

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в ;
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегирия, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

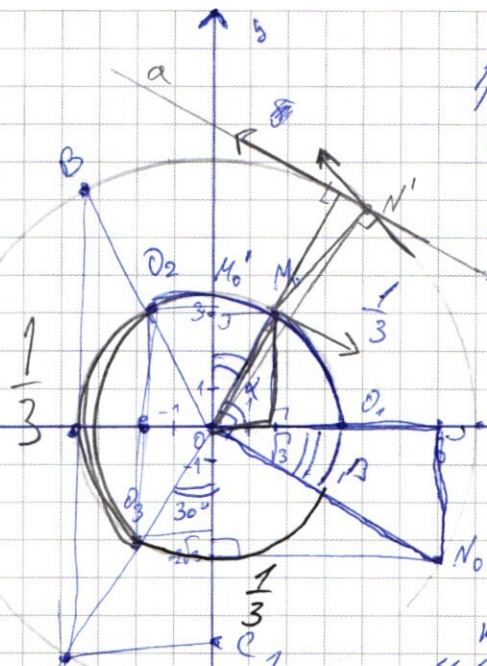
3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

ОМО - первая
ОМО - окр. сим.
ОМО - окр. сим.



выразим
гомограф. С

3) По мере нахождения
и востановления координат.

$$b_{MO} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$$

$$r_{\text{OND}} = \sqrt{25^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 4\sqrt{3} \Rightarrow$$

11

4) $\delta_{CH} = \frac{1}{2} \delta_{CH} (ortho)$

5) $l_1: y = k_1 x$

$$3 = K \cdot \sqrt{3}$$

$$K = \sqrt{3}$$

ℓ_2 $y = K_2 x \Rightarrow K_1 K_2 = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

$$-2\sqrt{3} = K_2 \cdot 6$$

$$K_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} = -1 \Rightarrow \angle M O N_0 = 90^\circ$$

1) Расстояние между птицами
 будет кратчайшим в те
 моменты, когда их радиусы
 будут лежать ^{на} в одной прямой.
 Вот почему: М.к. векторы

 скорости с кото-
 рыми движутся по окруж-
 ностям ^{зем} лежат на одной
 прямой, то ^{этих окружностей} для векторов по
 этому

свойству окружности: касательная
перпендикулярна радиусам. Но эти
функции $\cos$ и $\sin$ — крайние значения
от точки до точки — от хорды
до хорды, то, как уже сказано выше,
радиусы должны совпадать.

2) Для того, чтобы ~~уменьшить~~ ^{было легче} звуковую нагрузку, я решил разматывать функции по относительно одной окруж-
ности (окружности сингулярности) $\Rightarrow$
скорость сходимости на этой окруж-
ности: Большая и это

$$\frac{\sum_{\text{см}}(\rho_{\text{м}})}{\sum_{\text{см}}(\rho_{\text{н}})} = \frac{\rho_{\text{ом}}}{\rho_{\text{он}}}$$

В) ~~52~~ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$ в Δ : $\triangle \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \rho = 30^\circ$
 ~~$\cos \rho = \frac{6}{4\sqrt{3}}$~~

из 2); 3); 4); 5); 6) $\Rightarrow$ что ~~смысла~~ ^{лучше} за ~~одно~~
и тоже ~~время~~ ^{проходит} угол в два раза
~~большее~~, чем ~~смысл~~ $\Rightarrow$ Тогда ~~смысл~~ ^{проходит}
 $\frac{1}{3}$ окружности, ~~смысла~~ ^{проходит} $\frac{2}{3}$ окружности.

