# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 9 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Синица двигается по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0\left(\sqrt{3};3\right)$ и $N_0\left(6;-2\sqrt{3}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров $a$ и $b$, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases} 2(a-b)x+6y=a, \\ 3bx+(a-b)by=1 \end{cases}$$
имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}=x^2+3x-10$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4+x^2+2x-5x^2|x+1|+1\geqslant 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF=BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по разные стороны от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

7. [6 баллов] Решите систему
$$\begin{cases} |x+y+5|+|x-y+5|\leqslant 10, \\ (|x|-5)^2+(|y|-12)^2=169. \end{cases}$$

© МФТИ, 2020

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2.

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

Т.к. эти 2 уравнения можно представить в виде уравнений прямых, т.е.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$\Downarrow$

эти уравнения будут иметь бесконечно много решений, если:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

или

$$\frac{2(a-b)}{3b} = \frac{6}{(a-b)b} = \frac{a}{1}$$

$$\begin{cases} 2(a-b) = 3ab \\ 6 = ab(a-b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = \frac{3ab}{2} \\ a-b = \frac{6}{ab}, \text{ где } a \neq 0 \text{ и } b \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{3ab}{2} = \frac{6}{ab}$$

$$3(ab)^2 = 12$$

$$(ab)^2 = 4$$

$$ab = \pm 2$$

1°. $ab = 2$

$2(a-b) = 3ab$

$2(a-b) = 3 \cdot 2$

$2(a-b) = 6$

$a - b = 3$

$a = b + 3$

$ab = 2$

$(b+3)b = 2$

$b^2 + 3b - 2 = 0$

$D = 9 - 4(-2) = 9 + 8 = 17$

$b_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

$\Downarrow$

$a_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} + 3$

2°. $ab = -2$

$2(a-b) = 3ab$

$2(a-b) = 3(-2)$

$2(a-b) = -6$

$a - b = -3$

$a = b - 3$

$ab = -2$

$(b-3)b = -2$

$b^2 - 3b + 2 = 0$

$D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$

$b_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} = 2; 1$

$\Downarrow$

$a_{1,2} = \frac{-2}{2} = -1; \frac{-2}{1} = -2$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} + 3 \\ b = -\frac{3+\sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a = \frac{-3-\sqrt{17}}{2} + 3 \\ b = -\frac{3-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \end{array}\right.$

№3.

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 \quad \Big| \cdot 2$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x^2+3x-10)$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x^2+5x-2x-10)$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x(x+5)-2(x+5))$$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x+5)(x-2) \quad \Big| : (x+5) \text{ при } x \neq -5$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)$$

$$x^3-16x+25 = 4(x-2)^2$$

$$x^3-16x+25 = 4(x^2-4x+4)$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$x^3-3x^2-x^2+9=0$$

$$x^2(x-3)-(x-3)(x+3)=0$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x^2-x-3=0 \end{array}\right.$$

$$x^2-x-3=0$$

$$D=1-4(-3)=1+12=13$$

$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

ОДЗ:

$$x^3-16x+25\geq 0$$

1°. $3^3-16\cdot 3+25\geq 0$

$$27-48+25\geq 0$$

$$52-48\geq 0$$

$4\geq 0$ – подходит

2° $x^3-16x+25\geq 0$

$$x(x^2-16)+25\geq 0$$

$$x(x-4)(x+4)+25\geq 0$$

2°. $\frac{1+\sqrt{13}}{2}\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}-4\right)\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}+4\right)+25\geq 0$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2}\left(\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2-16\right)+25\geq 0 \quad \Big|\cdot 2$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2}(1+\sqrt{13})\left(\frac{1+2\sqrt{13}+13}{4}-16\right)+50\geq 0$$

$$(1+\sqrt{13})\left(\frac{14+2\sqrt{13}-64}{4}\right)+50\geq 0$$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(1+\sqrt{13})\left(\frac{2\sqrt{13}-50}{4}\right)+50\geq 0$$

$$\frac{(1+\sqrt{13})(\sqrt{13}-25)}{2}+50\geq 0 \quad \Big|\cdot 2$$

$$(1+\sqrt{13})(\sqrt{13}-25)+100\geq 0$$

$$\sqrt{13}-25+13-25\sqrt{13}+100\geq 0$$

$$-24\sqrt{13}+88\geq 0 \quad \Big|:8$$

$$-3\sqrt{13}+11\geq 0$$

$$11\geq 3\sqrt{13}$$

$$121\geq 9\cdot 13=117 \text{ — подходит}$$

3°. $\frac{1-\sqrt{13}}{2}\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}-4\right)\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}+4\right)+25\geq 0$

