

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

Для удобства разделим 4000 на множители

$$\begin{array}{r} 4000 : 2 \\ 3500 : 2 \\ 1750 : 2 \\ 875 : 5 \\ 175 : 5 \\ 35 : 5 \\ 7 : 7 \end{array}$$

$$4000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3$$

Какие могут быть цифры в
составе числа?

$$2, 4, 5, 2, 2^2, 2^3$$

$$4, 5, 2, 4, 8$$

1 случай) в числе есть 8.

Тогда нам будет
ещё 1 цифра в пятёрках и 3 единицы

$$8 \cdot 5^3 \cdot 4 = 4000 \quad (3 \text{ единицы}$$

многократно, которые не являются на
результате)

Тогда перестановочный на шестку $\frac{8!}{3!3!} =$

$$= 1120 \text{ способов}$$

2) содержит 4.

ещё 1 цифра, 1 двоек, 3 пятёрки и
2 единицы

$$\frac{8!}{3!2!} = 3360 \text{ способов}$$

3) содержит 3 пятёрки 1 цифру при делении шестку

$$\frac{8!}{3!3!} = 1120 \text{ способов}$$

$$\text{Умножим все числа } 72 \cdot 1120 + 1120 + 330 = 5600$$

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2)$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

Область значений $\sqrt{x^3-16x+25} \geq 0$,
поэтому $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$

$$\sqrt{x^3-16x+25} \geq 0 \quad x^3-16x+25 \geq 0 \text{ (по корням)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{2} \sqrt{x^3-16x+25} \right)^2 = (x-2)^2 \\ x \geq 2 \\ x^3-16x+25 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4}(x^3-16x+25) = x^2-4x+4 \\ x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16 \end{array} \right.$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

Находим рациональные корни $\{\pm 9, \pm 3, \pm 1\}$

Подставляем $+3$:

$$27 - 36 + 9 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

10

$$2(a-b)x + 6y = a$$

$$3bx + (a-b)by = 1$$

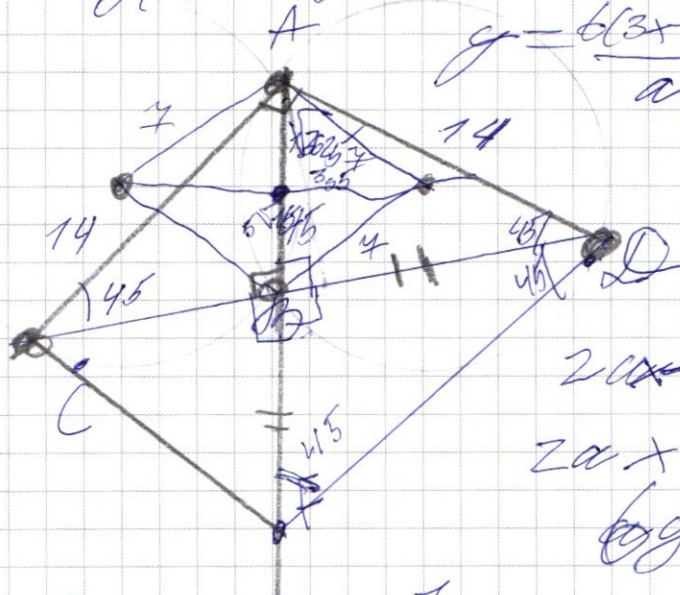
$$3bx + aby - by - 1 = 0$$

$$6(3x - by) + aby - 1 = 0 \quad y^2 - 3,5^2$$

$$y =$$

$$6(3x - by) - 1 = -aby$$

$$y = \frac{6(3x - by) - 1}{ab}$$



$$2ax - 2bx + 6y = a + 3bx + aby - by - 1$$

$$2ax + 6x + 6y = a + 3bx + aby - by - 1$$

$$by(a-b) + a(2x-1) + 6x + 6y$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ \underline{6x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 - 3x - 1 \\ \underline{-2x^2 - 3x} \\ -1 \\ \underline{-1} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + \frac{1}{2} \\ \underline{6x^2 - 2x - 2} \end{array}$$

$$6x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$3x^2 - x - 1 = 0$$

$$y = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$\begin{array}{r} -3025 \quad 15 \\ -25 \\ \hline -4075 \\ 5 \sqrt{145} \end{array}$$

$$3625$$

$$49 - 12,25 = 36,75$$

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 4x^2 + 9 & x-3 \\
 +3 & \\
 \hline
 -3x^2 & \\
 -x^2 + 9 & \\
 \hline
 -x^2 + 3x & \\
 -3x + 9 & \\
 \hline
 -3x + 9 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = (x^2 - x - 3)(x - 3)$$

