

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

[4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей двигается по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

[4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

[4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.

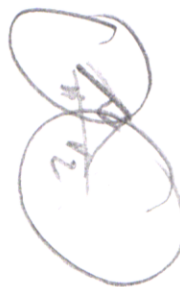
[6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

[5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

[6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\boxed{1.7} \quad \begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ ((|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 5^2) \end{cases}$$

1) рас-им второе уравнение системы. $(|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 5^2$.

~~Это окружность с центром в точке $(3; 4)$ и радиусом $R=5$ и окружность с центром в точке $(-3; -4)$ и радиусом $R=5$.~~

$x, y \geq 0 \Rightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2 \rightarrow$ окр-та с центром $(3; 4)$; $R=5$ (○) 0 $\rightarrow$ центр

$x, y \leq 0 \Rightarrow (-x-3)^2 + (-y-4)^2 = 5^2 \rightarrow$ окр-та с центром $(-3; -4)$; $R=5$ (○) 0 $\rightarrow$ центр

$x \geq 0; y \leq 0 \Rightarrow (x-3)^2 + (-y-4)^2 = 5^2 \rightarrow$ окр-та с центром $(3; -4)$; $R=5$ (○) 0 $\rightarrow$ центр

$x \leq 0; y \geq 0 \Rightarrow (-x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2 \rightarrow$ окр-та с центром $(-3; 4)$; $R=5$ (○) 0 $\rightarrow$ центр

2) рас-им первое уравнение системы. $|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$.

2.1 (+) $\Rightarrow \begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x-3 \\ y \leq -x+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x-3 \\ y \leq -x+3 \\ x \leq 6 \end{cases}$

2.2 (--) $\Rightarrow \begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq x-3 \\ y \leq -x+3 \end{cases} \Rightarrow -x+3+y-x+3+y \leq 6; x \geq 0 \Rightarrow$

2.2 $\begin{cases} y \geq x-3 \\ y \leq -x+3 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 2.3 (+-) $\Rightarrow \begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x-3 \\ y \leq -x+3 \end{cases} \Rightarrow x-3-y-x+3+y \leq 6 \Rightarrow -2y \leq 6; y \geq -3$

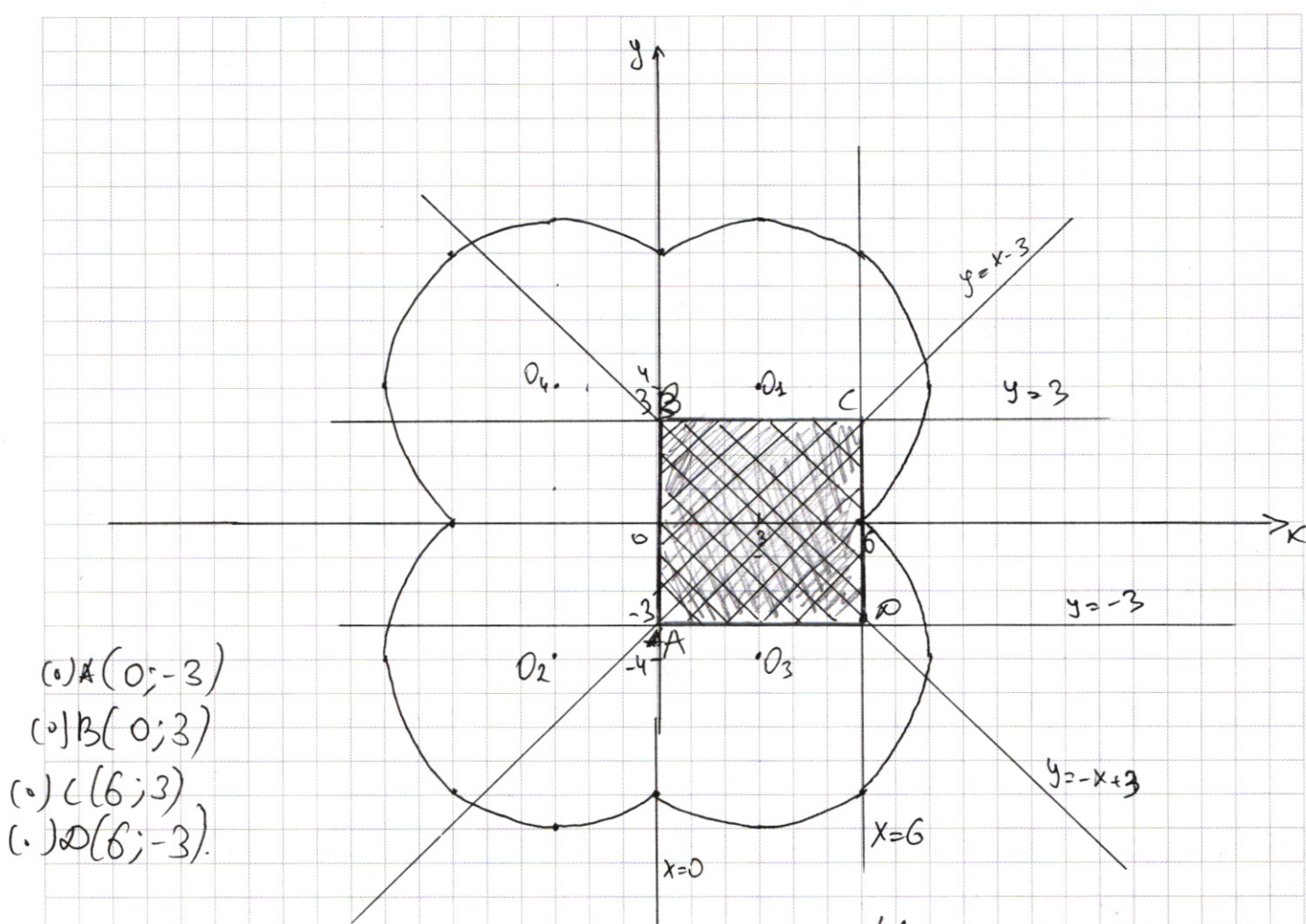
$\begin{cases} y \leq x-3 \\ y \leq -x+3 \\ y \geq -3 \end{cases}$