Т.к. $\frac{1-\sqrt{13}}{2}<0$

$$1-\sqrt{13}<0$$

$$1<\sqrt{13}$$

$$1<13 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{2}<0,\ \frac{1-\sqrt{13}}{2}-4<0,$$

$$\frac{1-\sqrt{13}}{2}+4=\frac{8+1-\sqrt{13}}{2}=$$

$$=\frac{9-\sqrt{13}}{2}>0$$

$$9-\sqrt{13}>0$$

$$9>\sqrt{13}$$

$$81>13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{2}\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}-4\right)\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}+4\right)\geq 0 \Rightarrow \text{подходит}$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{1+\sqrt{73}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{73}}{2} \end{array}\right.$

№4.

$6x^4+x^2+2x-5x^2|x+1|+1\geq 0$

$6x^4-5x^2|x+1|+(x+1)^2\geq 0$

$\exists\ |x+1|=y$, где $y\geq 0$ и $x^2=z$, где $z\geq 0$

$6z^2-5zy+y^2\geq 0$

$6z^2-3zy-2zy+y^2\geq 0$

$3z(2z-y)-y(2z-y)\geq 0$

$(2z-y)(3z-y)\geq 0$

1°. $\begin{cases} 2z-y\geq 0 \\ 3z-y\geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x^2-|x+1|\geq 0 \\ 3x^2-|x+1|\geq 0 \end{cases}$

$x+1\geq 0,\ x\geq -1 \Rightarrow |x+1|=x+1$

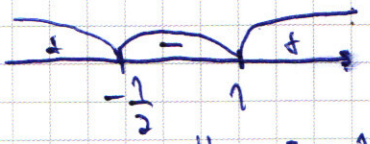
1.1°. $\cancel{|x+1|\geq 0 \Rightarrow x+1\geq 0}$, $\cancel{x<-1}$ $x\geq -1$

$\begin{cases} 2x^2-x-1\geq 0 \\ 3x^2-x-1\geq 0 \end{cases}$

$2x^2-x-1=0$

$D=1-4(-2)=1+8=9=3^2$

$x=\frac{1\pm 3}{4}=1;\ -\frac{1}{2}$



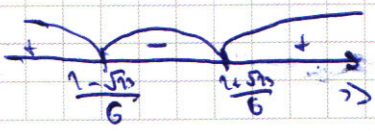

$\Downarrow$ $\cancel{x\in[-1;\frac{1}{2}]}$

$x\in[-1;-\frac{1}{2}]\cup[1;+\infty)$

$3x^2-x-1\geq 0$

$D=1-4(-1)\cdot 3=1+12=13$

$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$



# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow \cancel{x \in [\frac{1-\sqrt{73}}{6}}\ x \in (-\infty; \frac{1-\sqrt{73}}{6}] \cup [\frac{1+\sqrt{73}}{6}; +\infty)$

Т.к. $16 > 13$

$4 > \sqrt{73}$

$-4 < -\sqrt{73}$

$1-4 < 1-\sqrt{73}$

$-3 < 1-\sqrt{73}$

$-\frac{3}{6} < \frac{1-\sqrt{73}}{6}$

$-\frac{1}{2} < \frac{1-\sqrt{73}}{6} \Rightarrow x \in [-1; \frac{1-\sqrt{73}}{6}] \cup [\frac{1+\sqrt{73}}{6}; +\infty)$

$$\begin{cases} x \in [-1; -\frac{1}{2}] \cup [1; +\infty) \\ x \in [-1; \frac{1-\sqrt{73}}{6}] \cup [\frac{1+\sqrt{73}}{6}; +\infty) \end{cases}$$

$x \in [-1; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1+\sqrt{73}}{6}; +\infty)$

