МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра[бо]
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Муравей двигается по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0\left(-1;\sqrt{3}\right)$ и $N_0\left(2\sqrt{3};2\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases}3(a+b)x+12y=a,\\ 4bx+(a+b)by=1\end{cases}$$
имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=x^2+5x+6$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1\geqslant 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

7. [6 баллов] Решите систему
$$\begin{cases}|x-3-y|+|x-3+y|\leqslant 6,\\ (|x|-3)^2+(|y|-4)^2=25.\end{cases}$$

© МФТИ, 2020

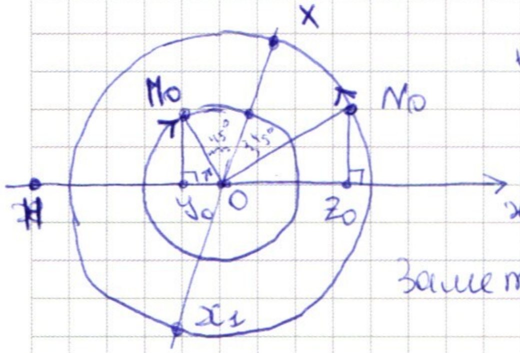
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №1.

Решение: Заметим что радиус окружности по которой бегает муравей равен $\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}=2$, а радиус окружности по которой бегает жук равен $\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2)^2}=4$. $r_м=2$, $r_ж=4$ (Радиусы окружностей)



Заметим что если Y_0 и Z_0 — проекции M_0 и N_0 на ось Ox то $\frac{Y_0O}{M_0O}=\frac{|-1|}{r_м}=\frac{1}{2} \Rightarrow \angle Y_0M_0O=\frac{\pi}{6}$ и $\angle M_0OY_0=\frac{2\pi}{6}$. Также $\frac{N_0Z_0}{ON_0}=\frac{1}{2} \Rightarrow \angle N_0OZ_0=\frac{\pi}{6}$

Заметим что для ΔM_0N_0O по нер-ву треугольника:

$M_0N_0+M_0O \geq N_0O \Rightarrow M_0N_0 \geq N_0O-M_0O=4-2=2$. И равенство достигается только если O, M_0, N_0 лежат на одной прямой. Поэтому мы будем искать только такие положения. Пусть H — точка "слева" от большей окружности. рассмотрим ориентированный угол $\measuredangle HOM_0$. и $\measuredangle HON_0$.
Тогда если $\measuredangle HOM_0 = \measuredangle H_0ON_0 \Rightarrow O, N_0, M_0$ лежат на одной прямой
Пусть жуки пробежали по $\pm\alpha$ градусов "и стали лежать на одной прямой" ~~столько~~ со старта.
(M_0 — по часовой $=\alpha°$ N_0 — против часовой $=-\alpha°$) Тогда $\measuredangle HOM_0'$ стал равен $60°+\alpha$. (M'_0 — где оказалась точка M_0), а угол HON_0' стал равен (N_0' — туда куда убежала точка N_0) $150°-\alpha°$ (сначала он был равен $150°$, т.к был смежным с углом $30°$).
Тогда $60°+\alpha=150°-\alpha \Rightarrow \alpha=45°$,
А значит $\measuredangle HOX=60°+45°=105°$. ($X$ — точка такая что $\angle M_0OX=45°$)
Но мы считали в ориентированных т.е они могли еще встретиться в точках "$+2\pi k$", к точке X. Но такая точка только одна (поворот с центром в O на $2\pi k$)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

(не совпадающая с X) - точка диаметрально противоположная x. Пусть эта точка X_1. Теперь осталось найти координаты точек x, x_1.

~~Заметим что $\angle Z_0OX = 30°+45°=75°$~~ Это будут ровно все положения жука. Заметим что $\angle Z_0OX = 30°+45°=75°$, поэтому координата точки x равна ~~(4·arcos x, 4·arsin x)~~ $(4\cdot \arccos 75°, 4\cdot \arcsin 75°)$

(Умножили на "4" т.к $r_{ж}=4$). Но тогда координаты противоположной точки равны $(-4\cdot\arccos 75°, -4\cdot \arcsin 75°)$, это все положения.