Найдем корни $x^2 - x - 3$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$(x^2 - x - 3)(x - 3) = \left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) (x - 3)$$

Проверим корни на условие:

$$x > 2$$

$$x^3 - 6x + 25 > 0 \quad 1)$$

$$\frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

не подходит под 1)

$$\frac{1 + \sqrt{13}}{2} - \text{подходит под 2)}: \text{и под 1)}$$

$$\frac{(1 + \sqrt{13})^3}{2^3} - 6 \cdot \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + 25 > 0$$

$$\frac{1^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{13} + 3 \cdot 1 \cdot 13 + \sqrt{13}^3}{8}$$

$$= \frac{40 + 16\sqrt{13}}{8}$$

$$= 5 + 2\sqrt{13}$$

$$8$$

$$5 + 2\sqrt{13} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 > 0$$

$$-3 - 6\sqrt{13} + 25 > 0 \quad (3)$$

$$\sqrt{13} < 3,64$$

значит если

$$\begin{array}{r}
 3,64 \\
 + 3,64 \\
 \hline
 7,28 \\
 + 2,784 \\
 \hline
 10,064
 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③ Верно для $3,64$ верно и для $\sqrt{13}$

$$\begin{array}{r} +3,64 \\ \underline{6} \\ 21,84 \end{array}$$

$$-21,84 - 3 + 25 = 10$$

$$-21,84 + 25 = 10$$

$$0,16 = 10 - \text{верно}$$

$$\frac{1 + \sqrt{13}}{2} - \text{корень исходного уравнения}$$

Проверим 3:

$$3 > 2$$

$$24 - 48 + 25 = 10$$

$$32 - 48 = 10$$

$$4 = 10$$

$$\text{Ответ: } 3; \frac{1 + \sqrt{13}}{2}.$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x \in \left[-\frac{1}{6}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\right]$$

$$\frac{1}{216} - \frac{5}{216} + \frac{1}{6} - \frac{2}{6} + 1 = 0$$

$$6x^4 + 2x = 2x(-)$$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 7$$

$$(x+1)^2 + 6x^4 + 5x^3 + 5x^2 \geq 0$$

$$(x+1)^2 + x^2(6x^2 + 5) + 5x^3 \geq 0$$

$$(x+1)^2 + x^2(6x^2 + 5 + 5x) \geq 0$$

$$\text{always } \geq 0.$$

$$x \geq -1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 4x^2 + x - 5x^3 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

1-й член уравнения

$$6 - 5 - 4 + 2 + 1 \neq 0$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 & x-1 \\ \hline 6x^4 - 6x^3 & 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^3 - 4x^2 \\ -x^3 = x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^2 + 2x \\ -3x^2 + 3x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} = x + 1 \\ -x + 1 \end{array}$$

$$0 - \frac{6}{8}x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2} = 1 =$$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, -1\right]$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

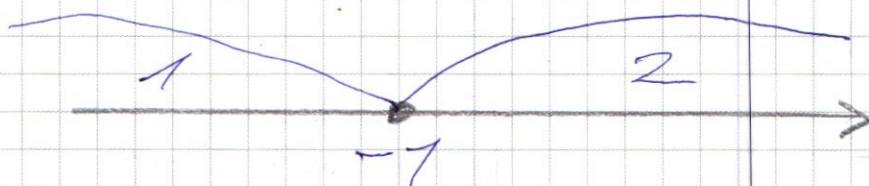
$$\frac{-6 + 2 + 12 - 8}{2} = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 |x+1| + 7 \geq 0 \quad \textcircled{1}$$

Относительно x не числовой переменной, а переменной, в которую $|x+1|$ обфигурится в кавычки.



$$1) x \leq -1$$

$$(x+1) \leq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 \cdot -(x+1) + 7 \geq 0$$

$$\underline{6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 7 \geq 0}$$

$$(x+1)^2 + x^2(6x^2 + 5 + 5x) \geq 0$$

$$(x+1)^2 - \text{всегда} \geq 0$$

$$x^2 \geq 0, \text{ если } 6x^2 + 5 + 5x \geq 0,$$

то выполняется I при $x \in [-\infty; -1]$.