1.2° $\cancel{|x+1|}$ $x+1 \le 0,\ x \le -1 \Rightarrow |x+1| = -x-1$

$$\begin{cases} 2x^2+x+1 \ge 0 \\ 3x^2+x+1 \ge 0 \end{cases}$$

$2x^2+x+1 \ge 0$

$D = 1-4\cdot 2 = -7 < 0$ (на $a>0$) $\Rightarrow x \in R \Rightarrow x \in (-\infty; -1]$

$3x^2+x+1 \ge 0$

$D = 1-4\cdot 3 = 1-12 = -11 < 0$ (на $a>0$) $\Rightarrow x \in R \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1+\sqrt{73}}{6}; +\infty)$

2°. $\begin{cases} 2z-y \le 0 \\ 3z-y \le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x^2-|x+1| \le 0 \\ 3x^2-|x+1| \le 0 \end{cases}$

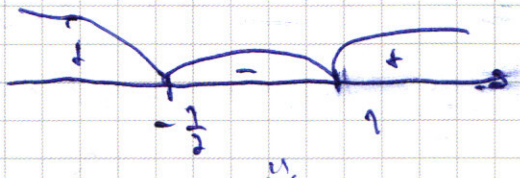
2.1°. $x+1 \ge 0,\ x \ge -1 \Rightarrow |x+1| = x+1$

$\begin{cases} 2x^2-x-1 \le 0 \\ 3x^2-x-1 \le 0 \end{cases}$

$2x^2-x-1 \ge 0$

$D = 1-4\cdot 2(-1) = 1+8 = 9 = 3^2$

$x = \frac{1\pm 3}{4} = 1;\ -\frac{1}{2} \Rightarrow$



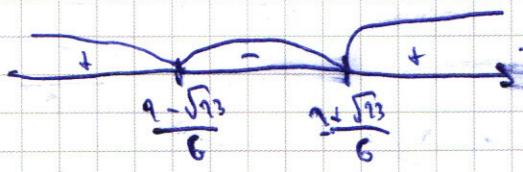

$\Downarrow$

$x \in [-\frac{1}{2}; 1]$

$3x^2-x-1 \le 0$

$D = 1-4\cdot 3(-1) = 1+12 = 13$

$x = \frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$




$x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right]$

$\begin{cases} x \in [-\frac{1}{2}; 1] \\ x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right] \end{cases}$

$\cancel{x \in [-\frac{1}{2};}\ x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; 1\right]$

2.2° $x+1 \le 0 \Rightarrow |x+1| = -x-1$

$x \le -1$

$\begin{cases} 2x^2+x+1 \le 0 \\ 3x^2+x+1 \le 0 \end{cases} \Rightarrow \varnothing$, т.к. $\cancel{2x^2}\ D = 1-4\cdot 1 = -3 < 0$

$D = 1-4\cdot 3 = 1-12 = -11 \le 0 \Rightarrow$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; \cancel{\frac{4+\sqrt{\ }}{1}}\right]$

$\Downarrow$

$$\left[\begin{array}{l} x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{13}}{6}; +\infty\right) \\ x \in \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; 1\right] \end{array}\right. \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Ответ: $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{6}; 1\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{13}}{6}; +\infty\right)$

№5.

Т.к. $7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 1^n \Rightarrow$ из них составляем восьмизначные числа, т.е. это 1, 2, 4, 5, 8, 7

1°. 3 двойки — составляем из

2, 2, 2, 5, 5, 5, 7, 1

~~1 — где мест~~

~~место~~ Всего мест, куда можно поставить 1 — 8 мест, затем 7 — 7 мест, затем 3 двойки не подряд — $C_6^3 =$

$= \frac{6!}{3! \cdot 1!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 3!} =$

