МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Муравей двигается по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0\left(-1;\sqrt{3}\right)$ и $N_0\left(2\sqrt{3};2\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases} 3(a+b)x+12y=a, \\ 4bx+(a+b)by=1 \end{cases}$$
имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=x^2+5x+6$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1\geqslant 0$.

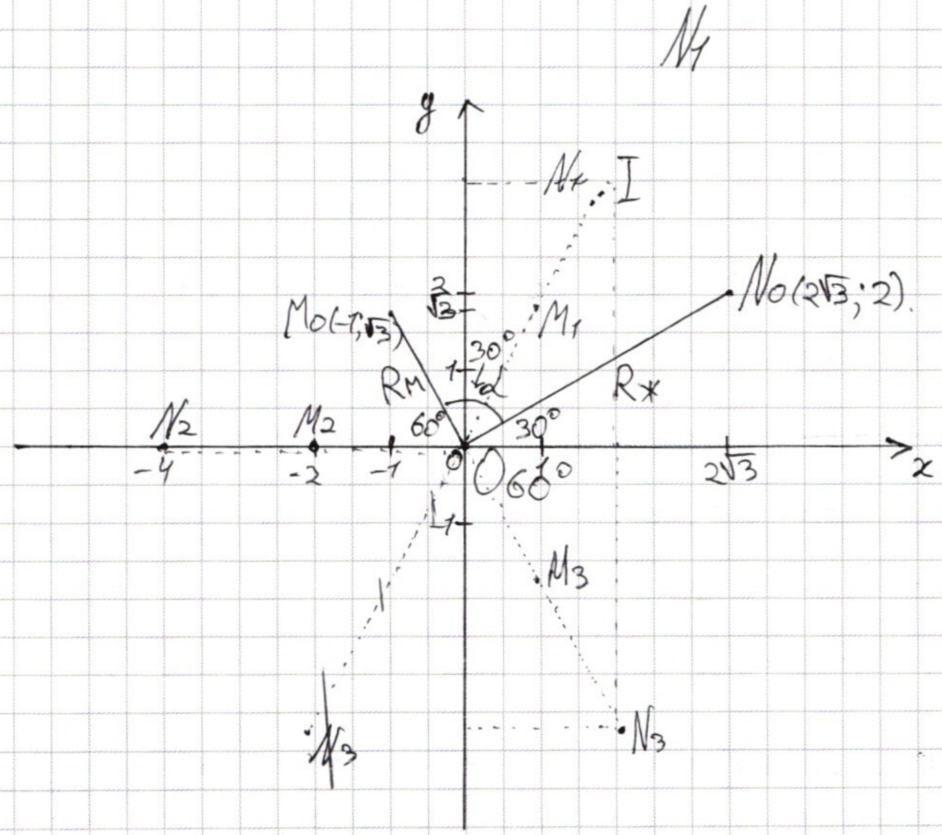
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

7. [6 баллов] Решите систему
$$\begin{cases} |x-3-y|+|x-3+y|\leqslant 6, \\ (|x|-3)^2+(|y|-4)^2=25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



Кратчайшее расстояние будет в случае, когда начало координат, муравей и жук будут на одной прямой ($\rho = R_* - R_M$).

Т.к. $v_1 = v_2 = v$, $\omega = \frac{v}{R}$ (угловая скорость), то $\frac{\omega_*}{\omega_M} = \frac{R_M}{R_*}$.

$R_M = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = 2$, $R_* = \sqrt{x_*^2 + y_*^2} = 4$. $\Rightarrow \frac{\omega_*}{\omega_M} = \frac{1}{2}$, т.е. за время, за которое жук пройдет один круг, муравей пройдёт два круга, т.е. всё вернётся в исходную позицию.

Изначально между муравьём и жуком 90° (угол α). Пусть до первой ~~встречи~~ точки с кош. р муравей прошёл k°, тогда жук $\frac{k^\circ}{2}$:

$1{,}5k = 90^\circ$,

$k = 60$.