2.4 (-+) $\Rightarrow \begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} y \geq x-3 \\ y \geq -x+3 \end{cases} \Rightarrow -x+3+y-x+3+y \leq 6 \Rightarrow 2y \leq 6; y \leq 3$

2.4 $\begin{cases} y \geq x-3 \\ y \geq -x+3 \\ y \leq 3 \end{cases}$

Изобразим полученные пер-ва и ур-е
на координатной оси:



заштриховали область решения системы. Пер-во в систему
 включено, поэтому включили границу квадрата $ABCD$
 (стороны)
 координаты которого указаны выше (слева от графика).
 $x \in [0; 6]$; $y \in [-3; 3]$.

Ответ: решено графически, см. заштрихованную
 область. ; $x \in [0; 6]$; $y \in [-3; 3]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt[3]{x^3} (x+3) \sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6.$$

разделим правую часть уравнения на левую множителями!

$$x^2+5x+6=0$$

$$D=5^2-4\cdot 1\cdot 6=25-24=1; \sqrt{D}=1$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} = -3; -2.$$

$$\Rightarrow (x+3) \sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2) \Leftrightarrow$$

$$Q(x-x_1)(x-x_2)=1 \quad (x+3) \sqrt{x^3-x+10} - (x+3)(x+2) = 0.$$

$$(x+3) (\sqrt{x^3-x+10} - (x+2)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ \sqrt{x^3-x+10} = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+3=0 \\ \sqrt{x^3-x+10} = (x+2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x^3-x+10 = x^2+4x+4 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x^3-x^2-5x+6=0 \quad (1) \\ x \geq -2 \end{cases}$$

(1) $x^3-x^2-5x+6=0$. По г. Безу следует, что разделив свободный член на правые сомножители, один из сомножителей есть корень уравнения.

$$6:2=3; 1 \quad / \quad 6:1=2; 13. \quad x=1 \rightarrow 1-1-5+6=0; 1=0 \Rightarrow \text{корень.}$$

$$x=-1 \Rightarrow -1-1+5+6=0; 3=0 \Rightarrow \text{корень.}$$

$$x=2 \Rightarrow 8-4-10+6=0; -6+6=0; 0=0 \Rightarrow \text{корень.}$$

$$\begin{array}{r} x^3-x^2-5x+6 \\ x^3-2x^2 \\ \hline x^2-5x+6 \\ x^2-2x \\ \hline -3x+6 \\ -3x+6 \\ \hline 0 \end{array} \quad \Leftrightarrow (x-2)(x^2+x-3) \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ (x-2)(x^2+x-3)=0 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2+x-3=0 \quad (2) \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$(2) \quad x^2+x-3=0; D=1^2-4\cdot 1\cdot (-3)=1+12=13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x_1 = \frac{\sqrt{13}-1}{2}; x_2 = \frac{-\sqrt{13}-1}{2} \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$x \neq 2 \text{ заметим, что } -\frac{\sqrt{13}-1}{2} < -2; -\sqrt{13} \approx -3.5.$$

$$\Rightarrow \text{корень } x_2 = \frac{-\sqrt{13}-1}{2} \text{ не подходит по } D(2) (x \geq -2).$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -3; x_2 = 2; x_3 = \frac{\sqrt{13}-1}{2}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(12)

① ОЦ-ГБ:

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$$

• $x, y \geq 0 \Rightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$;

$$9 + (y-4)^2 = 25$$

• $x, y < 0 \Rightarrow (-x-3)^2 + (-y-4)^2 = 5^2$

$$(y-4)^2 = 16, \quad y-4 = \pm 4$$

• $x > 0, y < 0 \Rightarrow (x-3)^2 + (-y-4)^2 = 5^2$

② КЕР-60

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

① $x-3-y=0 \Rightarrow y=x-3$

② $x-3+y=0 \Rightarrow y=-x+3$

① $++ \Rightarrow -x-3-y+x-3+y \leq 6, \quad -2x-6 \leq 6; \quad x \leq 6$

② $-- \Rightarrow -x+3+y-x+3+y \leq 6, \quad -2x+6 \leq 6; \quad x \geq 0$

③ $+- \Rightarrow x-3-y-x+3+y \leq 6, \quad -2y=6; \quad y \geq -3$

④ $-+ \Rightarrow x+3+y+x-3+y \leq 6, \quad 2y \leq 6; \quad y \leq 3$

① $\begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3 \geq y \\ y \geq -x+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x-3 \\ y \geq -x+3 \end{cases}$

② $\begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq x-3 \\ y \leq -x+3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq x-3 \\ y \leq -x+3 \\ x \geq 0 \end{cases}$

$$(144) \quad 2x^4 - 3x^2|x-1| + (x-1)^2 \geq 0.$$

$$x \geq 1 \rightarrow 2x^4 - 3x^2(x-1) + (x-1)^2 \geq 0.$$

$$x^4 - 2x^2(x-1) + (x-1)^2 + x^4 - x^2(x-1) \geq 0.$$

$$(x^2 - (x-1))^2 + x^2(x^2 - (x-1)) \geq 0.$$

$$(x^2 - (x-1))(x^2 - (x-1) + x^2) \geq 0.$$

$$(x^2 - x + 1)(2x^2 - x + 1) \geq 0. \quad ; \quad \textcircled{1} \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 < 0$$

$$\textcircled{2} \quad 2x^2 - x + 1 = 0$$

$$D = 1 - 8 < 0$$

$$\Rightarrow x \in [1; +\infty)$$

$$x \leq 1 \rightarrow 2x^4 + 3x^2|x-1| + (x-1)^2 \geq 0$$

$$x^4 + 2x^2(x-1) + (x-1)^2 + x^4 + x^2(x-1) \geq 0$$

$$(x^2 + (x-1))^2 + x^2(x^2 + (x-1)) \geq 0$$

$$(x^2 + (x-1))(x^2 + (x-1) + x^2) \geq 0$$

$$(x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 1) \geq 0$$

$$\textcircled{1} \quad x^2 + x - 1 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 2x^2 + x - 1 = 0$$

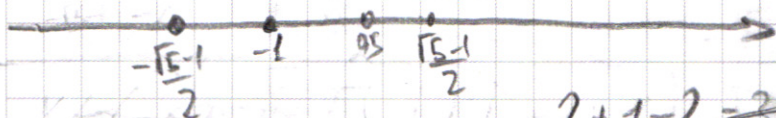
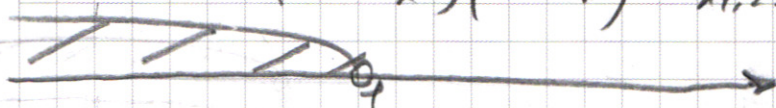
$$2(x+2)(x-1)\left(x - \frac{(\sqrt{5}-1)}{2}\right)\left(x + \frac{(\sqrt{5}+1)}{2}\right) \geq 0$$

$$D = 1 + 4; \Delta = 0,5$$

$$D = 1 + 8; \Delta = 3$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} = -2$$

$$x_2 = 0,5$$



$$2 + 1 - 2 = 1 \geq 0.$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -\frac{\sqrt{5}-1}{2}] \cup [-2; +\infty)$$

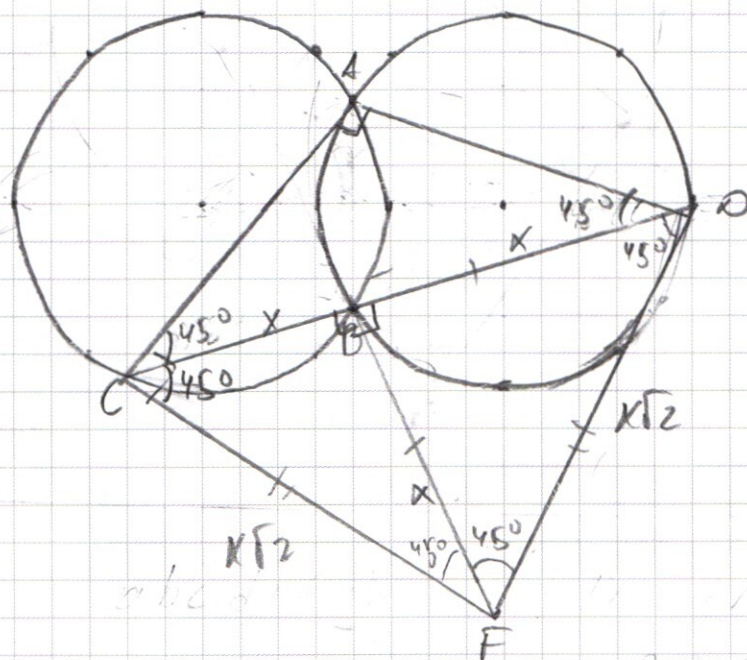
$$\text{1 Ответ: } \frac{\sqrt{5}-1}{2} \cup 0,5 \mid \sqrt{5} \cup 2$$