$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 1} = 20$ ч

Всего способов 3 пятёрки — 1 $\Rightarrow$

$\Rightarrow 8 \cdot 7 \cdot 20 \cdot 1 = 56 \cdot 20 = 1120$

2°. 1 двойка и 1 четверка — составляем из

2, 4, 5, 5, 5, 7, 1, 1

всего мест, куда можно поставить 2-8,

затем 4-7, затем 7-6,

затем 2 единицы -

$-C_5^2 = \frac{5!}{3!\cdot 2!} =$

$= \frac{5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 2!} =$

$= \frac{5\cdot 4}{2} =$

$= 5\cdot 2 =$

$= 10$

и затем пятёрки =>

=> всего способов - $8\cdot 7\cdot 6\cdot 1\cdot 10 = 56\cdot 60 =$

$= 3360$

3°. 1 восьмёрка - составляем из

8, 5, 5, 5, 7, 1, 1, 1

всего мест, куда можно поставить 8-8,

затем 7-7, затем

3 пятёрки - $C_6^3 = \frac{6!}{3!\cdot 3!} =$

$= \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 3!} =$

$= \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} =$

$= 5\cdot 4 = 20,$

и 3 единицы - 1 =>

=> всего способов - $8\cdot 7\cdot 20\cdot 1 = 56\cdot 20 = 1120$ =>

=> кол-во восьмизначных чисел, произведение которых равно 7000, равно $1120 + 3360 + 1120 = 5600$

Ответ: 5600.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 10

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 7.

$$\begin{cases} |x+y+5|+|x-y+5| \le 10 \\ (|x|-5)^2+(|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$ - решим графически ~~ур~~ систему