$$6x^2 + 5x + 5 = 0$$

$$D = 25 - 120 = -95$$

корней нет $\Rightarrow$ график $y = 6x^2 + 5x + 5$

нет точек пересечения с осью Ox , ветви вверх, поэтому $6x^2 + 5x + 5 > 0$ при всех x .

$$x \in [-\infty; -1].$$

$$2) x^4 - 1$$

$$6x^4 + x^2 + 2 - 5x^3 - 5x^2 + 1 \neq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \neq 0$$

Вспомогательное уравнение корней равно x^4 :

$$x \in \left\{ \pm 1; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{6} \right\}$$

1 - корни уравнения.

$$6 - 5 - 4 + 2 + 1 = 0$$

Поскольку сумма корней равна 1, можно разделить на $x - 1$ для остатка

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 & x - 1 \\ \underline{6x^4 - 6x^3} & \\ -x^3 - 4x^2 & \\ \underline{-x^3 - x^2} & \\ -3x^2 + 2x & \\ \underline{-3x^2 + 3x} & \\ x + 1 & \\ \underline{-x + 1} & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x - 1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \neq 0$$

$$\text{Таким образом: } 6x^3 + x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x \in \left\{ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{6}; \pm \frac{1}{3}; \pm 1 \right\}$$

$-\frac{1}{2}$ - корни:

$$-6 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1 = 0$$

$$\frac{-6 + 2 + 12 - 8}{8} = 0$$

Поэтому делим на $x + \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 + x^2 - 3x - 1 & x + \frac{1}{2} \\ \underline{6x^3 + 3x^2} & \\ -2x^2 - 3x & \\ \underline{-2x^2 - x} & \\ -2x - 1 & \\ \underline{-2x - 1} & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x - 1)\left(x + \frac{1}{2}\right)(6x^2 - 2x - 2) \neq 0$$

$$\text{Таким образом: } 6x^2 - 2x - 2 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$6x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$3x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{6}$$

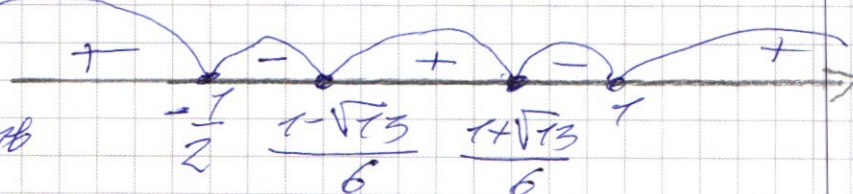
$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{6}$$

$$(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6})(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6})$$

$$6x^2 - 2x - 2 = 6(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6})(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6})$$

$$(x - 1)(x + \frac{1}{2})(6x^2 - 2x - 2) = 6(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6})(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6}) \cdot 70$$

Решая
неравенства
интервалы



$$3,6 < \sqrt{13} < 3,69$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1 - \sqrt{13}}{6}; \frac{1 + \sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

~~с учётом 2~~

с учётом 2

$$x \in (-1; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1 - \sqrt{13}}{6}; \frac{1 + \sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

открытые интервалы:

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1 - \sqrt{13}}{6}; \frac{1 + \sqrt{13}}{6}] \cup [1; +\infty)$$

