

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 \quad | : (x+5)$$

$$x^2+3x-10 = (x+5)(x-2)$$

$$x \neq -5$$

$$\begin{cases} x_1+x_2 = -3 \\ x_1x_2 = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 2 \end{cases} \quad (\text{по т. Виета})$$

$$\frac{\sqrt{x^3-16x+25}}{2} = \cancel{x-2} \quad x-2$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4 \quad (\text{возведем в квадрат})$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2+16-16x \quad | 2x-4 \geq 0$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$x \geq 2$$

$$x^2(x-4) = -9$$

$x=3$ — одно из решений. По т. Безу

$$\begin{array}{r|l} x^3-4x^2+9 & x-3 \\ -x^3+3x^2 & x^2-x-3 \\ \hline -x^2+9 & \\ -x^2+3x & \\ \hline -3x+9 & \\ -3x+9 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-3)(x^2-x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x-3=0 \\ x^2-x-3=0 \end{cases}$$

$$D = 1+12=13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Проверка ОДЗ:

1) $x=3$

$$\begin{cases} 3^3 - 16 \cdot 3 + 25 = 27 - 48 + 25 = 4 \\ 3^2 + 3 \cdot 3 - 10 = 9 + 9 - 10 = 2 \end{cases} \quad \text{не подходит}$$

2) $x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$; ~~$2 < x < 2,5$~~

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} \right)^3 - 16 \cdot \frac{1+\sqrt{13}}{2} + 25 = \frac{1+3\sqrt{13}+3 \cdot 13 \cdot 1+13\sqrt{13}}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 = \\ & = \frac{40+16\sqrt{13}}{8} + 17 - 8\sqrt{13} = 5 + 2\sqrt{13} + 17 - 8\sqrt{13} = 22 - 6\sqrt{13} \end{aligned}$$

$$22 > 6\sqrt{13} \quad |^2$$

$$484 > 36 \cdot 13$$

$$36 \cdot 13 = 540 - 82 = 458$$

~~не подходит~~

3) ~~$x = 1 - \sqrt{13}$~~

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} \right)^2 + 3 \cdot \frac{1+\sqrt{13}}{2} - 10 = \frac{1+2\sqrt{13}+13}{4} + \frac{3+3\sqrt{13}}{2} - 10 =$$

$$3,5 + 0,5\sqrt{13} + 1,5 + 1,5\sqrt{13} - 10 = 5 + 2\sqrt{13} - 5 > 0$$

$$2\sqrt{13} > 5 \quad \sqrt{13} > 2,5$$

$$52 > 25$$

$$\sqrt{13} > 2,5$$

$$13 > 6,25$$

$\Rightarrow$ не подходит

3) $x = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

$$\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2} \right)^3 - 16 \cdot \frac{1-\sqrt{13}}{2} + 25 = \frac{1-3\sqrt{13}+3 \cdot 13 - 13\sqrt{13}}{8} - 8 + 8\sqrt{13} + 25 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= 5 - 2\sqrt{13} - 8 + 8\sqrt{13} + 25 = 22 + 6\sqrt{13} > 0$$

$$\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1-\sqrt{13}}{2} - 10 = \frac{1+13-2\sqrt{13}}{4} + 1,5 - 1,5\sqrt{13} - 10 =$$

$$= 3,5 - 0,5\sqrt{13} + 1,5 - 1,5\sqrt{13} - 10 = \cancel{5-2\sqrt{13}} - 5 - 2\sqrt{13} - 10 =$$

$$= -2\sqrt{13} - 5 < 0$$

$\Rightarrow$ не подходит

Ответ: 3; $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$.

15

$$7000 = 25 \cdot 10 \cdot 28 = 1000 \cdot 7 = 10^3 \cdot 7 = \cancel{2^3 \cdot 5^3 \cdot 7}$$

7 цифр $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ надо добавлять единицы.

1) Добавим только 1 единицу:

число, такого вида:

22255571. Т.к. некоторые цифры повторяются, то будет считаться кол-во вариантов, учитывая, что числа записывают по логике того, что ставят сразу все одинаковые цифры:

$$P_1 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4^3 \cdot 3^3 \cdot 2 = 12^3 \cdot 2 = 144 \cdot 24 = \text{кол-во}$$

2) Добавим 2 единицы. Придется использовать $2 = 4$ с 1 единицей.

42555711 - числа такого вида.