$\boxed{\text{Ответ:}}$ $(4\arccos 75°, 4\arcsin 75°)$ $(-4\arccos 75°, -4\arcsin 75°)$

Задание №2

Решение

$$\begin{cases}(3a+3b)x + 12y = a \Rightarrow y = \dfrac{a-(3a+3b)x}{12}\\ (4b)x + (a+b)by = 1\end{cases}$$

$\Downarrow$

$(4b)x + (b^2+ab)\cdot\left(\dfrac{a-(3a+3b)x}{12}\right) = 1$ $\boxed{\cdot 12}$

или $(48b)x + (b^2+ab)(a-(3a+3b)x) = 12$

или $x(48b - (b^2+ab)(3a+3b)) + a(b^2+ab) = 12$ (раскрыли скобки)

Это уравнение имеет бесконечно много решений если коэф. при x равен 0 и $a(b^2+ab)=12$.

Тогда $\begin{cases}48b - (b^2+ab)(3a+3b) = 0\\ a(b^2+ab) = 12\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}48b = 3b^2a + 3b^3 + 3a^2b + 3ab^2 & (1)\\ ab^2 + a^2b = 12 & (2)\end{cases}$

из (1): $16b = b^2a + b^3 + a^2b + ab^2$ (поделили на 3)

или же если $\boxed{b \neq 0}$ то $16 = ab + b^2 + a^2 + ab \Rightarrow (a+b)^2 = 16 \Rightarrow a+b = \pm 4$

Но $ab(a+b) = 12$ из (2) $\Rightarrow$ $\begin{cases}a+b=4\\ ab=3\end{cases}$ или $\begin{cases}a+b=-4\\ ab=-3\end{cases}$

В первом случае ответы: $a=3$ $b=1$ или $a=1$ $b=3$ Во 2 случае: $a=-2+\sqrt{7}$ $b=-2-\sqrt{7}$ или $a=-2-\sqrt{7}$ $b=-2+\sqrt{7}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Остался случай $b=0$. если $b=0$ то $a^2b+b^2a=0$ но не равно 12. т.е $b=0$ – невозможно. Итак подходят пары $(3,1)$, $(1,3)$, $(-2-\sqrt{7}, -2+\sqrt{7})$, $(-2+\sqrt{7}, -2-\sqrt{7})$ Эти пары чисел – решение системы уравнений

$$\begin{cases} ab - (b^2+ab)(3a+3b)=0 \\ a(b^2+ab)=12 \end{cases}$$

т.е они ровно те пары когда коэффициент при $x=0$ и $a(b^2+ab)=12$ т.е 2 уравнение в ~~самой первой~~ системе из условия ~~в~~ имеет бесконечно много решений. Но тогда в 1 уравнении $y=\frac{a-3(a+b)x}{12}$ – вычисляется т.к $12\neq0$. То есть все эти пары подходят.

$\boxed{\text{Ответ}}$: $(3,1)$, $(1,3)$, $(-2-\sqrt{7}, -2+\sqrt{7})$, $(-2+\sqrt{7}, -2-\sqrt{7})$

Задание №3

Решение: $(x+3)\sqrt{x^3-x+10}=x^2+5x+6$. Заметим, что $x=-3$ – корень. т.к левая и правая часть равны 0 при $x=-3$. Далее считаем что $x-3\neq0$. Тогда т.к $x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$, то поделив обе части на $(x+3)\neq0$ получим $\sqrt{x^3-x+10}\overset{*}{=}x+2 \Rightarrow (x^3-x+10)=(x+2)^2=x^2+4x+4$ или $x^3-x^2-5x+6=0$ (1). Заметим что $x=2$ – корень. ~~поэтому~~

~~$x^3-x^2-5x+6 \vdots (x-2)$ по теореме Безу. $(x^3-x^2-5x+6)=(x-2)(x^2+x-3)$~~

$$\require{cancel}\cancel{\begin{array}{r|l} x^3-x^2-5x+6 & x+2 \\ -\;x^3+2x^2 & x^2-3x \\ -3x^2-5x+6 & \\ -3x^2-6x & \end{array}}$$

Заметим тогда, что $(x^3-x^2-5x+6)=(x-2)(x^2+x-3)=$ ~~$(x-2)\left(x-\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right)\left(x-\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)$~~

$$(x-2)\left(x-\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right)\right)\left(x-\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)\right)$$

то есть корни (1): $x=2$ $x=\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ $x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$. Но $x+2\geq0$ т.к иначе $\sqrt{x^3-x+10}<0$ что невозможно.