из этого вывода я обозначил ~~нужные~~ ^{нужные} ~~нужные~~
точки, координаты которых ~~нужны~~
 $A(0_1); B(0_2); C(0_3)$

A: $x^2 + y^2 = r^2$
 $x^2 + 0 = r^2$
 $x^2 = r^2$
 $x = 4\sqrt{3}$

$A(4\sqrt{3}; 0)$

$B(-2\sqrt{3}; 6)$

$C(-2\sqrt{3}; -6)$

через координаты
точек M_0 ~~смысла~~
перпендикулярны

$x_B = 2x_{0_2}$

$x_{0_2} = -x_{M_0}$

$y_B = 2y_{0_2}$

$y_{0_2} = M_0$

$x_C = x_B$

$y_C = -y_B$

(это не очевидно, потому
что ~~$y_B = 6$~~)

$|y_B| = \cos 30^\circ \cdot r_{OM_0}$

$|y_B| = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4\sqrt{3} =$
 $= 2 \cdot 3 = 6$

$\cos 30^\circ$, т.к. $\angle CO_1C_1 = \angle M_0'O'M_0 =$
 $= 90^\circ - \alpha = 30^\circ$

~~как~~ как вертикальные
углы

Ответ: $A(4\sqrt{3}; 0); B(-2\sqrt{3}; 6); C(-2\sqrt{3}; -6)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

умножим на: $x^3-16x+25 \geq 0$

$$\frac{1}{2}(x+5)(x^2+3x-10) \geq 0, \text{ т.е.}$$

$\frac{1}{2}(x+5)$ и $x^2+3x-10$ - одно
знаки

решение:

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2)$$

$$(x+5)\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} - (x-2)\right) = 0$$

$$\begin{cases} x = -5 \\ \frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2 \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) \sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)$$

умножим на: $x \geq 2$

$$x^3-16x+25 = 4(x^2-4x+4)$$

$$x^3-4x^2-8x+25-16=0$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$9: \pm 1; \pm 3; \pm 9$$

$$27-36+9=0 \Rightarrow x=3$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0 \quad \text{②} = 1-4/-3 = 13 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} x^2+3x-10 &= \\ &= x^2+5x-2x-10 = \\ &= x(x+5)-2(x+5) = \\ &= (x+5)(x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3-4x^2+9 & x-3 \\ -x^3+3x^2 & \\ \hline -x^2+9 & \\ -x^2+3x & \\ \hline -3x+9 & \\ -3x+9 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} - x < 2 \Rightarrow x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} - \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \\ x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 = \frac{1+2\sqrt{13}+13}{4} = \frac{14}{4} + \frac{\sqrt{13}}{2} = 3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 4 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{2} > 2$$

Проверка:

$$-5: -125 + 80 + 25 = 0 \text{ верно}$$

$$-125 + 105 = 0$$

$$-20 = 0 - \text{ложь}$$

$$\Rightarrow x \neq -5$$

$$x = 3: 24 - 48 + 25 = 0$$

$$-24 + 25 = 0$$

$$4 > 0 - \text{верно}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (9 + 9 - 10) = 0$$

$$4 \cdot 8 = 0 - \text{верно}$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} > 2, \text{ проверим 2:}$$

$$8 - 32 + 25 = 0$$

$$32 - 32 = 0$$

$$0 = 0 - \text{верно}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (4 + 6 - 10) = 0$$

$$0 = 0 - \text{верно} \Rightarrow$$

~~но для $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ тоже верно~~

но для 3х тоже верно $\Rightarrow$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} \text{ подходит} \Rightarrow$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} \approx 2,5 \text{ очень странно}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \left\{ 3; \frac{1+\sqrt{13}}{2} \right\}$$

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ + 2,5 \\ \hline 5,0 \\ + 0,25 \\ \hline 5,25 \\ + 12,5 \\ \hline 17,75 \end{array} \quad \begin{array}{l} 15,625 - 40 + 25 = 0 \\ 0,625 = 0 - \text{верно} \\ 0,25 + 2,5 - 10 = 0 \\ \text{верно} \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

$4000 \mid 2 \mid$
 $3500 \mid 2 \mid$ 1 вариант
 $1450 \mid 2 \mid$
 $845 \mid 5 \mid$
 $145 \mid 5 \mid$ 2 вариант
 $35 \mid 5 \mid$
 $4 \mid 2 \mid 4$ 3 вариант
 $1 \mid 1 \mid 4$ 4 вариант
 1

$\Rightarrow$ 4 цифры, которые мы
можем использовать

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 16 \cdot 7 + 9 \cdot 3 \cdot 2 = 64 \cdot 24 \cdot 2 = 3456$$

Ответ: 3456 или значащих чисел

N6.