Опять же, некоторые цифры повторяются, поэтому считаем, что ставим все десятичные цифры подряд:

$$P_2 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5^3 \cdot 4^2 \cdot 6 = 5^3 \cdot 16 \cdot 6 = 125 \cdot 96 = 12000$$

8-значных
- кол-во чисел

3) Используем 3 единицы, тогда получится число с двумя единицами, то есть $2^3 = 8$. Это последний случай, т.к. все другие результаты числа 7000-~~уже~~ уже не означают. Число вида:

55511178

$$P_3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4^3 \cdot 3^3 \cdot 2 = 12^3 \cdot 2 = 144 \cdot 24 =$$

- кол-во 8-значных чисел, где есть 3 единицы.
Финальное число и будет равно:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 144 \cdot 24 + 125 \cdot 96 + 144 \cdot 24 = 144 \cdot 48 + 12000 =$$

791

$$\Rightarrow 6912 + 12000 = 18912$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 48 \\ \hline 1152 \\ 576 \\ \hline 6912 \end{array}$$

Ответ: 18912

N2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a & (1) \\ 3bx + (a-b)y = 1 & (2) \end{cases}$$

- бесконечного рещ.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1) + (2)

~~$$2(a-b)x + 3bx + 6y + (a-b)6y = a+1$$~~

$$x(2a-2b+3b) + y(6+6a-6b) = a+1$$

Если оба коэф. перед y и перед x записать (т.е. приравнять к 0), то от x и от y не будет ничего зависеть $\Rightarrow$ будет беск. много решений:

(правая часть тоже в таком случае должна равняться 0) $\Rightarrow$?

~~$$2a+b=0$$~~

~~$$6+6a-6b=0$$~~

~~$$b = -2a$$~~

~~$$6 + a \cdot (-2a) + 4a^2 = 0$$~~

~~$$6 - 2a^2 + 4a^2 = 0$$~~

~~$$6 + 2a^2 = 0$$~~

~~$$2a^2 = -6$$~~

~~$$a^2 = -3$$~~

~~$$a = \pm \sqrt{-3}$$~~

~~$$a = \pm i\sqrt{3}$$~~

~~$$b = -2a$$~~

~~$$b = \mp 2i\sqrt{3}$$~~

$$\begin{cases} 2a+b=0 \\ a+1=0 \\ ab-b^2+6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

$$-1 \cdot 2 - 4 + 6 = 0$$

$$-6 + 6 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\Rightarrow m(-1; 2)$$

Ответ: $(-1, 2)$

N4

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2/x + 1/1 + 1 \geq 0$$

1) для $x+1 \geq 0, x \geq -1$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2/x \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

По т. Безу, т.к. $x=1$ - евл. корнем:

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 & x-1 \\ -6x^4 + 6x^3 & \\ \hline & x^3 - 4x^2 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline & -3x^2 + 2x \\ -3x^2 + 3x & \\ \hline & -x + 1 \\ -(-x + 1) & \\ \hline & 0 \end{array}$$

• $6x^3 + x^2 - 3x - 1$ - $x = -0,5$ - евл. корнем

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 + x^2 - 3x - 1 & x+0,5 \\ 6x^3 + 3x^2 & \\ \hline & -2x^2 - 3x \\ -2x^2 - x & \\ \hline & -2x - 1 \\ -2x - 1 & \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$6x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$3x^2 - x - 1 = 0$$

$$D=13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+0,5) \left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right) \left(x + \frac{1-\sqrt{13}}{6} \right) (x-1) \geq 0 \\ x \geq -1 \end{array} \right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь надо рассм. всевозможные случаи и написать в итоге их объединение.

а) все множит. - ~~положит.~~ ~~неотриц.~~ неотриц.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 0,5 \geq 0 \\ x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x - \frac{1-\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ x \geq -1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \geq \frac{1+\sqrt{3}}{6} \\ x \geq -0,5 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{x \geq 1}$$

б) все отриц. множит. - не положит.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 0,5 \leq 0 \\ x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \leq 0 \\ x - \frac{1-\sqrt{3}}{6} \leq 0 \\ x - 1 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq \frac{1+\sqrt{3}}{6} \\ x \leq \frac{1-\sqrt{3}}{6} \\ x \leq 1 \\ x \leq -0,5 \\ x \geq -1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq -0,5 \\ x \leq \frac{1-\sqrt{3}}{6} \\ x \geq -1 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x \in \left[-\frac{1}{2}, -0,5\right]}$$

$$\begin{array}{l} -0,5 < \frac{1-\sqrt{3}}{6} \\ -3 < 1-\sqrt{3} \\ -4 < -\sqrt{3} \end{array}$$