~~$x+2$~~ $x+2\geq 0 \iff x\geq -2$. Надо проверить, что корни ≥ -2

Проверка корней $2\geq -2$ — верно

$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\geq -2 \iff -\sqrt{13}\geq -3 \iff \sqrt{13}\leq 3$ — неверно

$\frac{-1+\sqrt{13}}{2} \geq -2$ — верно т.к $\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\geq 0\geq -2$

Итак к * подходят $\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ и 2. Осталось проверить, что если их подставить в * то под корнем будет знак "+". Надо показать что $x^3-x+10\geq 0$ при $x=2$ и $x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$.

Заметим что при $x\geq 1$ $x^3\geq x \Rightarrow x^3-x+10\geq 10\geq 0$. То есть надо показать, что $2\geq 1$ и $\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\geq 1$

очевидно верно т.к $\sqrt{13}\geq 3$.

Итого ответ: $x=2$ $x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ и $x=-3$ (в начале)

Ответ: $x=2$

$x=-3$

$x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

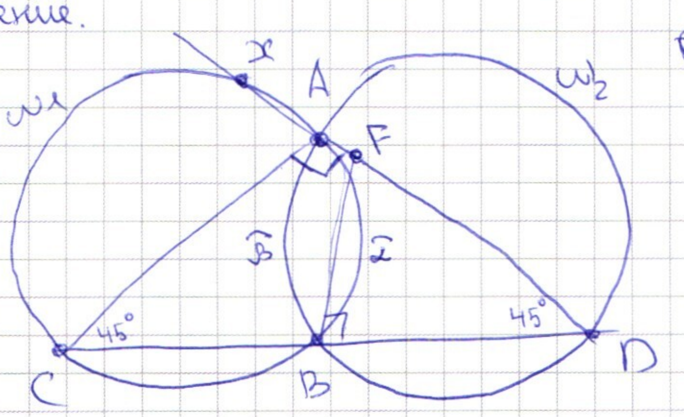
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №6

Решение.



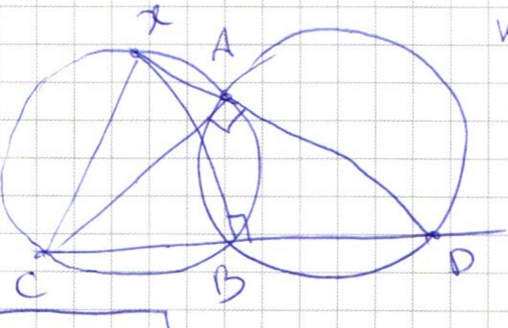
~~Реше~~

ω_1 и ω_2 - окружности

Пусть $X = \omega_1 \cap AD$

(Если касается, то $= A$)

Заметим что если окружности равны, то они симметричны относительно их общей хорды $= AB$. Отсюда следует равенство ~~углов~~ $\overset{\frown}{\alpha}$ и $\overset{\frown}{\beta}$ - дуг. Отсюда $\angle ADB = \frac{\overset{\frown}{\alpha}}{2} = \frac{\overset{\frown}{\beta}}{2} = \angle ACB \Rightarrow \triangle CAD$ - равнобедренный $\angle ACD = \angle ADC = 45°$. Пусть F - точка из условия тогда $\triangle FAD$ - прямоугольный и равнобедренный $\Rightarrow \angle FDB = 45° = \angle ADB \Rightarrow A, F, D$ лежат на одной прямой. ~~Но $\angle BFD = 45°$, $\angle ACD = 45°$ а значит A, CBF лежат на одной окружности ($\angle AFB + \angle C = \pi$) Но тогда $F = \omega_1 \cap AD$ = X (на рисунке)~~. Теперь смотрим на вторую картинку. Но, поскольку $\angle XAC = \pi - \angle CAD = \pi/2 \Rightarrow$ XC - диаметр ω_1, $\angle XBC = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ раз X лежит на перпендикуляре к CD в точке B и F по условию там лежит и, также $F \in AD$ (прямой), то $F =$ перпендикуляр $\cap AD = X$. Тогда $CF = CX = 18$ (т.к $r = 9$, а CX - диаметр $= 2r$)