Дано:

$$r(O_1) \quad r_1 = r_2 = r = 4$$

$$r(O_2) \quad r(O_1) \cap r(O_2) =$$

$$C \in r(O_1) = A$$

$$D \in r(O_2) \quad r(O_1) \cap r(O_2) = B$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$B \in CD$$

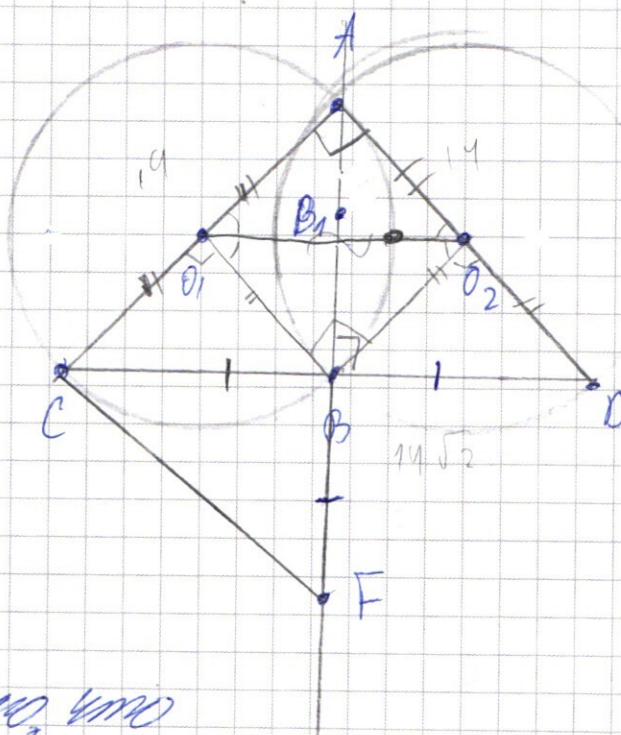
$$BF = BN$$

$$\angle BOD = 90^\circ, \text{ т.к. } \text{перпендикуляр}$$

Найти:

$$CF = ?$$

Решение: рис 3



$$\begin{aligned}
 & \sqrt{2 \cdot 16} = 4\sqrt{2} \\
 & 4\sqrt{2} \\
 & \sqrt{2 \cdot 16} = \\
 & = \sqrt{2 \cdot 16 \cdot 2} = \\
 & = 4 \cdot 2 = \\
 & = 8
 \end{aligned}$$

1) На рисунке я вижу, что

$\angle CAD = 90^\circ$, т.к. по условию $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle CAA_1 = 90^\circ$, т.к. A_1 лежит на прямой AD

2) По хорда
перпендикулярна
касательной,
только
если
она
высится
диаметром
(радиус
⊥ касательной) ⇒

⇒ $O_1 \in CA$
 $O_2 \in AD$

рис 1

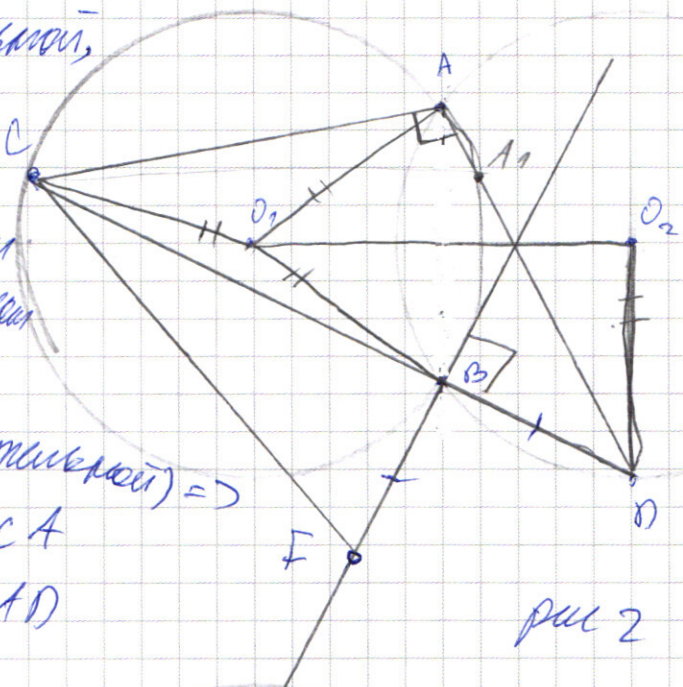


рис 2

3) Тангенциаль
 ΔO_1AO_2 и
 ΔO_1BO_2 :