~~$$\left\{ \begin{array}{l} x + 0,5 \geq 0 \\ x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x \geq -1 \end{array} \right. \Rightarrow x \geq$$~~

$$6) \begin{cases} x+0,5 \geq 0 \\ x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x - \frac{1-\sqrt{3}}{6} \leq 0 \\ x-1 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq -0,5 \\ x \geq \frac{1+\sqrt{3}}{6} \\ x \leq \frac{1-\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1-\sqrt{3}}{6} \\ x \geq \frac{1+\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$2) \begin{cases} x+0,5 \geq 0 \\ x - \frac{1-\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \leq 0 \\ x-1 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -0,5 \\ x \leq 1 \\ x \geq \frac{1-\sqrt{3}}{6} \\ x \leq \frac{1+\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1-\sqrt{3}}{6} \\ x \leq \frac{1+\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in \left[\frac{1-\sqrt{3}}{6}, \frac{1+\sqrt{3}}{6} \right]$$

$$9) \begin{cases} x+0,5 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ x \geq -1 \\ x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \leq 0 \\ x - \frac{1-\sqrt{3}}{6} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{1-\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$e) \begin{cases} x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x - \frac{1-\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x \geq -1 \\ x+0,5 \leq 0 \\ x-1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1+\sqrt{3}}{6} \\ x \leq -0,5 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$210) \begin{cases} x - \frac{1+\sqrt{3}}{6} \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ x \geq -1 \\ x+0,5 \leq 0 \\ x - \frac{1-\sqrt{3}}{6} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -0,5 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \begin{cases} x - \frac{1-\sqrt{13}}{6} \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ x \geq -1 \\ x + 0,5 \leq 0 \\ x - \frac{1+\sqrt{13}}{6} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -0,5 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

Ответ ~~не~~ в 1)

~~18/11/2020~~

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \in [-1, -0,5] \\ x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in [-1, -0,5] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right] \cup [1, +\infty)$$

$$2) 6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 1 \geq 0 \quad (\text{где } x+1 \leq 0; \quad x \leq -1)$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

~~8/11/2020~~

$$6x^4 + 5x^3 + 5x^2 + (x+1)^2 \geq 0$$

$$x^2(6x^2 + 5x + 5) + (x+1)^2 \geq 0$$

$$\quad \quad \quad 6x^2 + 5x + 5$$

$D < 0 \Rightarrow$ при любом x , этот трех член

положит. x^2 тоже всегда неотриц. и $(x+1)^2$ тоже

всегда неотриц. $\Rightarrow$ решением является ~~любой~~ x

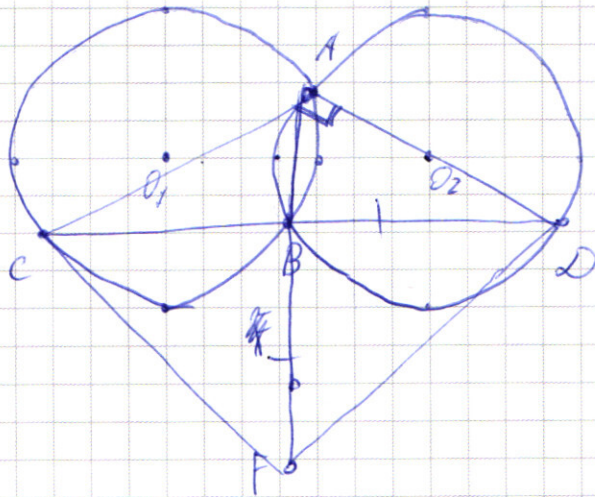
$$\Rightarrow [-\infty, -1] \Rightarrow$$

$$x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right] \cup [1, +\infty)$$

$$\text{Решение: } [-1, -0,5] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right] \cup [1, +\infty)$$

$$\text{Ответ: } [-\infty, -0,5] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}, \frac{1+\sqrt{13}}{6} \right] \cup [1, +\infty)$$