Значит, муравей прошёл 60° и на момент ~~встречи~~ первого кратчайшего расстояния $\angle AOy = 30^\circ$, т.к. изначально ~~было~~ угол между M_0O и Oy был равен 30° ($\operatorname{tg}\angle M_0Oy = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle M_0Oy = 30^\circ$).

Тогда, $tg\angle M_1Oy = tg\angle N_1Oy = tg30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x_{M1}}{y_{M1}} = \frac{x_{Ж1}}{y_{Ж1}}$, $x_{M1}^2 + y_{M1}^2 = 4$,

$x_{Ж1}^2 + y_{Ж1}^2 = 16 \Longrightarrow x_{M1} = 1,\ y_{M1} = \sqrt{3};\ x_{Ж1} = 2,\ y_{Ж2} = 2\sqrt{3}.$

Теперь между жуком и муравьём 360° до второго кратчайшего расстояния. Аналогично т.к. $\omega_M = 2\omega_Ж$, имеем:

$t + 0{,}5t = 360,$

$t = 240.$

Значит, муравей прошёл 240° до второго кратчайшего расстояния, т.е. $\angle M_2OY = 360^\circ - 30^\circ - 240^\circ = 90^\circ$, т.е. $M_2 \in Ox$ и $N_2 \in Ox$.

Тогда, $x_{M2} = -2,\ y_{M2} = 0;\ x_{Ж2} = -4;\ y_{Ж2} = 0.$

Аналогично, до ~~второго кр~~ третьего кратчайшего расстояния между муравьём и жуком 360°, на момент третьего положения

$\angle M_3Oy = \angle N_3Oy = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ.$

$tg\angle N_3Ox = tg(120^\circ - 90^\circ) = tg30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x_{Ж3}}{y_{Ж3}} = \frac{x_{M3}}{y_{M3}}$, $x_{Ж3} = 2,\ y_{Ж3} = -2\sqrt{3};$

$x_{M3} = 1,\ y_{M3} = -\sqrt{3}.$

четвёртого положения не будет, т.к. до исходной позиции каждому из них осталось в сумме менее 360°

~~Ответ~~ Ответ: $N_1(2; 2\sqrt{3});\ N_2(-4; 0);\ N_3(2; -2\sqrt{3}).$

№2

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1. \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx\cdot k + (a+b)by\cdot k = k. \end{cases}$$

Система уравнений первой степени будет иметь бесконечно много решений тогда и только тогда, если уравнения будут одинаковы (при домножении на нужный коэффициент k, $k \neq 0$), т.е. соответствующие коэффициенты совпадают:

$$\begin{cases} 3(a+b) = 4bk, \\ 12 = (a+b)\cdot bk, \\ a = k; \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} a+b = \frac{4bk}{3}, \\ 12 = \frac{4}{3}b^2k^2, \\ a = k; \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \cancel{bk = \pm}\ b = \pm\frac{3}{k}, \\ a+b = \frac{4bk}{3}, \\ a = k; \end{cases} \Longleftrightarrow$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=\frac{3}{k}, \\ a=k, \\ k+\frac{3}{k}=4; \end{cases} \\ \begin{cases} b=-\frac{3}{k}, \\ a=k, \\ k-\frac{3}{k}=-4; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} k=1, \\ a=1, \\ b=3; \end{cases} \\ \begin{cases} k=3, \\ a=3, \\ b=1; \end{cases} \\ \begin{cases} k=-2-\sqrt{7}, \\ a=-2-\sqrt{7}, \\ b=\frac{3}{2+\sqrt{7}}, \end{cases} \\ \begin{cases} k=-2+\sqrt{7}, \\ a=-2+\sqrt{7}, \\ b=\frac{-3}{\sqrt{7}-2}. \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(a=1; b=3)$; $(a=3; b=1)$; $(a=-2-\sqrt{7}; b=\frac{3}{2+\sqrt{7}})$; $(a=-2+\sqrt{7}; b= =\frac{3}{\sqrt{7}-2})$.