$(|x|-5)^2+(|y|-12)^2 = 13^2$ - ур-е окружности

1°. $x \ge 0$, $y \ge 0$

$(x-5)^2+(y-12)^2 = 13^2$ - окр. с ц. $(5;12)$ и рад. 13

2°. $x \ge 0$ и $y \le 0$

$(x-5)^2+(y+12)^2 = 13^2$ - окр. с ц. $(5;-12)$ и рад. 13

3°. $x < 0$ и $y \ge 0$

$(x+5)^2+(y-12)^2 = 13^2$ - окр. с ц. $(-5;12)$ и рад. 13

4°. $x < 0$ и $y < 0$

$(x+5)^2+(y+12)^2 = 13^2$ - окр. с ц. $(-5;-12)$ и рад. 13

$|x+y+5|+|x-y+5| \le 10$

1°. $x+y+5 \ge 0$ $\quad$ $x-y+5 \ge 0$

$y \ge -x-5$ $\quad$ $y \le x+5$

$x+y+5+x-y+5 \le 10$

$2x+10 \le 10$

$2x \le 0$

$x \le 0$

2°. $x+y+5 \ge 0$ $\quad$ $x-y+5 \le 0$

$y \ge -x-5$ $\quad$ $y \ge x+5$

$x+y+5-x+y-5 \le 10$

$2y \le 10$

$y \le 5$

3°. $x+y+5 \le 0$ $\quad$ $x-y+5 \ge 0$

$y < -x-5$ $\quad$ $y \le x+5$

$-x-y-5+x-y+5 \le 10$

$-2y \le 10 \ (:(-2))$

$y \ge -5$

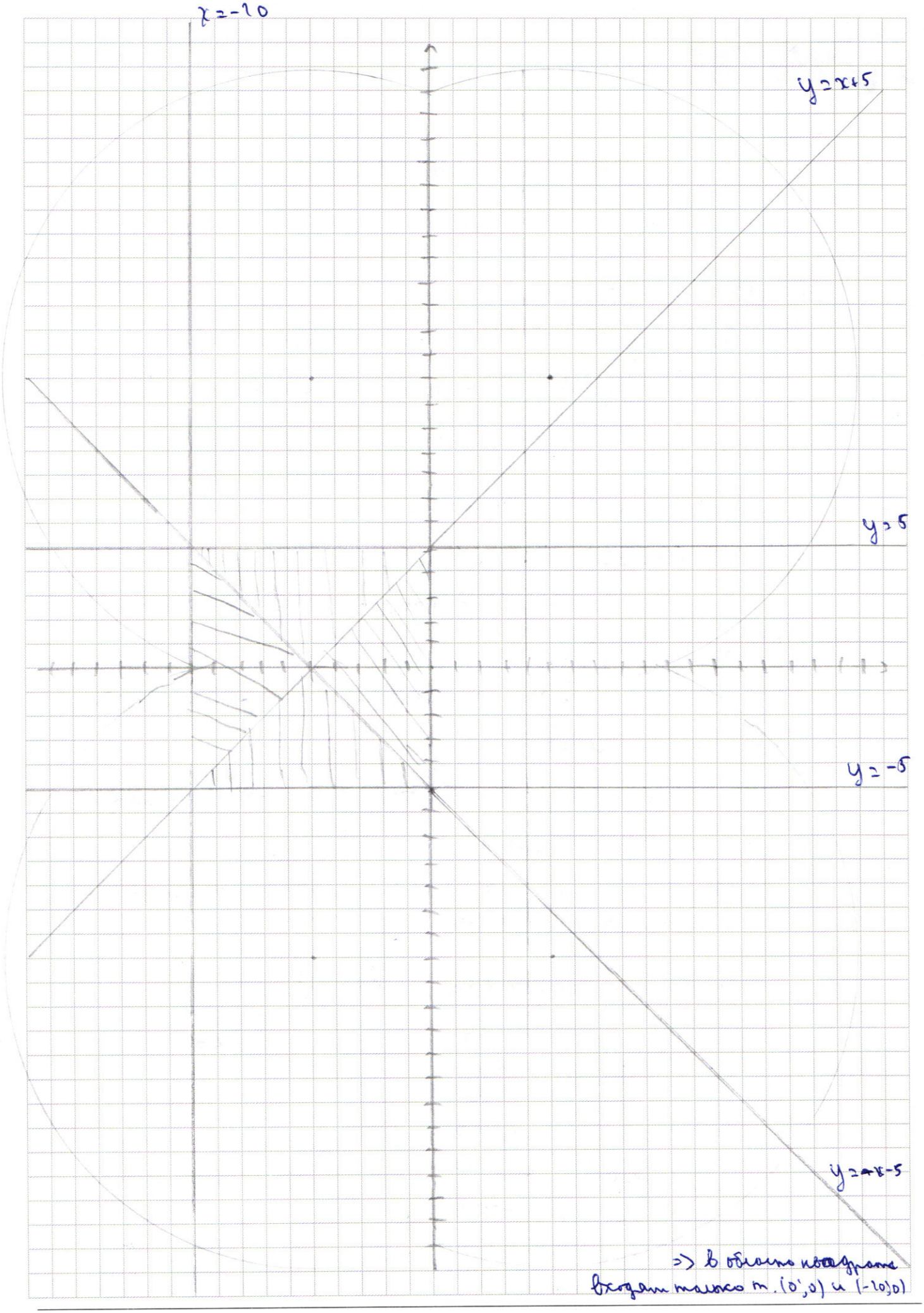
4°. $x+y+5 < 0$ $\quad$ $x-y+5 < 0$

$y < -x-5$ $\quad$ $y > x+5$

$-x-y-5-x+y-5 \le 10$

$-2x \le 20 \ (:(-2))$

$x \ge -10$



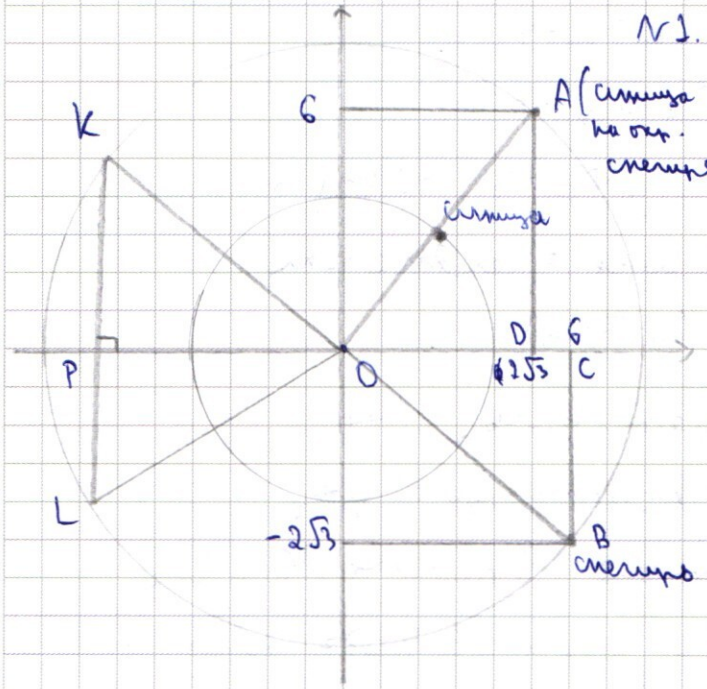

=> в область квадрата входят также т. (0;0) и (-10;0)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ Ответ: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=-10\\y=0\end{cases}\end{array}\right.$

№1.