$$\sqrt{5}-1 \cup 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

166

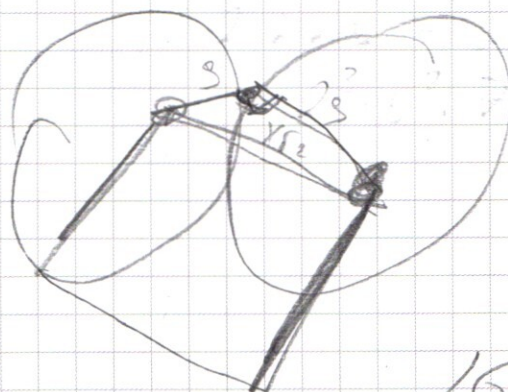
$$\sqrt{x^2 + k^2} = \sqrt{k^2} = k$$



$$2k^2 = x^2 + k^2$$

$$k\sqrt{2} = x$$

$$x = k\sqrt{2}$$



162

$$81 + 81 = 2k^2$$

$$k^2 =$$

уравнения →

$$(x+1)^2 + (y-\sqrt{2})^2 = r^2$$

$$(x-2\sqrt{3})^2 + (y-2)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 =$$

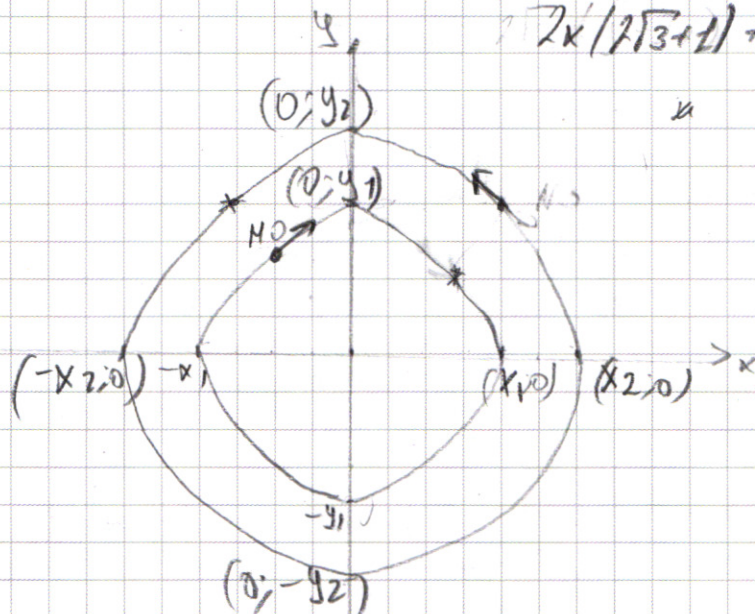
$$\textcircled{1} x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 + y^2 - 4y + 4 - (x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2\sqrt{3}y + 3)$$

$$-4\sqrt{3}x + 12 - 4y + 4 - 2x - 1 + 2\sqrt{3}y - 3$$

$$-4\sqrt{3}x - 2x - 4y + 2\sqrt{3}y + 12 = R^2 - r^2$$

$$-2x(2\sqrt{3}+1) + 2y(2-\sqrt{3}) + 12 = R^2 - r^2$$

$$2x(2\sqrt{3}+1) + 2y(2-\sqrt{3}) - 12 = R^2 - R^2$$



$$\textcircled{2} \text{ KL-1 } M_0(-1, \sqrt{3}); N_0(2\sqrt{3}, 2)$$

$$l = \sqrt{(-1-2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}-2)^2} = \sqrt{(1+2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}-2)^2} = \sqrt{1+4\sqrt{3}+12+3-4\sqrt{3}+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

③

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13) $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$

• $x^2+5x+6=0$

$\Delta = 25-24; D=1; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2} = -3; -2$

$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$

$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} - (x+3)(x+2) = 0$

$(x+3)(\sqrt{x^3-x+10} - (x+2)) = 0$

$\begin{cases} x+3=0 \\ \sqrt{x^3-x+10} = x+2 \end{cases}$

$\Rightarrow$

$\begin{cases} x+3=0 \\ \begin{cases} x^3-x+10 = x^2+4x+4 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \begin{cases} x^3-x^2-5x+6=0 \\ x \geq -2 \end{cases} \end{cases}$

① $x^3-x^2-5x+6=0$. $6=1 \cdot 3 \cdot 1$

$x=1 \rightarrow 1-1-5+6 \Rightarrow \emptyset$

$x=-1 \rightarrow -1-1+5+6 = \emptyset$

$x=2 \rightarrow 8-4-10+6 \Rightarrow \emptyset$

$$\begin{array}{r} x^3-x^2-5x+6 \mid x-2 \\ x^3-2x^2 \\ \hline x^2-5x \\ -x^2+2x \\ \hline -3x+6 \\ -3x+6 \\ \hline 0 \end{array}$$