№3

$(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=x^2+5x+6$

$x^2+5x+6=0$

$x_{1,2}=-2; -3.$

$(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=(x+3)(x+2)$

При $x=-3$:

~~0=0 – верно, т.е. x = −3 – корень, $\sqrt{-3^3}$~~

$0\cdot\sqrt{-27-3+10}=0\cdot(-1)$ – неверно, т.к. $x^3-x+10\geq 0$.

Значит, $x=-3$ – не корень.

При $x\neq -3$:

$\sqrt{x^3-x+10}=\cancel{x^3+}(x+2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3-x+10=x^2+4x+4; \ (1) \\ x\geq -2. \end{cases}$ (A)

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(1):

$x^3 - x + 10 - x^2 - 4x - 4 = x^3 - x^2 - 5x + 6 = f(x)$

$f(2) = 8 - 4 - 10 + 6 = 0$

$$\begin{array}{l|l} x^3 - x^2 - 5x + 6 & x-2 \\ \hline -\ x^3 - 2x^2 & x^2 + x - 3 \\ \quad -x^2 - 5x & \\ \quad\ \ x^2 - 2x & \\ \qquad -3x + 6 & \\ \qquad -3x + 6 & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$x^2 + x - 3 = 0$

$D = 1 + 12 = 13$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}.$

$$(A) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = \frac{-1-\sqrt{13}}{2}, \\ x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \end{array} \right. \\ x \geq -2; \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}. \end{array} \right.$$

$3 < \sqrt{13} < 4$

$-4 < -\sqrt{13} < -3$

$-5 < -\sqrt{13} - 1 < -4$

$-2{,}5 < \frac{-\sqrt{13}-1}{2} < -2$, т.е. $x = \frac{-\sqrt{13}-1}{2}$ – не корень, т.к. $x \geq -2$.

Ответ: $\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$; 2.

№5

$1400 = 2 \cdot 700 = 2 \cdot 2 \cdot 350 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 175 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 35 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7.$

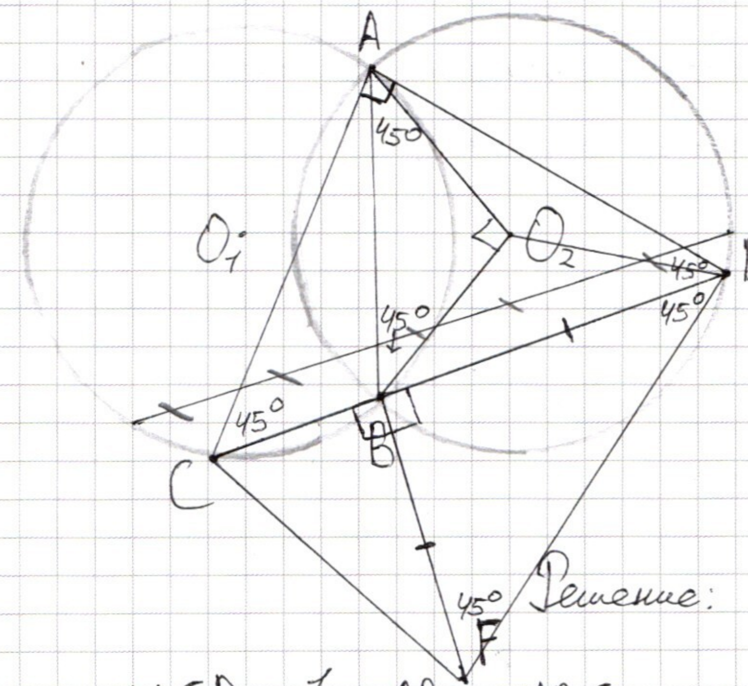
Значит, число должно состоять только из цифр 1, 1, 2, 2, 5, 2, 5, 7, иначе их произведение не равно 1400 (все цифры – натуральные).

