 - y_1^4$
 $y_2^2 = 48y_1^2$
 $y_2 = 4y_1$

$(\sqrt{3}+2a)^2 + y^2 = 12$
 $(6+a)^2 +$
 $\sqrt{3}+2a =$
 $x_1 y_1 = x_2 y_2$
 $x_1^2 + y_1^2 = 12$
 $x_2^2 + y_2^2 = 48$
 $(x_1+y_1)^2 = 2x_1 y_1$

$2 \cdot 2 \cdot 5$

$x_2^2 + y_2^2 = 4x_1^2 + 4y_1^2$
 $1 + \frac{y_2^2}{x_2^2} = \frac{4x_1^2 + 4y_1^2}{x_2^2}$
 $1 + \frac{y_2^2}{x_2^2} = \frac{4x_1^2 + 4y_1^2}{x_2^2}$
 $1 + \frac{y_2^2}{x_2^2} = \frac{4x_1^2 + 4y_1^2}{x_2^2}$

$$-2(\sqrt{3} + 2a) = 6 + a$$

$$-2\sqrt{3} - 4a = 6 + a$$

$$a = \frac{-2\sqrt{3} - 6}{5}$$

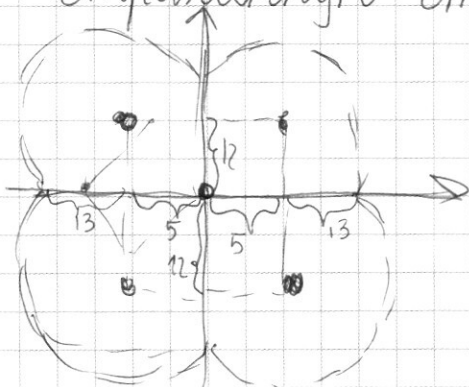
Решение 1: $x = \frac{24 - 2\sqrt{3}}{3}$, $y = \sqrt{48 - \frac{(24 - 2\sqrt{3})^2}{9}}$

Решение 2: $x = \frac{24 - 2\sqrt{3}}{5}$, $y = \sqrt{48 - \frac{(24 - 2\sqrt{3})^2}{25}}$

№ 7

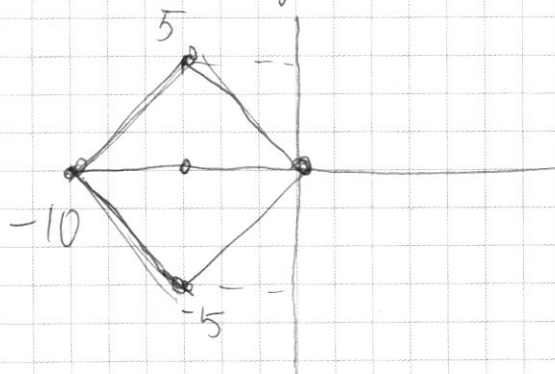
$$(|x| - 5)^2 + (|y| - 12)^2 = 169$$

Представляет собой окр. радиус 13, с ц. в т. (5; 12),
отраженную отн. Ох и Оу



$$|x + y + 5| + |x - y + 5| \leq 10$$

Представляет собой ромб
со сдвигом на 5 влево по Ох



А значит все решения 21-?

Но пересекается они только в т. (0; 0)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten work on grid paper showing various mathematical problems and solutions.

Top Left: $4.5 \cdot (-3.5)$, $22 - 48 + 25$, $x^2 + y^2 = r^2$, $x^2 + y^2 = 12$, $x^2 + y^2 = 48$, $36 + 12 = 48$, $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$.

Top Right: 203 , 39 , 224 , $x_1 y_2 = x_2 y_1$, $x_1 y_2 = x_2 y_1$, 2225557 .

Middle Left: $x_1 y_2 = x_2 y_1$, $x_1 y_2 = x_2 y_1$, $4.5 \approx 2.3$, $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$, $2ax - 2bx + 6y = a$, $a(2x-1) = 2bx-6y$.

Middle Right: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, $2ax + 6y - a = 2bx$, $y = \frac{a-2(a-b)x}{6}$, $y = \frac{1-3bx}{(a-b)b}$.