$O_1A =$
 O_1B

$AO_2 = BO_2$

O_1, O_2 - общая ⇒ по IV

приз. Δ равенства

$\Delta : \Delta O_1AO_2 = \Delta O_1BO_2 \Rightarrow$

⇒ $\angle AO_1O_2 = \angle BO_1O_2$

$\angle AO_2O_1 = \angle BO_2O_1 \Rightarrow$
и $O_1A \parallel BO_2$

⇒ $AO_2 \parallel O_1B$ по

покрест лежащих
углов $\angle AO_2O_1 = \angle BO_2O_1$

⇒ $\angle AO_2O_1 = \angle BO_2O_1$
(ΔO_1AO_2 и ΔO_1BO_2 - равнобедренные ⇒
т.к. радиусы окр. равны)

Бог вписанный
угол равен 90°, то
он делит
летит на
диаметр, т.е.
может
фактом быть,
как рис 2, но
мы видим, что
точка D не совпадает
с точкой D', что
не возможно ⇒

мы должны
предумать
уголок, на
котором D' и
D совпадут,
иначе невозможно,

только если окружности
совпадут, тогда D' и D
совпадут в точке D'.
Точкой случай не подходит
под условие ⇒
с CA - не вписанный ⇒
⇒ это угол между
хордой и касательной
рис 3.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ углы при основании ~~тоже~~ ^{равны} ~~равны~~ ^{равны} $\Rightarrow$

г) $\angle CO_1B = \angle BO_2D = 90^\circ$, но в $\triangle CO_1B$ и $\triangle BO_2D$
 $CO_1 = BO_2$; $O_1B = O_2D \Rightarrow$ по I признаку равенства
треугольников $\triangle CO_1B = \triangle BO_2D \Rightarrow CB = BD$.

б) По теореме Пифагора в $\triangle ACP$:

$$CP^2 = CA^2 + AP^2$$

$$CP = \sqrt{CA^2 + AP^2} = \sqrt{2 \cdot 14^2} = 14\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CB = 14\sqrt{2}, \text{ т.к. } CB = BD$$

$$(D = (B + B))$$

По теореме Пифагора в $\triangle CBF$: $\angle CBF = \angle B, BD$
как вертикальные
 $\angle CBF = 90^\circ$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{2 \cdot (14\sqrt{2})^2} =$$

$$= \sqrt{4^2 \cdot 2 \cdot 2} = 4 \cdot 2 = 14$$

Ответ: 14.

$$\sqrt{2} \left\{ \begin{array}{l} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{array} \right.$$

$$x+y+5 + x-y+5 \leq 10, \text{ если } x+y+5 \geq 0; x-y+5 \geq 0$$

$$2(|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169$$

$$4x+y+5 +$$

$$|x| - 10|x| + 25$$

А не стал писать
условие, в котором
подставлю
и проверю

$$\begin{cases} x+y+5+x-y+5 \leq 10, \text{ условие} \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$(x+y+5-x-y+5) = 10 \leq 10, \text{ условие}$$

$$\begin{cases} x+y+5-x-y+5 = 10 \leq 10, \text{ условие} \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$(x+y+5-x-y+5) = 10 \leq 10, \text{ условие}$$

$$\begin{cases} -x-y+5+x-y+5 \leq 10, \text{ условие} \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$(-x-y+5+x-y+5) = 10 \leq 10, \text{ условие}$$

$$\begin{cases} -x-y-5+x-y-5 \leq 10, \text{ условие} \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$(-x-y-5+x-y-5) = 10 \leq 10, \text{ условие}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$y \leq 5$$

$$(x \leq 0, y \leq 5) \Rightarrow (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169$$

$$y \geq 5$$

$$(x \leq 0, y \geq 5) \Rightarrow (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169$$