Тогда, число вариантов сделать восьмизначное число из 8 цифр равно $N = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = 1 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = \cancel{3360}$ 1580. (необходимо разделить на 2!, 2! и 3!, т.к. единицы, двойки и пятёрки входят в число два, два и три раза соответственно).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: 1680.

№6



Дано:

$\omega_1(O_1; R)$; $\omega_2(O_2; R)$; $R = 9$

$\omega_1 \cap \omega_2 = A; B$.

$C \in \omega_1$, $D \in \omega_2$.

$B \in CD$, $\angle CAD = 90°$

$FB \perp CD$, $BF = BD$

Найти: CF — ?

Решение:

1) $\angle ACD = \frac{1}{2} \smile AB = \angle ADC$, т.к. $\angle ACD$ и $\angle ADC$ — вписанные, $R_1 = R_2 = R$, т.е. дуги окружностей, ограниченные точками A и B, равны.

2) Значит, $\angle ACD = \angle ADC = \frac{180° - \angle CAD}{2} = 45°$.

3) Т.к. $BF = BD$, то $\triangle FBD$ — равнобедренный $\Leftrightarrow \angle BFD = \angle BDF = \frac{180° - \angle FBD}{2} = 45°$.

4) $\angle AO_2B = \smile AB = 2\angle ADB = 90°$ (центральный), $\angle BAO_2 = \angle ABO_2 = \frac{180° - \angle AO_2B}{2} = 45°$.

5) $BO_2 = O_2D \Leftrightarrow \triangle BO_2D$ — равнобедренный, $\angle O_2DB = \angle O_2BD = 22,5°$.

6) $\angle BO_2D = 180° - 2\angle O_2BD = 135°$.

7) По т. косинусов, из $\triangle BO_2D$:

$BD=\sqrt{2\cdot 9^2+2\cdot 9^2\cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}=9\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}.$

8) $\angle CFB=360^\circ-\angle C-\angle A-\angle D-\angle BFD=45^\circ$.

9) По т. Пифагора, из $\triangle CBF$ ($CB=BF=9\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}$):

$CF=\sqrt{2}\cdot BF=\sqrt{2}\cdot BD=9\cdot\sqrt{2+2\sqrt{2}}.$

Ответ: $9\sqrt{2+2\sqrt{2}}$.

№7

$(|x|-3)^2+(|y|-4)^2=25$ – уравнение окружности, отражённой по Oy ~~x~~ с сохранением „правой части графика.

Рассмотрим 4 случая:

1) $x-3-y\geq 0,\ x-3+y<0.$

2) $x-3-y\geq 0,\ x-3+y\geq 0.$

3) $x-3-y<0,\ x-3+y\geq 0.$

4) $x-3-y<0,\ x-3+y<0.$

. . . . .

№4

При $x\geq 1$:

$2x^4\geq 3x^3-4x^2+2x-1$

$3x^3-4x^2+2x-1=f(x)$

$f(1)=0$

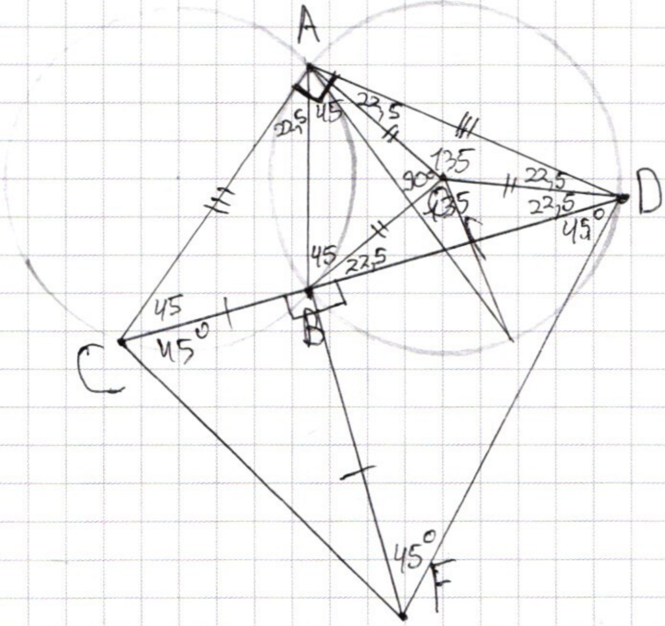
Разделим на $x-1$:

$3x^3-4x^2+2x-1\ \big|\ x-1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$CF - ?$

$\angle ACD = \angle ADC = \frac{1}{2} \smile AB.$

$\Rightarrow \angle C = \angle D = 45^\circ$

$AC \parallel DF$

$BD = \sqrt{9^2 + 9^2 + \frac{2 \cdot 9 \cdot 9}{\sqrt{2}}} =$

$= \sqrt{162 + 81\sqrt{2}} =$

$= 9\sqrt{2+\sqrt{2}}$

$CF = BD \cdot \sqrt{2} =$

$= \sqrt{162\sqrt{2} + 162} =$

$= 9\sqrt{2+2\sqrt{2}}.$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№7

$$\begin{cases} |x-3-y|+|x-3+y|\le 6, \\ x^2-6|x|+9+y^2-8|y|+16=25 \end{cases}$$

~~При $x\ge 0$, $y\ge 0$:~~

При $y\ge x-3$:

$x-3\ge 0$:

$y+3-x+x-3+y\le 6,$

$y\le 3.$ графики?

$(5-|y|+4)(5+|y|-4)=(9-|y|)(1+|y|).$

$x-3<0$:

$y-3-x+$

$y=x-3$

$y=3-x$

$x-3-y\ge 0, x-3+y\ge 0$

$x\le 6$

$\ge 0, <0$

$y\ge -3$

$<0, <0$:

$x\ge 0$

$<0, \ge 0$:

$y\le 3$:

~~$x-3y\ge$~~

$x-3-y\ge 0$

$x-3+y\ge 0$

$y\le x-3$

$y\ge 3-x$

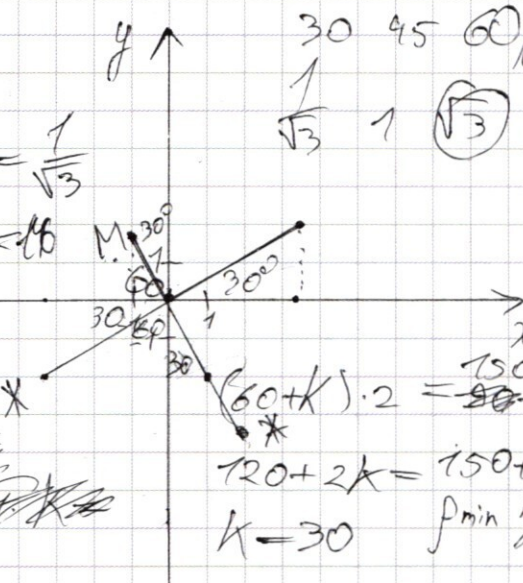
$3-x\le x-3$

$x\ge 3.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$x^2+y^2=16$



30 45 60

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ 1 $\sqrt{3}$

$(60+K)\cdot 2 = 150+K$

$120+2K = 150+K$

$K=30$ ρ_{min} при

№1 $v_1 = \frac{v}{2} = v$. $x = \frac{-y}{\sqrt{3}}$ $\frac{y^2}{3}+y^2=16$

$R_1=2$ $v = \omega\cdot r \Leftrightarrow \omega = \frac{v}{r}$ $\frac{4}{3}y^2=4$

$R_2=4$ $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = 2$, т.е. $\omega_1 = 2\omega_2$ $y^2=12$ $y=2\sqrt{3}$

Значит, муравей делает оборот в 2 раза быстрее, т.е. когда жук вернётся в исх. точку, муравей побывает в ней дважды ~~останется в ней~~

т.к. $y>0$, то $y=2\sqrt{3}$, $x=2$.

$\rho = R_2 - R_1 = 2$.

За 1 круг — одна встреча, причём по оконч. круга всё возвр. в исходн. пол. Коорд. — единственны.