• $x^2+x-3=0$

$\Delta = 1+12; D=13; x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$

$\frac{-1+\sqrt{13}}{2} \rightarrow \emptyset$ по ДДЗ

Ответ: $x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}; x = -3$

К4 $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$

① $x \geq 1 \Rightarrow 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(x-1) + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$
 $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$

$2x(x^3-1) - 3x^2|x-1| + x^2 + 1 \geq 0$

$2x(x-1)(x^2+x+1) - 3x^2|x-1| + x^2 + 1 \geq 0$

$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

К2 $\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = 4 \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$

$\frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{(a+b)b} = \frac{a}{1} \Rightarrow 3(a+b)^2 b = 12 \cdot 4b$
 $(a+b)^2 = 16 \Rightarrow a+b = \pm 4$

$\frac{12}{(a+b)b} = \frac{a}{1} \Rightarrow 12 = ab(a+b)$

$\begin{cases} (a+b)_1 = 4 \Rightarrow ab = 3 \\ (a+b)_2 = -4 \Rightarrow ab = -3 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} a+b = 4 \\ ab = 3 \\ a+b = -4 \\ ab = -3 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} a = 4-b \\ (4-b)b = 3 \\ a = -b-4 \\ (-b-4)b = -3 \end{cases}$

① $-b^2 + 4b - 3 = 0$
 $b^2 - 4b + 3 = 0$

$D = 16 - 12 = 4; \sqrt{D} = 2$

$b_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2} = 1, 3$

② $-b^2 - 4b + 3 = 0$
 $b^2 + 4b - 3 = 0$

$D = 16 + 12 = 28; \sqrt{D} = 2\sqrt{7}$

$b_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = -2 \pm \sqrt{7}$

$b_1 = 1 \Rightarrow a_1 = 3$

$b_2 = 3 \Rightarrow a_2 = 1$

$b_3 = -2 + \sqrt{7} \Rightarrow a_3 = 6 - \sqrt{7}$

$b_4 = -2 - \sqrt{7} \Rightarrow a_4 = 6 + \sqrt{7}$

Answers

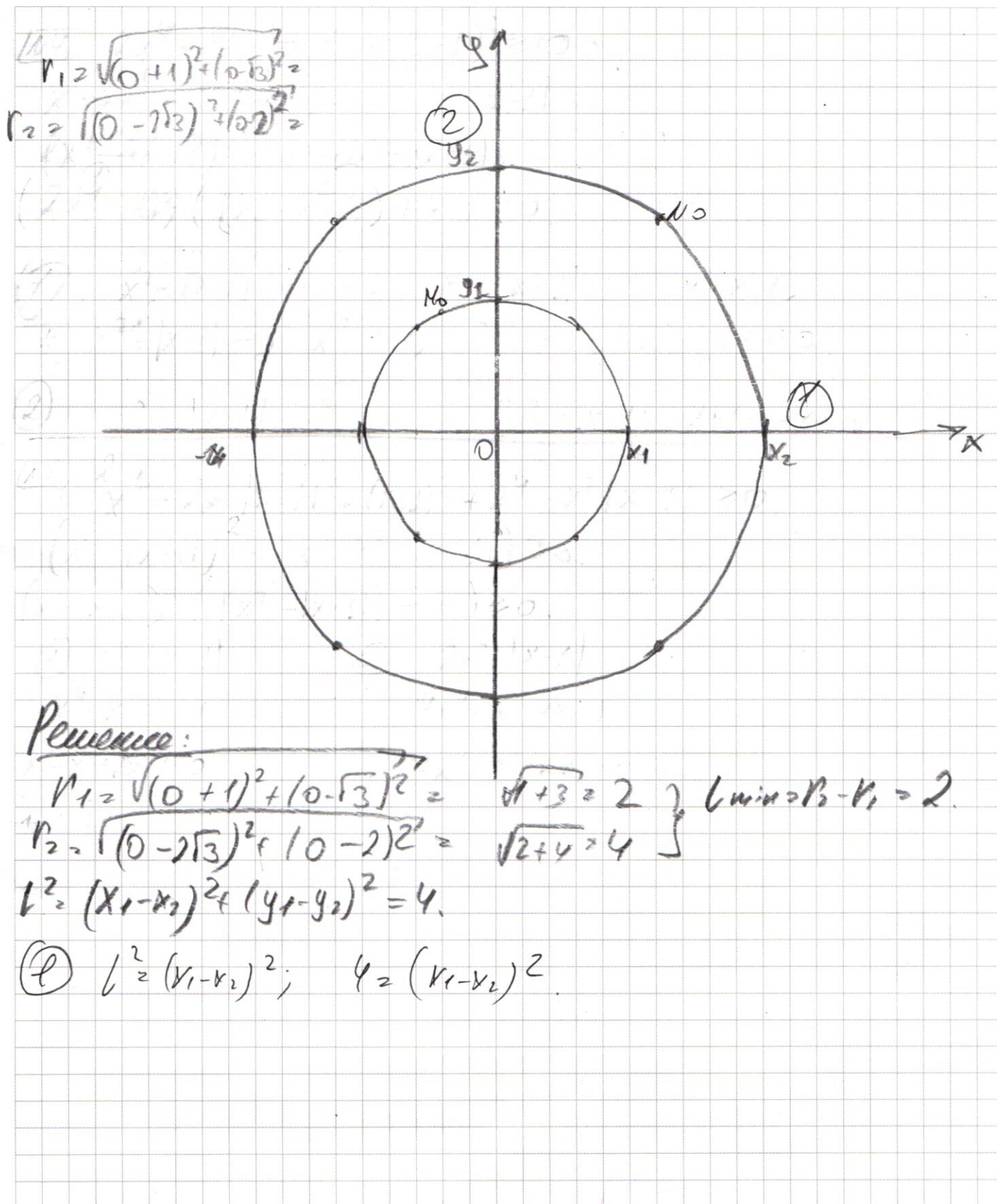
$12 = 4ab$

$11 = -4ab$

$4 - (-2 + \sqrt{7}) = 6 - \sqrt{7}$

$4 - (-2 - \sqrt{7}) = 6 + \sqrt{7}$

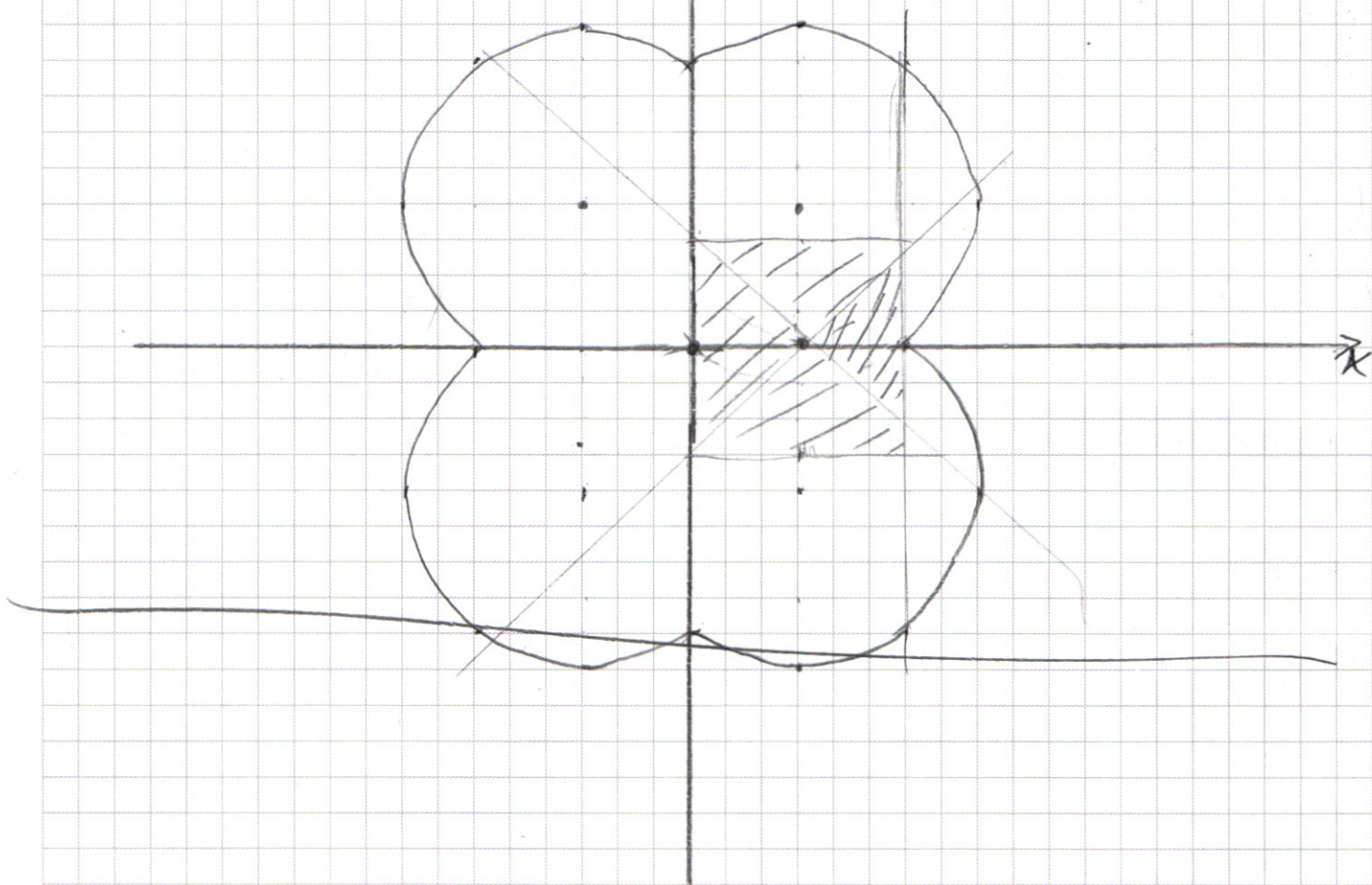
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



127

y

Чистовик 7



Чистовик

$(0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 1)$

$(0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 1)$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

Дано:

$BF \rightarrow \perp$ -яр

$$R_1 = R_2 = R = g$$

две окружности $(O_1); (O_2)$.