$$2(a-b)x + by = a$$

$$2a - 6x + by - a = 0$$

$$a(2-a) + b(x+y) = 0$$

$$3bx + aby - by - 1 = 0$$

$$6(3x -$$

$$\begin{cases} a(2-a) + b(x+y) = 0 \\ 6(3x + ay - by) - 1 = 0 \end{cases}$$

$$6(3x + ay - by) - 1 = 0$$

$$a(2-a) + 6(x+y) = 0$$

$$6(3x + y(a-b)) - 1 = 0$$

$$3bx +$$

$$+ 2(a-b)x + by = a$$

$$3bx + (a-b)by = 1$$

$$2(a-b)x + by + 3bx + (a-b)by = a + 1$$

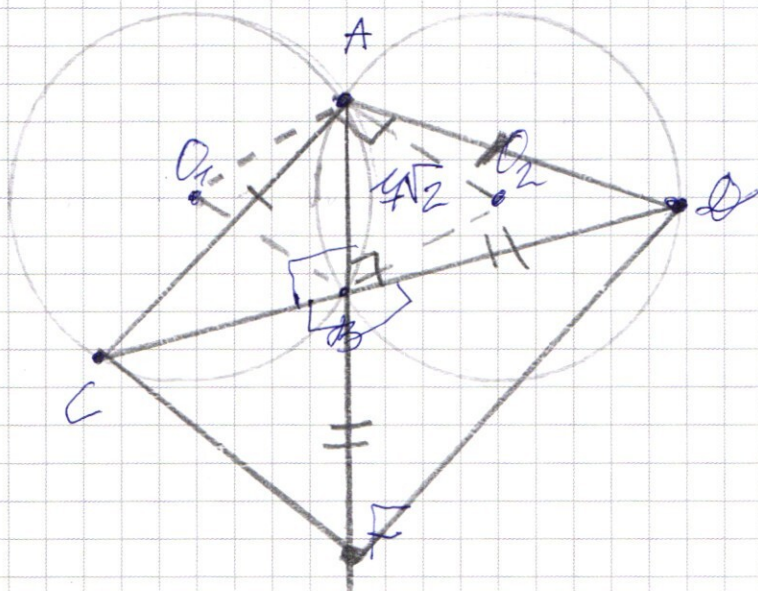
$$y(6 + (a-b)) + x(3b + 2(a-b)) = a + 1$$

$$- 2a$$

$$(a-b)(2-by) + 3(y+bx) = a+1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6



Дано:

$AC \perp BD = F$
 $\angle C \angle A \angle D = 90^\circ$
 $\angle B \angle F \angle D = 90^\circ$
 $BF = FD$
 Найти: CF .

Решение:

$$\angle CBF = \angle AFD = 90^\circ$$

$$\angle CBA = \angle FBD = \frac{360^\circ - (90^\circ \cdot 2)}{2} = 90^\circ$$

$\angle AFD = 90^\circ$ и он вертикальный,

$\angle AFD = \angle O_2FD$ — центр. = $90^\circ \cdot 2 = 180^\circ$,

тогда AD — d_2 (диаметр O_2) = $2r = 14$

аналогично $CA = d_1$ (диаметр O_1) = 14

$\angle C \angle A \angle D$ — 180° и прямоугольный

O_2 — центр на AD и O_1 — центр на CA (или на

Проведем O_1A, O_2A, O_2B и O_1B .

Тогда $AO_1 \perp AO_2 = 90^\circ$

$$\angle O_1AO_2 = \angle O_1BO_2 \text{ тогда}$$

AO_2B — равнобедренный

$$\text{Потому } AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{98} = 4\sqrt{2}$$

($\triangle AOB$ — равнобедренный)

$$\text{Потому } BO = \sqrt{106 - 4^2} = BO = \sqrt{98} =$$

$$= \sqrt{98} \quad (\triangle AOB \text{ — равнобедренный})$$

$$BO = BF = \sqrt{98}$$

$$CB = \sqrt{14 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{98} \quad (\triangle AOB \text{ — равнобедренный})$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{98 + 98} = \sqrt{196} = 14$$

$$CF = 14.$$

Ответ: 14.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

12 ~~14~~ ~~16~~ 7 22

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 36x + (a-b)6y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a - 2bx + 6y - a = 0 \\ + \\ 36x + a6y - b6y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -8455 \\ 5 \overline{) 145} \\ \underline{34} \\ 35 \\ \underline{25} \end{array}$$

$$x^3 - 16x + 25 = 0$$

$$\begin{cases} \underline{2a+36x} - \underline{26x+6y-a+aby-6^2y-1} = 0 \\ \underline{a+6x+6y+aby-6^2y-1} = 0 \end{cases}$$

$$a(1+by) + by(1-b) - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 1 \\ \hline 24 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ - 125 + 80 + 25 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ - 125 \\ \hline -124 \end{array}$$