N 6



$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2$$

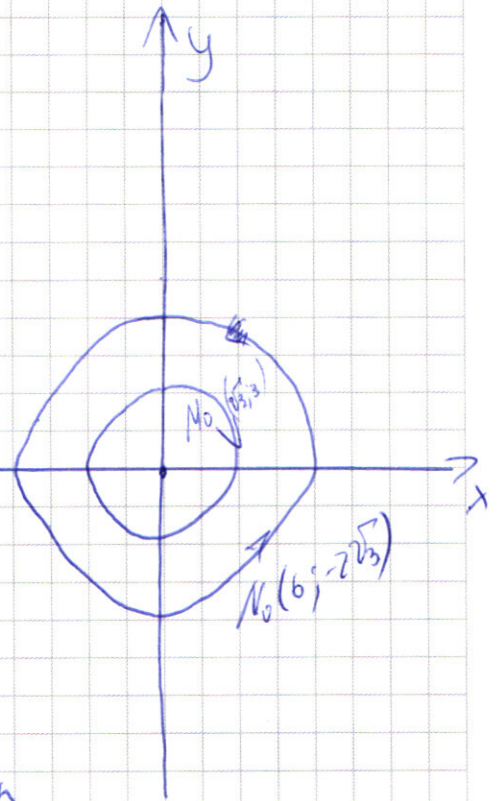
$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = r_2^2$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \rightarrow \text{мн}$$

$$-0,5 > \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$$

$$-3 > -1 - \sqrt{3}$$

$$-2 > -\sqrt{3}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{b^2}{4} - b^2 + 6 = 0$$

$$-\frac{3}{4}b^2 = -6$$

$$\frac{3}{4}b^2 = 6$$

$$b^2 = 8$$

$$b = \pm 2\sqrt{2}$$

$$2(a-b)x + 6y = a$$

$$3bx + (a-b)by = 1$$

$$2ax - 2bx + 6y + 3bx + aby - b^2y = a + 1$$

$$2ax + bx + aby - b^2y + 6y = a + 1$$

$$x(2a+b) + y(ab - b^2 + 6) = a + 1$$

$$2a+b=0$$

$$ab - b^2 + 6 = 0$$

$$a = -1$$

$$b = 2$$

$$a = -1$$

$$x \geq -1$$

$$6x^4 + 1^2 + 2x - 5x^3 + 1 + 1 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$6x^4 \text{ при } x=1: 0=0, \text{ по т. Безу:}$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \quad | \quad x-1$$

$$6x^4 - 6x^3$$

$$x^3 - 4x^2$$

$$x^3 + x^2$$

$$-5x^2 + 2x$$

$$-5x^2 + 5x$$

$$-3x + 1$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \quad | \quad x-1$$

$$6x^4 - 6x^3$$

$$x^3 - 4x^2$$

$$x^3 + x^2$$

$$-5x^2 + 2x$$

$$-5x^2 + 5x$$

$$-3x + 1$$

$$6 \cdot 1 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 2 + 1$$

$$1 - 4 + 3$$

14

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 | x+1 | +1 = 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 - 5x^2 + 1$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 & x-1 \\ \hline 6x^4 - 6x^3 & \\ \hline x^3 - 4x^2 & \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline -5x^2 + 2x & \\ -5x^2 + 5x & \\ \hline -3x + 1 & \\ -3x + 3 & \\ \hline -2 & \end{array}$$

$$6x^3 - 4x^2 - 2x + 1$$

$$6x^3 - 4x^2 + 2x + 1$$

$$2(a-b)x + by - 3bx - (a-b)y = a-1$$

$$x(2a-2b-3b) + y(6-a+b) = a-1$$

$$\begin{cases} 2a-5b=0 \\ 6-a+b=0 \\ a-1=0 \end{cases}$$

$$a=1$$

$$b=\frac{2}{5}$$

$$6 - \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 0$$

$$(a-b)y = 1-3bx$$

$$a-b = \frac{1-3bx}{y}$$

$$a-b = \frac{1-3bx}{y}$$

$$2 \cdot \frac{1-3bx}{y} \cdot x + by = a$$

$$2x - 6bx^2 + by^2 = a$$

$$2x - 6bx^2 + by^2 = aby$$

$$2x - 6bx^2 + by^2 = aby$$

$$2x - 6bx^2 + by^2 = aby$$

$$2x - 6bx^2 + by^2 = aby$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$6x^4 + x^2 + 7x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 7x + 1 \mid x-1$$

$$6x^4 - 6x^3$$

$$x^3 - 4x^2$$

$$x^2 - x^2$$

$$-3x^2 + 2x$$

$$-3x^2 + 3x$$

$$-x + 1$$

$$-x + 1$$

$$0$$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1 \mid x + 0,5$$

$$6x^3 - 3x^2$$

$$4x^2 - 3x$$

$$4x^2 - 2x$$

$$-x - 1$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ (x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \geq 0 \end{cases}$$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1$$