$\boxed{\text{Ответ}}$: $CX = 18$

№4. Решение

Заметим, что если мы решим нер-во:

$(2x^4+x^2-2x+1)^2 \geq 9x^4(x-1)^2$, то мы решим нер-во:

$|2x^4+x^2-2x+1| \geq 3x^2|x-1|$

Но по нер-ву о средних: $x^2+1 \geq 2x \Rightarrow 2x^4+x^2+1-2x \geq 2x^4 \geq 0$.

А значит мы решим и неравенство:

$(2x^4+x^2-2x+1) \geq 3x^2|x-1|$. Значит надо решить нер-во:

1 $(2x^4+x^2-2x+1)^2 \geq 9x^4(x-1)^2 = (3x^2(x-1))^2$

или $\left((2x^4+x^2-2x+1)-3x^2(x-1)\right)\left((2x^4+x^2-2x+1)+3x^2(x-1)\right) \geq 0$

~~то есть~~ Но тогда надо чтобы знаки обеих скобок были одинаковы:

I $\begin{cases} 2x^4+x^2-2x+1-3x^2(x-1) \geq 0 \\ 2x^4+x^2-2x+1+3x^2(x-1) \geq 0 \end{cases}$ или II $\begin{cases} 2x^4+x^2-2x+1-3x^2(x-1) < 0 \\ 2x^4+x^2-2x+1+3x^2(x-1) < 0 \end{cases}$

III Заметим, что (I) верно т.к.

$2x^4+x^2-2x+1+3x^2(x-1) = (2x^4+3x^3-3x^2)+(x-1)^2$.

И $2x^4+3x^3 \geq 3x^2$ $\forall x$. Это верно т.к. поделив обе части на положительное x^2 (при "0" нер-во верно) получим, что надо показать, что $2x^2+3x-3 \geq 0$.

Это верно т.к. $2>0$ и $D = b^2-4ac = 9-$

Заметим, что если $\exists x$ удовлетворяющее II, то сложим и получим $4x^4+2x^2-4x+2<0 \Rightarrow 2x^4+x^2-2x+1<0$

Но ~~тогда~~ $2x^4+(x-1)^2 \geq 0$ Противоречие. Значит вообще в теории возможно только I. Надо ~~это~~ проверить, при каких x ~~оно~~ верно.

Значит ~~верно~~: $\begin{cases} 2x^4+x^2-2x+1 \geq 3x^2(x-1) \\ 2x^4+x^2-2x+1+3x^2(x-1) \geq 0 \end{cases}$ надо это решить.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 Заметим, что по нер-ву о средних:

$x^4+x^4+x^4+x^4+x^2+1 \geq 6\sqrt[6]{x^4x^4x^4x^4x^2\cdot 1} = 6|x^3| \geq 6x^3$

Также $3x^2+(2x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow 7x^2+1 \geq 4x$.

Но тогда $(x^4+x^4+x^4+x^4+x^2+1)+(7x^2+1) \geq 6x^3+4x$

или $2x^4+4x^2+1 \geq 3x^3+2x$ или $2x^4+x^2-2x-3x^2(x-1)+1 \geq 0$

Но при $x \geq 1$ $|x-1| = (x-1) \Rightarrow$ при $x \geq 1$ нер-во верно.