7000

7000	2
3500	2
1750	2
875	5
175	5
35	5
7	7

$$7000 = 7 \cdot 5^3 \cdot 2^3$$

June 4 and June 5 and July 1

7 7 7 7 7

7) сержант 8

1720

$$\text{мощь} = \frac{8!}{3!1!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1} =$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 16 \\ \hline 172 \end{array}$$

$$\frac{2.50 \cdot 2.48}{7} = 1120$$

2) содержание и. М. энер

$$\begin{array}{r} 607.87 \\ \times 4\frac{2}{8} \\ \hline 336 \end{array}$$

$$\frac{8!}{3!1!1!2!} = \frac{3 \times 5 \times 4 \times 4 \times 2 \times 1}{\cancel{1 \times 2 \times 3} \times 4 \times 5 \times 6 \times 4 \times 8} = \frac{8!}{\cancel{4 \times 2 \times 3} \times 8 \times 2 \times 1}$$

$$10 \cdot 6 \cdot 4.8 = 3360$$

1120
3) $3 \times 5, 1 \times 4, 3 \times 2, 1 \times 1$ $\frac{3}{14} \times \frac{8}{8}$

$$\frac{8!}{3!3!} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1} = 10 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 = 100$$

1120 + 3360 + 1120 = 5600

$$\begin{array}{r} 1120 \\ + 1120 \\ + 3360 \\ \hline 5600 \end{array}$$

$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10 = -5$

$\Rightarrow 9 + 40 = 49$
 $x_1 = \frac{-3 \pm 7}{2} = 2$
 $x_2 = \frac{-3 \pm 7}{2} = -5$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = (x+5)/(x-2) \\ \frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x - 2 \\ x^3 - 16x + 25 \geq 0 \end{array} \right.$$

$x(x^2 - 16) + 25 = 0$
 $x(x-4)(x+4) + 25 = 0$
 $x(x^2 - 16) < 0$
 $x(x-4)(x+4) < 0$

$x^3 - 16x + 25 > 0$
 $x(x^2 - 16) + 25 > 0$
 $x(x^2 - 16) > -25$
 $x(x^2 - 16) < 0$

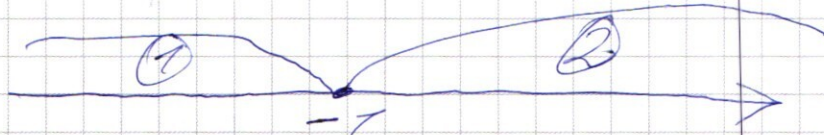
$\pm \frac{1}{25}; \pm \frac{1}{5} \pm 5$

$x \in (-\infty; -4) \cup (0; 4)$

$x \in (-\infty; -4) \cup (0; 4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 / |x+1| \geq 0$$



$$1) x \leq -1$$

$$(x+1) \leq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 - (x+1) \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 \geq 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x \geq 0$$

$$6x^2(x^2+1) + x(5x^2+2) = 0$$

$$x \in \left[-6; -\frac{1}{2}; -3; \frac{1}{2}; 1 \right]$$

$$6 \cdot 2^4 + 5 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 + 2$$

Проверка значений функции

$$x \in \left[-6; -\frac{1}{2}; -3; \frac{1}{2}; 1 \right]$$

$$6 \cdot 2^4 - 5 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 - 4 = 0$$

$$96 - 40 + 24 - 4 \neq 0$$

$$6 \cdot 3^4 - 5 \cdot 3^3 + 6 \cdot 3^2 - 6 = 0$$

$$6 \cdot 81 - 5 \cdot 27 + 6 \cdot 9 - 6 \neq 0$$

$$6 \cdot \frac{1}{16} - 5 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 0$$

$$\frac{6}{16} - \frac{5}{8} + \frac{6}{4} - 1 = \frac{6 - 10 + 24}{16} - 1 = \frac{20}{16} - 1 = \frac{5}{4} \neq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^{\frac{3}{2}} + 3x - 10 \quad x=3$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2 + 3x - 10 \quad (x+5)(x-2) \sqrt{x^3-16x+25}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = (x-2)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$\left(\frac{1}{2} \sqrt{x^3-16x+25} \right)^2 = (x-2)^2$$

$$x \geq 2$$

$$x^3-16x+25 \geq 0$$

$$\left[\frac{1}{4}(x^3-16x+25) = x^2-4x+4 \right]$$

$$\frac{1}{4}x^3 - 4x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$

$$x^3+25 = 4x^2+16$$

$$4x^2+16-x$$

$$x^3+25-4x^2-16=0$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

х тогда, если есть решение.