Т.к. $M_0(\sqrt{3};3)$ и $N_0(0;-2\sqrt{3})$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ радиус окр. синицы

$R_{син}=\sqrt{3+9}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

и радиус окр. снегиря

$R_{сн}=\sqrt{36+12}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{R_{сн}}{R_{син}}=2$

Т.к. у них скорости $v$ одинаковые, то их угловые скорости $W_{син}=\frac{v}{R_{син}}$ и $W_{сн}=\frac{v}{R_{сн}}\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{W_{син}}{W_{сн}}=\frac{v}{R_{син}}:\frac{v}{R_{сн}}=\frac{vR_{сн}}{vR_{син}}=2\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~синица~~ У синицы угловая скорость вдвое быстрее.

Перенесём мысленно синицу на окр. снегиря:

Тогда её координаты будут вдвое больше, т.е.

$(2\sqrt{3};6)$, т.к. радиусы различаются вдвое.

~~Сравним $\triangle OAD$ и~~ Значит $\triangle OAD=\triangle OCB$ (~~OB~~ по III признаку

$\left( OA = OB$, как радиусы, $OD = BC$ $(2\sqrt{3} = 2\sqrt{3})$ и $AD = OC$ $(6 = 6) \right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OAD = \angle BOC$

Также $tg\angle OAD = tg\angle BOC = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle BOC = 60^\circ = \angle \cancel{AOD}\ OAD \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

Т.к. $\omega_{сим} = 2\omega_{сн} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\Delta\varphi_{сим}}{\Delta t} = \frac{2\Delta\varphi_{сн}}{\Delta t}$, где $\Delta\varphi_{сим}$ – угол поворота симиры

$\Delta\varphi_{сн}$ – угол поворота снегиря, $\Delta t$ – промежуток времени

$\Delta\varphi_{сим} = 2\Delta\varphi_{сн}$

И т.к. $\Delta\varphi_{сим} + \Delta\varphi_{сн} = 90^\circ$ во время встречи $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2\Delta\varphi_{сн} + \Delta\varphi_{сн} = 90^\circ$

$3\Delta\varphi_{сн} = 90^\circ$

$\Delta\varphi_{сн} = 30^\circ = \angle BOC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ они встретились в первый раз на координате $(R_{сн}; 0) = (4\sqrt{3}; 0)$.

Также, т.к. они встретились, и $\omega_{сим} = 2\omega_{сн}$, то в следующий раз они могут встретиться в точках K и L, где $\angle KOC = \angle LOC = 120^\circ$ и т.к. $\angle KOP = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow KP = KO\sin 30^\circ = 4\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$ и $OP = KO\cos 30^\circ = 4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \Rightarrow$ K имеет координаты $\cancel{(-2\sqrt{3}; 6)}$ $(-6; 2\sqrt{3})$ и т.к. $\cancel{LP =}\ \angle LOP = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow LP = LO\sin 30^\circ = 4\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$ и $OP = 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ L имеет координаты $(-6; -2\sqrt{3})$

Ответ: 1) $(0; 0)$

2) $(-6; 2\sqrt{3})$

3) $(-6; -2\sqrt{3})$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{1}{3}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-20$

$x^2+3x-20 \mid x+5$
$-x^2+5x \quad x-2$
$-2x-10$
$-2x-10$

$\sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4, \ x \neq -5$

$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$

$x^3-4x^2+9=0$

$x=3$

$27-4\cdot 3^2+9$

$36-36=0$

$3^3-4\cdot 3^2+9=0$

$27-4\cdot 9+9=0$

$36-36=0$

$x=3$

$x^3-4x^2+9 \mid x-3$
$-x^3-3x^2 \quad x^2-x-3$
$-x^2+9$
$-x^2+3x$
$3x+9$
$-3x-9$
$0$