$$x = -0,5 \text{ - корень}$$

$$6x^3 + x^2 - 3x - 1 \mid x - 0,5$$

$$6x^3 - 3x^2$$

$$4x^2 - 3x$$

$$4x^2 - 2x$$

$$-x$$

$$-\frac{6}{8} + \frac{1}{4} + 1,5 - 1$$

$$-0,75 + 0,25 + 0,5$$

$$\begin{array}{r|l}
 6x^3 + 3x^2 - 3x - 1 & x + 0,5 \\
 \hline
 6x^3 + 3x^2 & \\
 \hline
 -3x - 1 & \\
 -3x - 1 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$6x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$3x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x + 0,5) \left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6} \right) (x - 1) \geq 0 \\ x \geq -1 \end{array} \right.$$

$$1) \left\{ \begin{array}{l} x + 0,5 \geq 0 \\ x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6} \geq 0 \\ x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6} \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ x \geq -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \geq \frac{1 + \sqrt{13}}{6} \end{array} \right. \Rightarrow x \geq 1$$

2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13

4+4+4+4+4
46

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = \frac{x^2+3x-10}{x+5}$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = \frac{x^2+3x-10}{x+5}$$

$$x^3-16x+25 = \frac{x^2+3x-10}{x+5}$$

$$\begin{array}{r} x^3-16x+25 : x+5 \\ x^3+5x^2 \\ \hline -5x^2-16x \\ -5x^2-25x \\ \hline 9x+25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x=3 \\ 3^3-48+25=0 \\ 27-48=-21 \end{array}$$

$$x^2+3x-10 = (x+5)(x-2)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$x^3+2x^2-6x-9=0$$

$$x^3 = 4x^2-9$$

$$x^3 = (2x-3)(2x+3)$$

$a = \dots$

$$7000 = 25 \cdot 10 \cdot 28 = 5^3 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot 1 = \\ = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

Можно разложить на
факторы, потому что
число ~~состоит~~ ^{состоит} из одной единицы.

верно

22255571

Можно вставить единицу
всего изобразили
таблица комбинаций 2, 5 и 7 букв.

$$N_1 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 840 \cdot 68 = 46320 \rightarrow 5040 \cdot 8 = 40320$$

или $7 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 72 \cdot 180 = 560 \cdot 8 = 5600 \cdot 8 = 5040$

Если единица - 96, то нужно исп. $2^2 = 4$

$$N_2 = 42555711$$

55511742

42555711

нужно вставить единицу
7, 8, 56 комбинации

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 11 \cdot 18 = 40320$$

наверный случай, когда исп. 3 единицы $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ исп. $2^3 = 8$

55511187

85557111

$\Rightarrow$

$$S = 40320 \cdot 3 = 120960, \text{ но}$$

надо учесть, что условные числа

22255571

22255571

но значит,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

хотя мы и поменяли во втором первом уже цифры местами,
но цифры те же остаются. Итого:

$$n_1 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4^3 \cdot 3^3 \cdot 2 = 12^3 \cdot 2 = 144 \cdot 24$$

$$n_2 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5^3 \cdot 16 \cdot 6 = 5^3 \cdot 96$$

$$n_3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4^3 \cdot 3^3 \cdot 2 = 12^3 \cdot 2 = 144 \cdot 24$$

$$S = n_1 + n_2 + n_3 = 144 \cdot 24 + 144 \cdot 24 + 125 \cdot 96 =$$

$$= 144 \cdot 48 + 125 \cdot 96 = 6912 + 12000 = 18912$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 48 \\ \hline 1152 \\ + 576 \\ \hline 6912 \end{array}$$