Ответ: $(2; 2\sqrt{3})$.

№5

$1400 = 2\cdot 700 = 2\cdot 7\cdot 2\cdot 50 = 2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot7\cdot5$

Ост. числа — единицы, иначе число > 1400.

11 222 55 7

Т.к. числа повторяются, то $N = \frac{8!}{2!\cdot 3!} = 2\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8 = 3360$

№4

$10\cdot6\cdot7\cdot8 = 420\cdot 8$

$420 \times 8 = 3360$

$5\cdot6\cdot7\cdot8$

$30\cdot7\cdot8$

$56\cdot30$ $56 \times 30 = 1680$

$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.

При $x\geq 1$:

$2x^4+x^2-2x-3x^3+3x^2+1\geq 0$

$2x^4-3x^3+4x^2-2x+1\geq 0$

$f(1) = 2-3+4-2+1 \neq 0$

$f(2) = 2\cdot2^4-3\cdot2^3+4\cdot2^2-2\cdot2+1 = 32-24+16-4+1 \neq 0$

$2x^2-3x+4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}$

~~$2(x^2+\frac{0{,}5}{x}) - 3(x+\frac{2}{3x})$~~

$2x^2+\frac{1}{x^2} - (3x+\frac{2}{x}) + 4$

$x^4-2x^3+4x^2-3x+2=0$

$f(1) = 1-2+4-3+2 =$

$f(2) = 2^4 - 2\cdot2^3 + 4\cdot2^2 - 3\cdot2 + 2 =$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$

№3

$2, 3, 5, 1$

$1, 2, 3, 5, 6$?

$D = 25-24 = 1$

$x_{1,2} = \frac{-5\pm1}{2} = -3; -2$

$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$

При $x=-3$:

$0=0$ – верно, т.е. -3 – корень.

При $x \neq -3$:

$\sqrt{x^3-x+10} = x+2$

$x^3-x+10 = x^2+4x+4$, $x \geq -2$.

$x^3-x^2-5x+6 = 0$

$f(2) = 8-4-10+6 = 0$

$x^3-x^2-5x+6 \mid x-2$; x^2+x-3

x^3-2x^2; x^2-5x; x^2-2x; $-3x+6$; $-3x+6$; 0

$D = 1+4\cdot3 = 13$

$x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$.

$-5 < -1-\sqrt{13} < -4$

$-2{,}5 < \frac{-1-\sqrt{13}}{2} < -2$ – не корень.

Ответ: -3; $\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$; 2.

не корень!

№4

$2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1 \geq 0$

$x \geq 1$:

$2x^4+x^2-2x-3x^3+3x^2+1 =$

$= 2x^4-3x^3+4x^2-2x+1 = f(x)$

$2\cdot\frac{3^4}{4^4} - 3\cdot\frac{3^3}{4^3} + 4\cdot\frac{3^2}{4^2} - 2\cdot\frac{3}{4}+1 =$

$\frac{1}{2^4}$

~~$0{,}125 - 3\cdot0{,}125+1-1+1$~~

$\frac{1}{2^3} - \frac{3}{2^3} + 4\cdot\frac{1}{2^2} - 2\cdot\frac{1}{2}+1 =$

$-\frac{2}{2^3}+1-1+1 = -\frac{1}{4}+1$.

~~$2x^2(2x^2-3x)+2(2x^2-3x)+4x+1 =$~~

~~$= x^3(2x-3)+x(2x-3)+2(2x-3)+7$~~

~~$(2x-3)(x^3+2x+2) = -7$~~

$16+27=35$

$= -\frac{3}{2}\cdot\frac{3^3}{4^3}+\frac{3^2}{4}-\frac{3}{2}+1=$

$= -\frac{3}{2}\left(1+\frac{3^3}{4^3}\right)+\frac{13}{4} =$

$\frac{13}{4} - \frac{(4^3+3^3)\cdot3}{4^3\cdot2}$ $13\cdot4^2\cdot2-3\cdot4^3+3^4=$