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$(1) B \in CD; BF = FD$$

Найти: $CF = ?$

Решение:

$$(1) \text{ рас-м } \triangle BFD; \angle B = 90^\circ$$

(тк $BF \rightarrow \perp$ -яр по условию);

$BF = BD$ (по уш) $\Rightarrow$ Треуг $BFD \rightarrow$ равноб

$\Rightarrow$ углы при основании равны (α); (по св-ву углов равноб $\triangle$ -ка)

$$\alpha + \alpha + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ; \angle CAD = 90^\circ; \angle C + \angle A = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 180^\circ - \angle A = 90^\circ$$

$$\angle A + \angle D = 180^\circ \text{ (тк лежат на одной прямой AD)} \Rightarrow \angle ADC = \angle D - \angle CDF = 90^\circ - 45^\circ =$$

$$= 45^\circ = \alpha; \angle D + \angle F = 180^\circ \text{ (тк лежат на одной прямой FD)} \Rightarrow \angle F = 180^\circ - \angle D = 90^\circ \Rightarrow \angle CFB = \angle F - \angle BFD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \alpha$$

$$\text{В } \triangle CBF \Rightarrow \angle BCF = 180^\circ - 90^\circ - \angle CBF = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ =$$

$$= 45^\circ = \alpha. \text{ Пусть } BD = x; \Rightarrow BF = x; \Rightarrow \text{по т. Пиф. в } \triangle BFD \Rightarrow DF^2 = BD^2 + BF^2 \Rightarrow$$

$$DF = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}. \text{ Аналогично для } \triangle CBF \text{ найдем, что } CF = x\sqrt{2}; CF = FD = x\sqrt{2}.$$

В $\triangle CDF$ углы по 90° ; $CF = FD \Rightarrow \triangle CDF \rightarrow$ равноб. со

сторонах $x\sqrt{2}$; (1) $\Rightarrow$ точка касания окружностей с центрами O_1 и F

$\Rightarrow$ $AD \perp$ тк $\angle D = 90^\circ \Rightarrow O_1D = R$ (по свойству радиуса, перпенд. в точке касания) $\Rightarrow AD = 2R = 18$; $AD = CF = FD = AC = x\sqrt{2}$; $18 = x\sqrt{2} \Rightarrow x = 9\sqrt{2} = CF.$

☐ черновик

☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

Ответ: $CF = 9\sqrt{2}$

кИ $\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases} \quad a, b: \infty \text{ решений} - ?$

Решение: ~~Для~~ ~~даны~~ дан много, чтобы система имела бесконечное кол-во решений, графики прямых, представляющих ур-ния системы должны совпадать.

Запишем графики прямой в общем виде:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(a+b)x + 12y - a = 0 \\ 4bx + (a+b)by - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{(a+b)b} = \frac{a}{1} \quad \textcircled{1} \quad \frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{(a+b)b} \Rightarrow 3b(a+b)^2 = 4b \cdot 12$$
$$(a+b)^2 = 16 \Rightarrow a+b = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{12}{(a+b)b} = \frac{a}{1} \Rightarrow 12 = ab(a+b)$$

$$\textcircled{3} \quad (a+b)_1 = 4 / (a+b)_2 = -4; \Rightarrow \text{запишем системы ур-ий для } a, b:$$
$$(ab)_1 = 3 / (ab)_2 = -3$$
$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \end{cases} \textcircled{1} \Rightarrow \begin{cases} a=4-b \\ (4-b)b=3 \end{cases} \textcircled{1}$$
$$\begin{cases} a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases} \textcircled{2} \Rightarrow \begin{cases} a=-4-b \\ (-4-b)b=-3 \end{cases} \textcircled{2}$$
$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} -b^2 + 4b - 3 &= 0 \\ b^2 - 4b + 3 &= 0 \\ D = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 &= 16 - 12 = 4; \sqrt{D} = 2 \\ x_{1,2} &= \frac{4 \pm 2}{2} = 1, 3 \end{aligned}$$

$$b_1 = 1 \Rightarrow a_1 = 3 / b_2 = 3 \Rightarrow a_2 = 1$$

$$\textcircled{2} \quad -b^2 - 4b + 3 = 0; \quad b^2 + 4b - 3 = 0; \quad D = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16 + 12 = 28; \sqrt{D} = 2\sqrt{7};$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = -2 \pm \sqrt{7}; \quad b_3 = -1 - \sqrt{7} \Rightarrow a_3 = 4 - (-1 - \sqrt{7}) = 5 + \sqrt{7}$$

но эти значения не подходят, так как не являются действительными.