Если же $x < 1 \Rightarrow |x-1| = (1-x)$

то надо решить нер-во:

$2x^4+x^2-2x-3x^2(1-x)+1 \geq 0$ или $2x^4+3x^3+1 \geq 2x^2+2x$

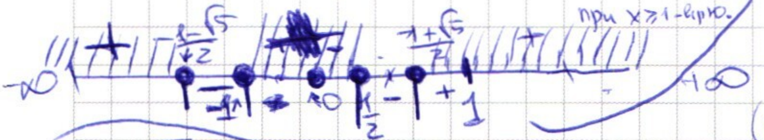
$2x^3(x+1)+(x^3+1) \geq 2x(x+1) \Leftrightarrow (x+1)(2x^3+(x^2-x+1)-2x) \geq 0$

$(x+1)(2x^3+x^2-3x+1) \geq 0$

$(x+1)(x-\frac{1}{2})(2x^2+2x-2) \geq 0$

$2(x+1)(x-\frac{1}{2})(x^2+x-1) \geq 0$

$(x+1)(x-\frac{1}{2})\left(x-\left(\frac{-1+\sqrt5}{2}\right)\right)\left(x-\left(\frac{-1-\sqrt5}{2}\right)\right)$



Ответ: $x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt5}{2}\right] \cup \left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{-1+\sqrt5}{2}; +\infty\right)$

№5

Решение.

Т.к $5^2 > 10$ то нужно поставить в число 2 "5". Это $\frac{7\cdot 8}{2}$ способов. Также нужно поставить цифру 7 - это одно из 6 оставшихся мест. 6 способов. То есть уже 7·4·6 способов. - Итого осталось 5 мест на них надо ~~расставить~~ использовать 3 "2" и единицы. Осталось разобрать все случаи наборов и сложить ответы в этих наборах.

(2,2,2,1,1) (4,2,1,1,1) (8,1,1,1,1)

В первом наборе (неповторяющихся) перестановок $= \frac{5!}{2!\cdot 3!}$. Во 2 наборе $= \frac{5!}{1!1!3!}$

В 3 наборе $- \frac{5!}{4!1!}$. Т.е ответ $= \left(\frac{8\cdot 7}{2}\cdot 6\right)\cdot\left(\frac{5!}{2!\cdot 3!}+\frac{5!}{3!}+\frac{5!}{4!}\right) =$

$\frac{8\cdot 7}{2}\cdot 6\cdot(10+20+5) = 6\cdot 7\cdot 4\cdot 35 =$

$42\cdot 140 = 5880$

~~Ответ: 8·7·3·35 = 42·280 = 11760~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №7
(Нумеровать только чистовики)

~~Ответ:~~

~~Задание №7~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Заметим что ~~рр~~ по нерву о средних верно;

$x^4+x^4+x^4+x^4+x^2+1 \geq 6\sqrt[6]{|x^4x^4x^4x^4x^2\cdot 1|} = 6|x^3| \geq 6x^3$

Также верно $7x^2+1 \geq 4x$ т.к $3x^2+(2x-1)^2 \geq 0$.

Тогда $\forall x$ верно: что $(x^4+x^4+x^4+x^4+x^2+1)+7x^2+1 \geq 4x+6x^3$, а значит (поделим на 2)

верно $2x^4+4x^2+1 \geq 2x+3x^3$

или $2x^4+x^2-2x+1 \geq 3x^2(x-1)$ $\forall x$. ~~или $(2x^4+x^2-2x+1)-3x^2(x-1) \geq 0$~~

~~Значит тогда~~

~~$(2x^4+x^2-2x+1)^2 \geq 9x^4(x-1)^2$~~

$(x-\frac{1}{2})(2x^2 \quad -2)$

~~А поскольку $2x^4+(x^2-2x+1) = 2x^4+(x-1)^2 \geq 0$, то~~

~~$2x^4+x^2-2x+1 = |2x^4+x^2-2x+1| \geq 3x^2|x-1|$~~

~~т.е $2x^4+x^2-2x+1-3x^2|x-1| \geq 0$ $\forall x$.~~

~~или~~

~~Заметим, что $2x^4+(x^2-2x+1) = 2x^4+(x-1)^2 \geq 0$~~

~~Значит $(2x^4+x^2-2x+1)^2$~~

~~Но~~ тогда $2x^4+x^2-2x+1 \geq 3x^2(x-1) \geq 3x^2|x-1|$ при $x \geq 1$

или при $x \geq 1$: $2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1 \geq 0$. То есть числа ≥ 1 подходят.