$\frac{3}{2}$

$= 81+32\cdot13-3\cdot64 =$

$=$

$= 32(13-6)+81$

$-\frac{4}{9}$

$\frac{128}{27}+\frac{16}{9}+4+1$

-2: $-16+4+6+1$ $\quad -\frac{112}{27}$

$\frac{16}{27}+\frac{4}{9}$

$-0{,}125+0{,}25+3\cdot0{,}5$

$\frac{27}{4}+\frac{9}{4}$

$\frac{2}{3}$ $\quad -\frac{9}{2}+1$

$-2+1$

$x \leq -1$:

$2x^4+x^2-2x+3x^3-3x^2+1 \geq 0$

$2x^4+3x^3-2x^2-2x+1$

$2-3-2+2+1 = 0$

$2x^4+3x^3-2x^2-2x+1 \mid x+1$; $2x^3+x^2-3x+1$

$2x^4+2x^3$; x^3-2x^2; x^3+x^2; $-3x^2-2x$; $-3x^2-3x$; $x+1$

$-54+9+9+1$

$\frac{28}{27}-2+1$

$\frac{27}{32}+\frac{9}{16}-\frac{9}{4}+1$

$\frac{2}{3}$ $\quad \frac{3}{4}$

$\frac{45}{32}-\frac{72}{32}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$12x + 12y = 3$

$4x + 4y = 1$

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

$-12x + 12y = -3$

$3(a+b) = 4b$ $\quad -4x + 4y = 1$

$12 = (a+b)\cdot b$

$a = 1$

$3 + 3b = 4b$

$12 = b + b^2$

$(b = 3, a = 1)$ — подх.

$48bx + (ab + b^2)\cdot(a - 3(a+b)\cdot x) = 12$

$4bx + a^2b + ab^2 - 3b(a+b)^2\cdot x - 12 = 0$

$x(4b - 3b(a+b)^2) = 12 - a^2b + ab^2$

Имеет ∞ реш. при обоих коэф $= 0$.

$$\begin{cases} 4b - 3b(a+b)^2 = 0 \\ 12 - a^2b + ab^2 = 0 \end{cases}$$

Заметим, что $b = 0$ — не корень.

$4 - 3(a+b)^2 = 0$

$b - a = \frac{12}{ab}$

$\cancel{3}(a+b)^2 = \frac{3}{4}$

$a + b = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$b - a = \frac{12}{ab}$

№2 $\quad a = 3,\ b = -1$

$(3(a+b) + 4b)x + (12 + (a+b)\cdot b)\,y = a + 1$

При $a = -1$, $(5b - 3)\cdot x + (12 - 3b + b^2)\cdot y = 0$

т.е.

$(3 - 5b)\cdot x = (12 - 3b + b^2)\cdot y$

$y = \frac{a - 3(a+b)\cdot x}{12} = \frac{1}{12} - x$

$4bx + (a+b)\cdot b\cdot\frac{a - 3(a+b)\cdot x}{12} = 1$

$12x + 12y = 1$

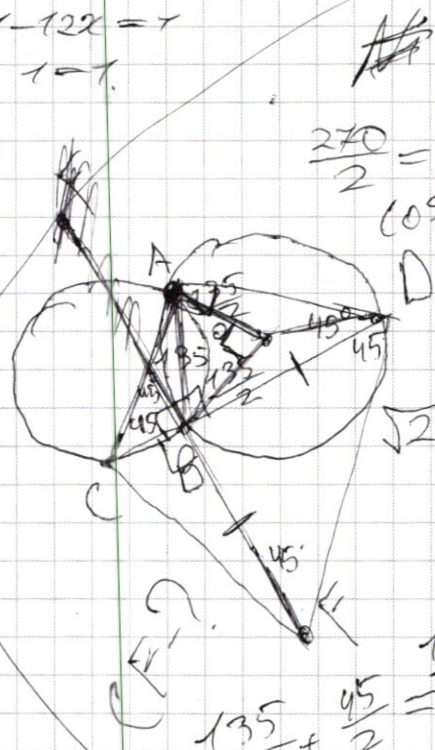
$12x + 1 - 12x = 1$

$1 = 1$

1) $a = \frac{\sqrt{3}}{2} - b$

$b - \frac{\sqrt{3}}{2} + b = \frac{12}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - b\right)\cdot b}$