Корни по формуле $\sqrt{\pm 9, \pm 3, \pm 1}$
Решения $x=3$

$$3, 4 \quad \frac{1+\sqrt{13}}{2} \quad 6$$

$$\frac{1-3,6}{6} = \frac{-2,6}{6} = -\frac{1,3}{3}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} -3 \\ \frac{1-3,62}{6} \\ \hline \frac{4,62}{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 9 \overline{) x^3 - 3x^2} \\ \underline{-x^2 + 9} \\ -x^2 + 3x \\ \underline{-x^2 + 3x} \\ 0 \end{array} \Rightarrow x^3 - 4x^2 + 9 = (x^2 - x - 3)(x - 3)$$

$$(x^2 - x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \quad \text{не подходит}$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) (x - 3)$$

Проверим условие

$$x \neq 2 - \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \quad \text{не подходит}$$

$$x^3 - 16x + 25 > 0$$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16 \cdot \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + 25$$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16 \cdot \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + 25$$

$$\frac{(1 + \sqrt{13})^3}{2^3} = \frac{(1 + \sqrt{13})^3}{8} = \frac{1 + 3 \cdot \sqrt{13} + 3 \cdot 13 + \sqrt{13}}{8} =$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)(a+b)(a+b)$$

$$a^2 + 2ab$$

$$40 + 3\sqrt{13} + 13\sqrt{13} = \frac{40 + \sqrt{13}(16)}{8} =$$

$$5 + 2\sqrt{13} - 8 - \sqrt{13} + 25 = -3 - 6\sqrt{13} + 25$$

$$\sqrt{13} < 4$$

$$< 3,4$$

Проверим, ответ: $\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \notin \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 36x + (a-b)6y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(a-b)x - a = -6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 36x + (a-b)6y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2ax - 2bx + 6y = a \\ 36x + 6ay - 6bx = 1 \end{cases}$$

$$2(a-b)x + 6y + 36x + (a-b)6y = a + 1$$

$$(a-b)(2x+6y) + 6y + 36x = a + 1$$

$$(a-b)(2x+6y) + 3(2y+6x) = a + 1$$

$$2ax - 2bx + 6y + 36x + 6ay - 6bx = a + 1$$

$$x(2a+36) + 6y(1+a) - 2b(x-y) = a+1$$

$$x(2a+36) + (6y-1)(1+a) - 2b(x-y) = 0$$

$$6x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 1x + 1 = 0$$

$$x \in \left\{ \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6} \right\}$$

$$6 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = 0$$

$$\frac{2}{24} + \frac{5}{24} + \frac{6}{9} - \frac{2}{3} + 1 = 0 \quad \frac{2-5+18-18}{24} = 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 7 = 0$$

$$6 \cdot \frac{1}{6^4} - 5 \cdot \frac{1}{6^3} + \frac{6}{36} - \frac{2}{6} + 7 = 0$$

$$\frac{6}{6^4} - \frac{5}{6^3} + \frac{1}{6} - \frac{2}{6} + 7 = 0$$

$$\frac{1}{216} - \frac{5}{216} + \frac{1}{6} - \frac{2}{6} + 7 = 0$$

$$\frac{-4}{216} + \frac{1}{6} + 7 \neq 0$$

$$6 - 5 + 6 - 2 + 7 \neq 0$$

$$6x^4 + 6x^2 + \cancel{2x} + 7 = -(2x + 5x^3)$$

$$\cancel{6x} \cdot x^2 = 6$$

$$6t^2 + 6t + 7 = -\sqrt{t} - 5t \cdot \sqrt{t}$$

$$6t^2 + 6t + 7 + \sqrt{t} + 5\sqrt{t} \cdot t = 0$$

$$6t^2 + 6t + \sqrt{t} + 5\sqrt{t} \cdot t + 7 = 0$$

$$6t^2 + 5\sqrt{t} \cdot t + 6t + \sqrt{t} + 7 = 0$$

$$6t^2 + 6t + 1 + \sqrt{t}(2 + 5t) = 0$$

$$9 = 36 - 24 = 12$$

$$t_1 = \frac{-6 \pm \sqrt{12}}{12}$$

$$t_2 = \frac{-6 - \sqrt{12}}{12}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{-6 - 2\sqrt{3}}{12} = \frac{-3 - \sqrt{3}}{6}$$