Заметим, что при $x<1$: $|x-1| = (1-x)$ (очевидно!)

$2x^4+x^2-2x-3x^2(1-x)+1 = 2x^4-2x^2+3x^3+1-2x = (x^4-2x^2+1)+(x^4+3x^3-2x)$.

$2x^4+x^2-2x-3x^2|x-1|+1$ ~~Заметим что~~ $x \leq 1$ ~~$(x^4+x^3)+(2x^3-2x)$~~

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = a_6 a_7 a_8$

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = a_6 a_7 a_8 = 1400$

$1400 = 5^2 \cdot 2^3 \cdot 7$

$\boxed{8 \cdot 7} \cdot 6$

$42 \cdot 280 =$

$280 \cdot 40 =$

$10000 + 1200 + 2 \cdot 280$

$$\begin{array}{r} 280 \\ \times\ 42 \\ \hline 560 \\ +1120 \\ \hline 11760 \end{array}$$

$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(1-x) + 1 \geq 0$

$2x^4 - 2x^2 - 2x + 3x^3 + 1 \geq 0$

$2x^4 + 3x^3 + 1 \geq 2x^2 + 2x$

11200

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1$

$3x^3 + 2x^4 \geq 2x$

$42 \cdot 140 \dots$

$5600 + 280 \dots$

5880

$2x^4 \geq x(2 - 3x^2)$

$2x^3(x+1) + (x^4+1) \geq 2(x+1)$

$(x+1)(2x^3 + x^2 - x - 1) \geq 0$

$(x+1)(2x^3 + x(x^2 - x + 1) - 2) \geq 0$

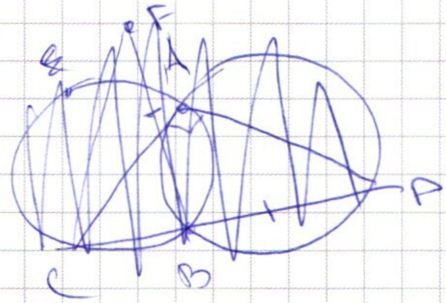
$2x^4 + 2x^3 + x^4 + 1 \geq 2x^2 + 2x$

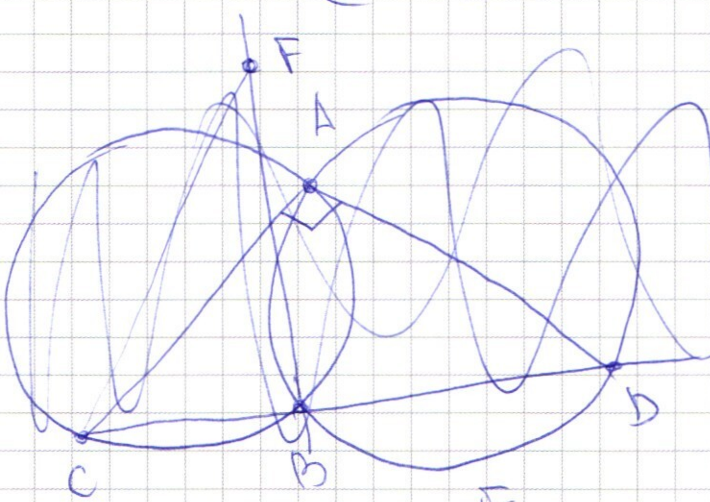
МФТИ

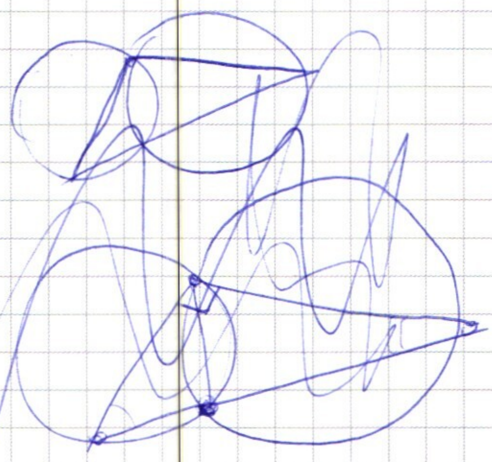
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