$(x^2-x-3)(x-3)$

$=x^3-3x^2-x^2+3x-3x+9$

$=x^3-4x^2+9$

$x^2-x-3$

$D=1-4\cdot(-3)=1+12=13$

$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

$6x^4+(x+1)^3-5x^2|x+1|\geq 0$

$(x+1)^3-5x^2|x+1|+6x^4\geq 0$

$x+1\geq 0$

$x\geq -1$

$(x+1)^3+x^2(x+1)-6x^2|x+1|+6x^4\geq 0$

$x^2-10|x|+y^2-14|y|\geq 0$

$k^3-5x^2k+6x^4$

$k^3+x^2k-6x^2k+6x^4$

$k(k+x^2)-6x^2(k$

$\frac{5\pm 1}{2}=3;2$

$(k^2-3x^2)(k^2-2x^2)\geq 0$

$16$

$4>\sqrt{13}$

$-4>-\sqrt{13}$

$-4<-\sqrt{13}$

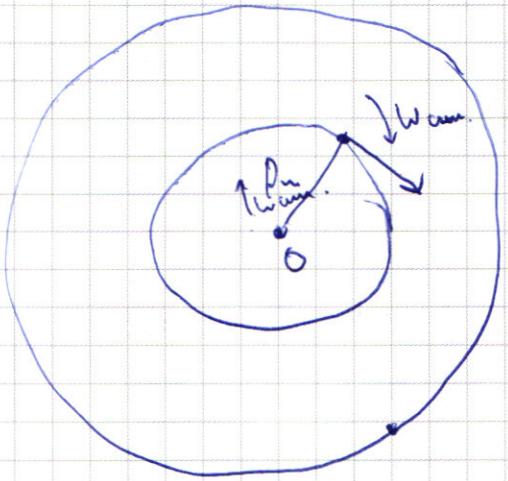
$1-4<1-\sqrt{13}$

$-3<1-\sqrt{13}$

$-\frac{3}{6}<\frac{1-\sqrt{13}}{6}$

$-\frac{1}{2}<\frac{1-\sqrt{13}}{6}$

$2000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$




$W_{сим} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$W_{сим} = \frac{6}{4\sqrt{3}}$

$\frac{W_{сим}}{W_{сим}} = 2$

$W_{сим} = 2W_{сим}$

$R_{сим} = \sqrt{3 \cdot 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$R_{сим} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$

$2a - 2b = 3b$

$2a = 5b$

$b = 0{,}4a$

$\frac{2(a-b)}{3b} = \frac{6}{ab - b^2} = a$

$ab - b^2 = 6$

$a = 1$

$b = 0{,}4$

$0{,}4 -$

$b(1-b) = 6$

$0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}24$

$6 = a^2b - ab^2$

$6 = ab(a-b)$

$2a \cdot (a-b) = 3ab$

$a - b = \frac{3ab}{2}$

$a - b = \frac{6}{ab}$

$\frac{3ab}{2} = \frac{6}{ab}$

$3a^2b^2 = 12$

$a^2b^2 = 4$

$ab = \pm 2$

1°. $ab = -2$

$a - b = -3$

$a = b - 3$

$(b-3)b = -2$

$b^2 - 3b + 2 = 0$

$D = 9 - 4(-2) = 9 + 8 = 17$

$b(b-1) - 2(b-1) = 0$

$b = 1 \vee b = 2$

$(3+b)b = 1$

$\cancel{b^2 + 3b - 2 = 0}$

$\cancel{D = 9 - 4(-2) = 9}$

$b^2 + 3b - 1 = 0$

$D = 9 - 4(-1) = 9 + 8 = 17$

$b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

2°. $ab = 2$

$a - b = 3$

$a = b + 3$

$b^2 + 3b - 2 = 0$

$D = 9 - 4(-2) = 9 + 8 = 17$

$b(b+1) - 2(b+1) = 0$

$b = 1 \vee b = 2$

$(3+b)b = 1$

$\cancel{b^2 + 3b - 2 = 0}$

$\cancel{D = 9 - 4(-2) = 9}$

$b^2 + 3b - 1 = 0$

$D = 9 - 4(-1) = 9 + 8 = 17$

$b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

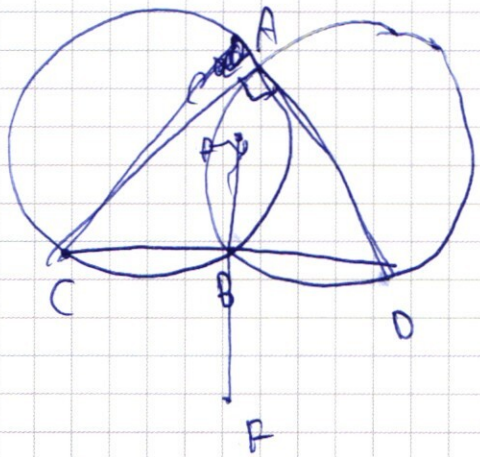
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