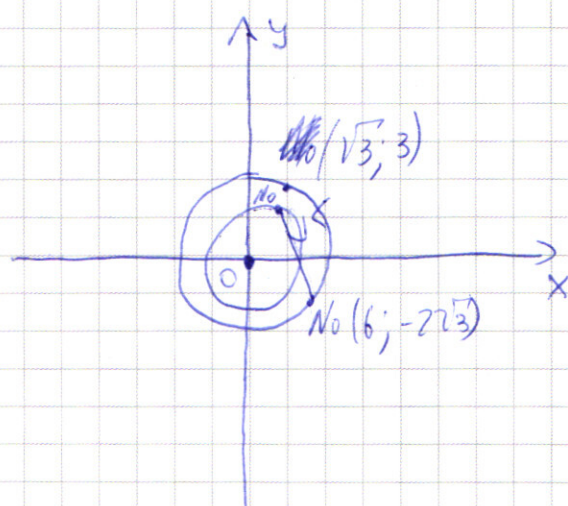
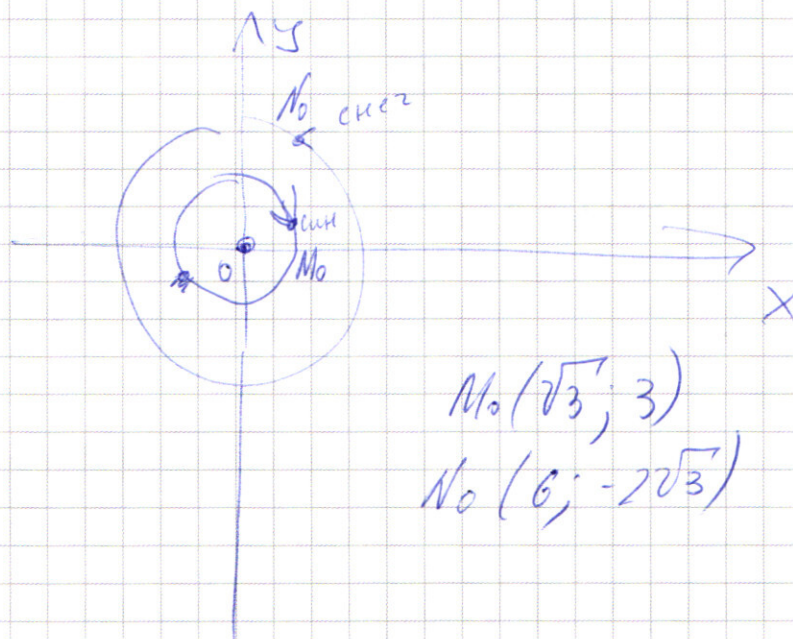
$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 96 \\ \hline 750 \\ + 11250 \\ \hline 12000 \end{array}$$

№2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)6y = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} - \text{беск. решений} \\ 12 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 2by(a-b) + 6bx = 2 \\ 2x(a-b) + 6y = a \end{cases}$$

$$2b(a-b)(by-x) + 6(bx-y) = 2-a$$



M - сущ
 N - через

$$\begin{aligned}
 &(\sqrt{3}-6)^2 + (3+2\sqrt{3})^2 = \\
 &= 36+3-12\sqrt{3} + 12\sqrt{3}+9+12 = \\
 &= 60
 \end{aligned}$$

$$(x-a)^2 + (y-a-b)^2 = 0$$

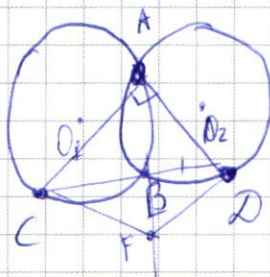
$$R_{acc} = 60$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$(x-a_1)^2 + (y-a_2)^2 = r^2$$

$$(\sqrt{3}-a_1)^2 + (3-a_2)^2 = r^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$r=7$$

$$x^3 - 16x = -25$$

$$x(x-4)(x+4) = -25$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x - 2$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 16x + 25}}{2} = x - 2$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$x^2(x-4) = -9$$

$$x=3$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0$$

$$x^3 - 4x^2 + 9$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 9 \quad | \quad x-3 \\ \underline{x^3 - 3x^2} \\ -x^2 + 9 \\ \underline{-x^2 + 3x} \\ -3x + 9 \\ \underline{-3x + 9} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

если $\lambda = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{но } 0 \leq x \leq 3 \\ \text{но } x \leq 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases} \quad \text{— беск. много рещ.}$$

$$\begin{cases} 2ax - 2bx + by = a \\ 3bx + aby - b^2y = 1 \end{cases}$$

$$bx + 2ax + aby + y(b - b^2) = a + 1$$

$$x(2a+b) + aby + y(b - b^2) = a + 1$$

$$\lambda(2a+b) + y(b - b^2 + ab) = a + 1$$

$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

$$(|x-5|)^2 + (|y-12|)^2 = 169$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 |x+1| + 13 \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 13 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 13 \geq 0$$

$$\begin{matrix} 2\pi r \\ 2\pi r \\ \pi r \\ \pi r \end{matrix}$$

$$(2a+b)x + y(x^2 - b^2 + 6) = a + 1$$

$$\begin{cases} 2a+b=0 \\ a^2 - b^2 + 6=0 \end{cases}$$

$$a = -\frac{b}{2}$$

$$\left(-\frac{b}{2}\right)^2 - b^2 + 6 = 0$$