$$b_4 = -2 + \sqrt{7} \Rightarrow a_4 = 4 - (-2 + \sqrt{7}) = 6 - \sqrt{7}$$

Ответ: пара действительных параметров a, b , при которых система имеет ∞ решений в виде $(a, b) \Rightarrow$
 $a_1 (3; 1); (1; 3);$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

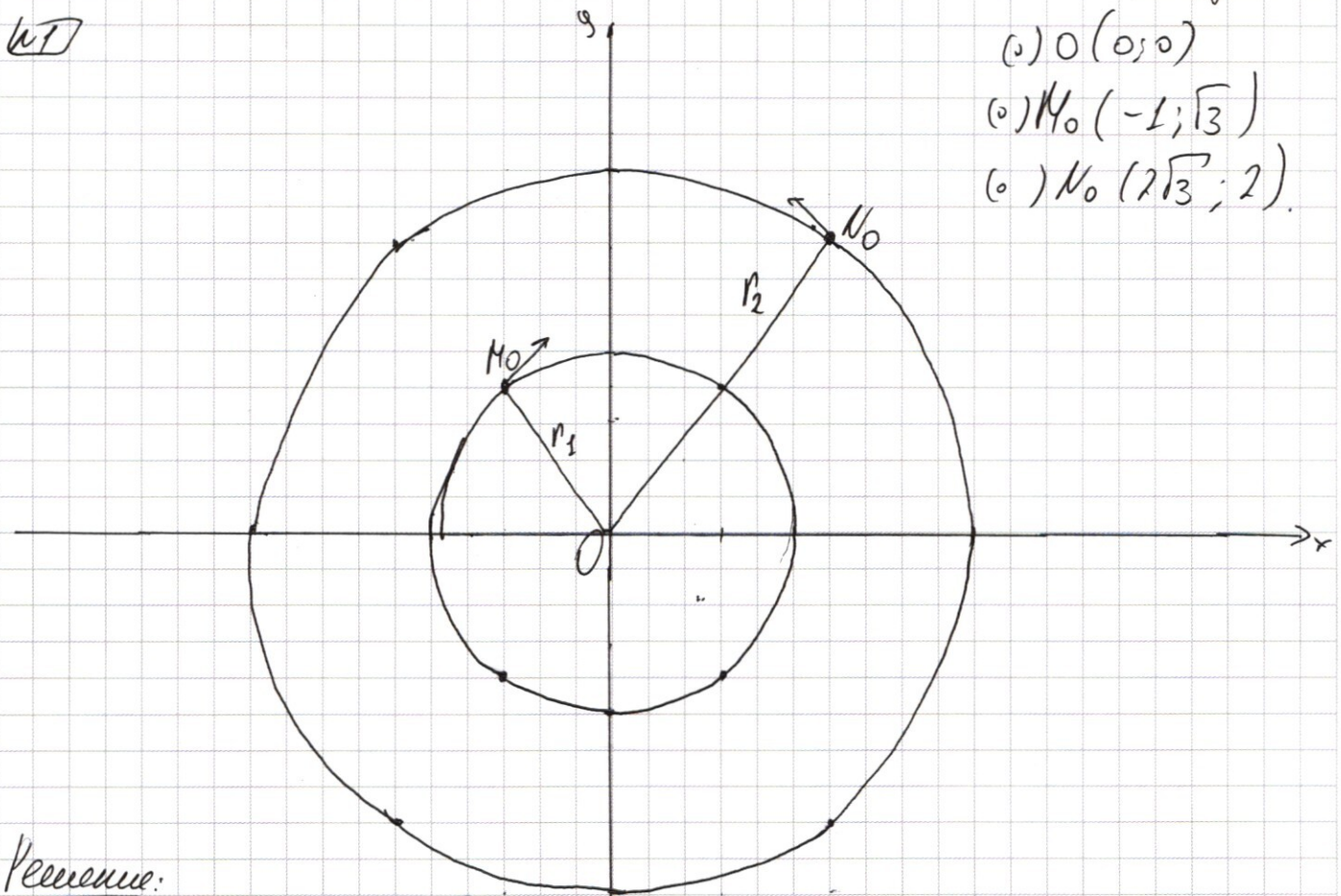
Дано: построить окружности

(1) $O(0; 0)$

(2) $M_0(-1; \sqrt{3})$

(3) $M_0(2\sqrt{3}; 2)$

Решение:



Решение:

$$① r_1 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(0 - (-1))^2 + (0 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 3} = 2$$

$$② r_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(0 - 2\sqrt{3})^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{12 + 4} = 4$$

Минимальное расстояние $L = r_2 - r_1 = 4 - 2 = 2$.

$L^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$. Для нуля:

по оси OX : $(y_1 - y_2)^2 = 0 \Rightarrow L_{\min} = (x_1 - x_2)^2 = r_2^2 = 4 \rightarrow (-4; 0)$

по оси OY : $(x_1 - x_2)^2 = 0 \rightarrow L_{\min} = (y_1 - y_2)^2 = r_2^2 = 4 \rightarrow (0; 4)$

Ответ: $(-4; 0); (0; 4); (4; 0); (0; -4)$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)