$x^2 - 20|x| = y^2 - 24|y|$

$|x| - 5$

$y \le y^2 - 6$

$y \le x + 6$

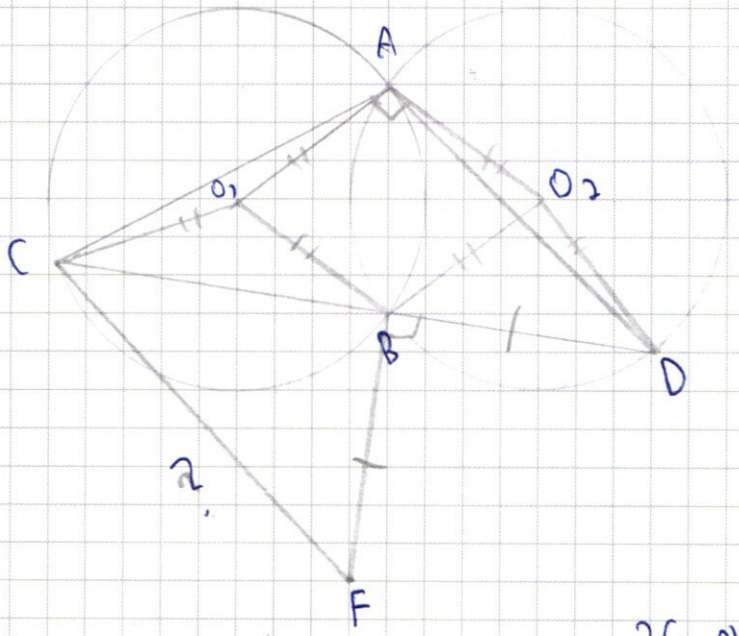
$20.\ x + y + 6 \ge 0$

$x - y + 6 \ge 0$

$x + y + 6 + x - y + 6 \le 20$

$2x \le 0$

$x \le 0$



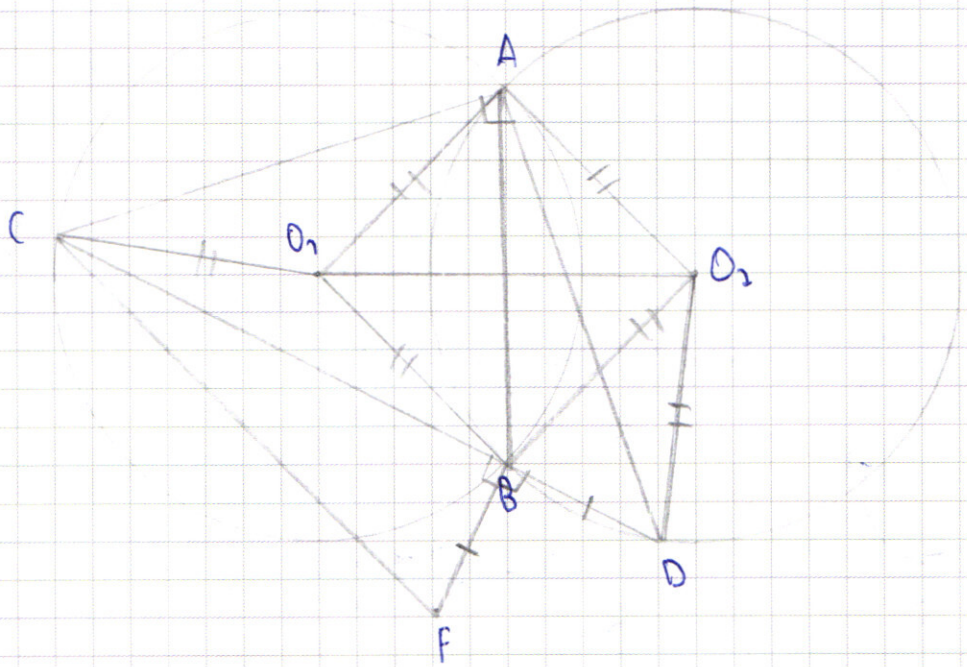

$x^2 + y^2 = \cancel{3\sqrt{3}}\ 2\sqrt{3}$

$x^2 + y^2 = 4\sqrt{3}$

$\frac{2(a-b)}{3} = \frac{6}{\text{сасо}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)




☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)