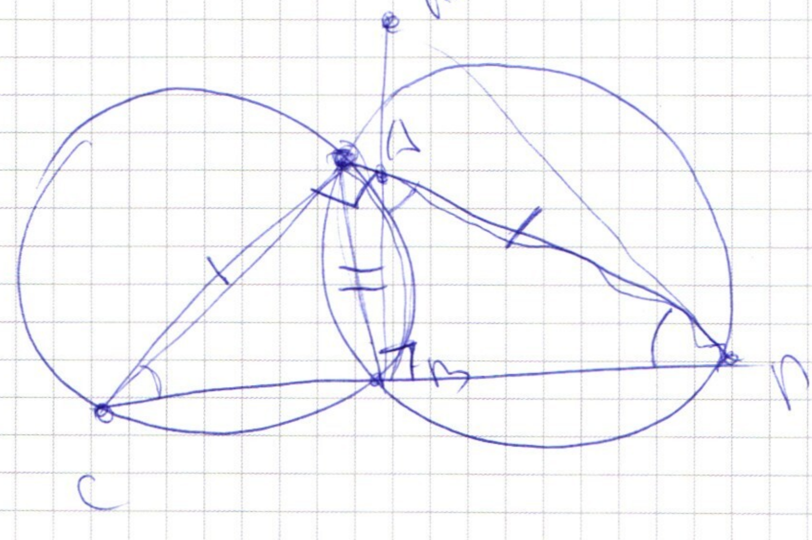
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

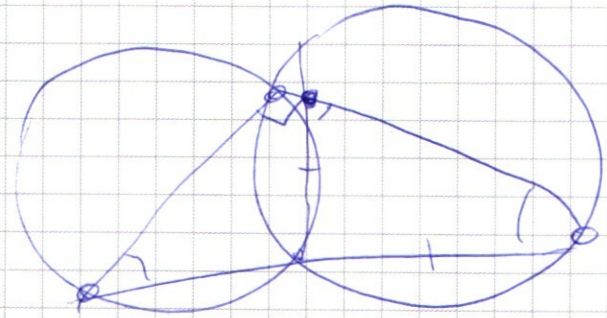
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА











☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2x^4+x^2-2x+1 \geq 3x^2|x-1|$

$(2x^4+x^2-2x+1)^2 \geq 9x^4(x-1)^2$

$(4x^8+x^4+4x^2+1)$

$+(4x^6-8x^5+4x^4-4x^3+2x^2-4x) \geq 9x^6-18x^5+9x^4$

$4x^8+4x^6-8x^5+5x^4-4x^3+6x^2-4x+1 \geq 9x^6-18x^5+9x^4$

$4x^8-5x^6+10x^5-4x^4-4x^3+6x^2-4x+1 \geq 0$

$4x^8+10x^5+6x^2+1 \geq 5x^6+4x^4+4x^3+4x$

$2x^8+B$

$5x+8y+28 \geq 30$

$x^7+x^7+x^8+x^3+x^2$

$2x^5$

$4x^4+2x^2-4x+2 \geq 0$

$2x^4+x^2-2x+1 \geq 0$

$(2x^4+x^2-2x+1)+3x^3-3x^2$

$4x^6 \geq 0$

$2x^4+3x^3 \geq 3x^3$

$2x^2+3x \geq 3$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

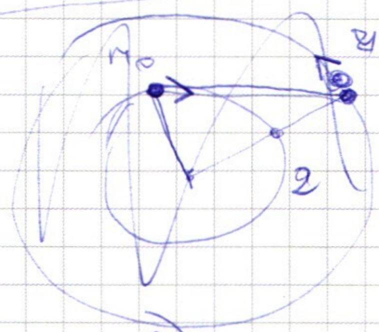
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1400 = 7^1 \cdot 5^2 \cdot 2^3$