$2b - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot b - b^2}$



$\frac{270}{2} = 135$

$\cos 135 = -\cos 45 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{135 + 90}{4} =$

$\frac{135}{4} + \frac{45}{2} = \frac{225}{4} = 56\frac{1}{4}$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№2

$$\begin{cases} 3(a+b)\cdot x+12y=a, \\ 4bx+(a+b)\cdot by=1. \end{cases}$$

$3(a+b)\cdot x+12y=a$

$3(a+b)\cdot y+12bx=3$

$a=3, b=1$

$12=3(a+b)$, $a+b=4$

$a=2, b=2$:

$3\cdot 4x+12y=2$

$4\cdot 2x+4\cdot 2y=1$

$6x+6y=1$

$8x+8y=1$

$3\cdot(-4)\cdot x+12y=-3$

$-4x+4y=1$

$b=-3, a=-1$.

$-12x+12y=-1$

$-12x+12y=1$

$12+12=3$

$4+4=1$

$12x+12y=1$

$12x+12y=1$,

$1{,}5x+12y=2$

$12x+1{,}5y=-2$

$a+b=\sqrt7-2-\frac{3}{\sqrt7-2}=$

$=\frac{7-4\sqrt7+4-3}{\sqrt7-2}=$

$\frac{8-4\sqrt7}{\sqrt7-2}=-4$

$12y-12x=\sqrt7-2$

$\frac{12}{2-\sqrt7}x+\frac{-12}{2-\sqrt7}y=1$

$b=-\frac{3}{k}$

$a=k$

$k=2$

$a=2$

$b=-1{,}5$

$x, y\in R$

$3\cdot 0{,}5x+12y=2$

$-6x+0{,}5\cdot(-1{,}5)y=1$

$0{,}5\cdot 3x+12y=2$

$-6x-1{,}5\cdot y\cdot 0{,}5=1$

$3y-3x=0$

$y=x$

$b=\frac{3}{2-\sqrt7}$

$\sqrt7-2=a$

$\frac{a}{k}=1$

$a=k$

$4bk=3(a+b)$, $a+b=\frac{4bk}{3}$

$(a+b)\cdot b\cdot k=12$

$\frac{4b^2k^2}{3}=12$, $b^2k^2=9$

$b^2=\frac{9}{k^2}$

$b(a+b)=12$

$4b=3(a+b)$

$(a+b)=\frac{4}{3}b$

$\frac{4}{3}b^2=12$

$b^2=9$

$b=\pm3$

$a=1$

$a+b=\frac{4}{3}b$

$a=\frac{1}{3}b$

$b=3, a=1$

$b=-3, a=-1$.

$a=3, b=1$

$\cancel{a=3, b=1}$

$$\begin{cases} b=\pm\frac{3}{k} \\ a=k \\ a+b=\frac{4bk}{3} \end{cases}$$

1) $b=\frac{3}{k}$

$a=k$

$k+\frac{3}{k}=4$ $\Leftrightarrow$ $a=1, b=3$.

$k=1, k=3$ $a=3, b=1$.

2) $b=-\frac{3}{k}$

$k^2-3+4k=0$

$D_1=4+3=7$

$k-\frac{3}{k}=-4$

$k^2+4k-3=0$

$D_1=4+3=7$

$k_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt7}{1}=2;-6$.

$a=2$ $\cancel{a=-6}$

$b=-\frac{3}{2}=-1{,}5$ $a=$

$21x+24y=4$

$3\cdot 3{,}5x+12y=2$

$k=-2\pm\sqrt7$

$6x+3{,}5\cdot 1{,}5y=1$

$24x+21y=4$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)