Bottom Left: $6x + 6y \neq 3$, $2x + 2y = 1$, $3bx + 3by = 1$, $x + y = \frac{1}{2}$, $x + y = \frac{1}{3b}$, $\frac{1}{2} = \frac{1}{3b}$, $b = \frac{2}{3}$, $a = 3 \cdot \frac{2}{3} (a-b)^2 = 9$, $a-b=3$, $a-b=-3$.

Bottom Right: $2ax + 6y - a = 2bx$, $y = \frac{a-2(a-b)x}{6}$, $y = \frac{1-3bx}{(a-b)b}$, $\frac{+3}{(a-b)} = \frac{+2(a-b)}{3}$.

$$6x^4 + (x+1)^2 - 5x^2(x+1) \geq 0$$

$$(x+1)^2 - 2 \cdot 2,5 \cdot x^2(x+1) + 6,25x^4 - 0,25x^4 \geq 0$$

$$(x+1 - 2,5x^2)^2 - \frac{x^4}{4} \geq 0$$

$$(x+1 - 2,5x^2)^2 - \left(\frac{x^2}{2}\right)^2 \geq 0$$

$$\left(x+1 - 2,5x^2 - \frac{x^2}{2}\right) \left(x+1 - 2,5x^2 + \frac{x^2}{2}\right) \geq 0$$

$$(x+1 - 3x^2)(x+1 - 2x^2) \geq 0$$

$$4x^4 \geq x^2 + 2x + 1$$

$$4x^4 - x^2 - 2x - 1 \geq 0$$

$$x^2(4x^2 - 1) - (2x + 1) \geq 0$$

$$x^2(2x - 1)(2x + 1) - (2x + 1) \geq 0$$

$$x^2(2x - 1) - 1$$

$$x^2(2x - 1) - 1$$

$$x^3 - x^2 + x^3 - 1$$

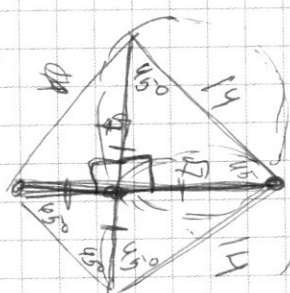
$$x^2(x - 1) + (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$|x + y + 1| \leq 2$$

$$8x^2 = 14$$

$$1 - \sqrt{3} < -3$$

$$\sqrt{13} < 5$$



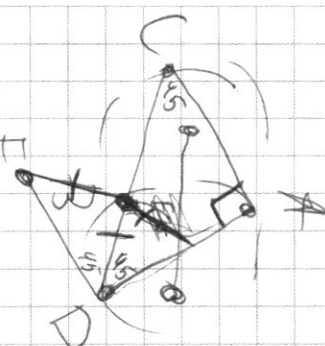
$$35 \cdot 4 = 140$$

$$\frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2}$$

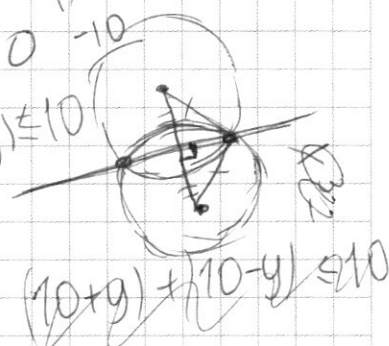
$$6 + 1 - 2 + 12$$

$$|x + y| + |x - y| \leq 10$$

$$|x + y + 5| + |x - y + 5| \leq 10$$



$$|x + 5| \leq 5$$



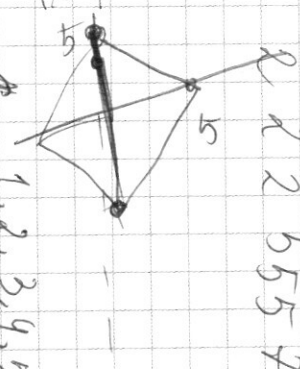
$$2000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2$$

$$4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$$

Значит, 3 дел. 1 шт.

abcde fgh

$$|x + y| \leq 5$$



2 2 5 5 7