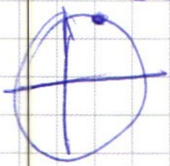
$\overline{a_1 a_2 \ldots a_8}$

$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$

$\sqrt{x^3-x+10} = x+2$



cos x sin x

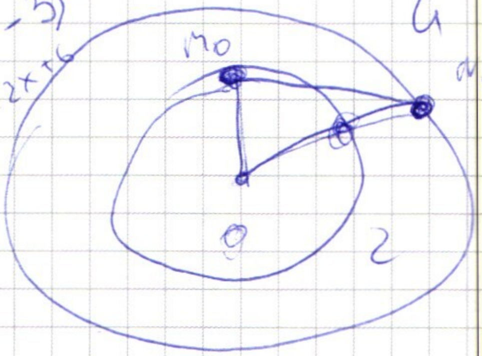


$\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}=2$

$(x-2)(x^2+x-3)$

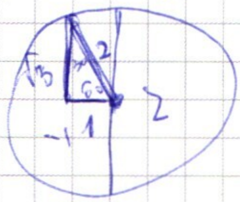
$x^3+x^2-3x-2x^2-2x+6$

x^3-x^2-5x+6

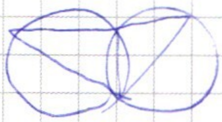


$x^3-x^2-3x-2x^2+2x+6$

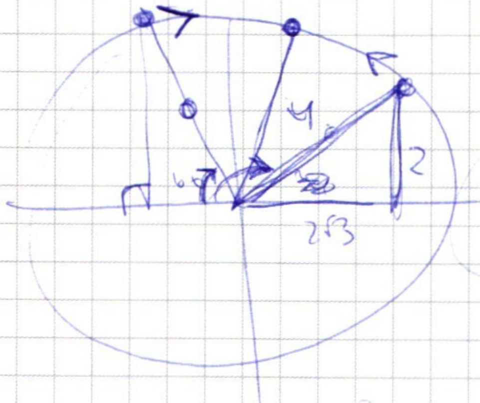
$\sqrt{3}$



$M_0N_0 \geq N_0O - M_0O = 2$



8 − 4 − 10 + 6



$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$

$60^\circ + \alpha = 150^\circ - \alpha$

x^2

$2\alpha = 90^\circ$

$\alpha = 45$

$(x^3 - x + 10) = x^2 + 4x + 4$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases}(3a+3b)x+(12)y=a\\(48)x+(ab+b^2)y=1\end{cases}$$

$12+12y=1$

$$y=\frac{a-(3a+3b)x}{12}$$

$$(48)x+\frac{(b^2+ab)(a-(3a+3b)x)}{12}=1$$

$$x(48b)+(b^2+ab)(a-x(3a+3b))=12$$

$$x(48b-(3a+3b)(b^2+ab))+(b^2+ab)a=12$$

$48b-(3a+3b)(b^2+ab)=0$

$48b=3ab^2+3a^2b+3b^3+3b^2a$

$16b=ab^2+a^2b+b^3+b^2a$

$16=ab+a^2+b^2+ab$

$(a+b)^2=16$

$a+b=\pm4$

$2x^4+x^2+1+3x^3\geq 3x^2+2x$

$4x^4+2+6x^3\geq 4x^2+4x$

$x^2+4x-3=0$

$D=b^2-4ac=4^2+4\cdot3=4\cdot7=28$

$\frac{-4+\sqrt{28}}{2}=-2+\sqrt{7}$

$2x^4+x^2-2x+1+3x^3-3x^2\geq0$

(x^4-2x^2+1)

$x^4+x^4+x^4+x^4\geq 6x^3$

x^4+3x^3-2x

$x^2+1+x^4+x^4+x^4+x^4\geq6x^3$

$7x^2+1\geq4x$

$2\sqrt7$

$2x^4+3x^3+1\geq2x^2+2x$

$2x^4+4x^2+1\geq3x^3+2x$

$x^2+1+1\geq3x$

$x^3+2\geq2x$

$(x^3+1-x)\geq2x$

$2x^4+x^2-2x+1-3x^3+3x^2\geq0$

$x(x^3+3x^2-2)\geq0$

$2x^4+3x^3+1\geq2x^2+2x$

$6x^4+9x^3+3\geq6x^2+6x$

$x^3+1+1\geq3x$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)