$$x \geq -10$$

$$(x \geq -10, y \leq 5) \Rightarrow (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169$$

$$x \leq 0$$

$$y = 0$$

$$x \geq -10$$

$$y \geq 0$$

$\Rightarrow$

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$x = -10$$

$$y = 0$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ |y|-12 \leq 24 - \text{не подходит} \\ |y| \leq 0 \end{cases}$$

$$y \leq 5$$

$$\begin{cases} |x| \leq 5+2\sqrt{10} \\ |x| \leq 5-2\sqrt{10} \end{cases} - \text{не подходит}$$

$$y \geq 5$$

$$\begin{cases} |x| \geq 5+2\sqrt{10} \\ |x| \geq 5-2\sqrt{10} \end{cases} - \text{не подходит}$$

$$x \geq -10$$

$$\begin{cases} |y| \geq 24 - \text{не подходит} \\ |y| \geq 0 \end{cases}$$

$$y \geq 0$$

$$5+5 \leq 10 - \text{верно}$$

$$25+144=169 - \text{верно}$$

Ответ: $(0;0); (-10;0)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$r(CM) = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$r(CM) = \sqrt{6^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 + 12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\frac{r(CM)}{r(CM)} = \frac{f(CM)}{f(CM)} \frac{\text{мкм}}{\text{см}}$

$\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{f}{f_x}$

$2 = \frac{f}{f_x}$

$f_x = \frac{f}{2}$

$y = kx + b$

$y = kx$

$3 = k\sqrt{3}$

$k = \sqrt{3}$

$-2\sqrt{3} = k \cdot 6$

$-\frac{2\sqrt{3}}{6} = k$

$-\frac{\sqrt{3}}{3} = k$

$k_1 \cdot k_2 = \sqrt{3} \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{3}) = -1 \rightarrow r_1 \perp r_2$

A: $x^2 + y^2 = r^2$

$x^2 = r^2$

$x^2 = 48$

$x = 4\sqrt{3}$

B: $(4\sqrt{3}; 0)$

C: $(-2\sqrt{3}; -6)$

№2

$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)6y = 1 \end{cases}$

$x = \frac{a-6y}{2(a-b)}$

$\frac{3b(a-6y)}{2(a-b)} + (a-b)6y = 1$

$3ba = 2(a-b)$

$18b - 2(a-b)^2 b$

$3b(a-6y) + (a-b)6y = 1$

$3ba - 18by + 2(a-b)^2 6y = 2(a-b)$

$6y(2(a-b)^2 - 18) = 2(a-b) - 3ba$

$6y = \frac{2(a-b) - 3ba}{(2(a-b)^2 - 18)}$

$6 = 0$

$\frac{2(a-b) - 3ba}{(2(a-b)^2 - 18)} = 0$

$$b=0$$

$$\frac{2(a-b) - 3ba}{2(a-b)^2 - 18} = 0$$

$$\frac{2a}{2a^2 - 18} = 0$$

$$\frac{2a - 2b - 3ba}{2(a-b)^2 - 18}$$

$$a | 2 - 3b = 2b$$

$$\begin{cases} 3ba - 2(a-b) \\ 18b = 2(a-b)^2 b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3ba = 2a - 2b \\ 18b = 2(a-b)^2 b \end{cases}$$

$$b(3a+2) = 2a$$

$$18b = (a-b)^2 b$$

$$b = \frac{2a}{3a+2} \quad \frac{4}{3}$$

$$b(a-b)^2 = 0$$

$$\frac{2a}{3a+2} = 0$$

$$\left(a - \left(a - \frac{2a}{3a+2} \right)^2 \right) = 0$$

$$\left(b(a-b)^2 \right) = 0$$

$$2 \left(2 - \frac{1}{2} \right) x + 6y = 2$$

$$3x + 6y = 2$$

$$1.5x$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ 3 = a - \frac{2a}{3a+2} \\ 3 = -a + \frac{2a}{3a+2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ \frac{3a^2 - 2a - 2a - 6}{3a+2} = 0 \\ \frac{3a^2 - 4a - 6}{3a+2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a^2 - 3a - 2}{3a+2} = 0 \\ \frac{a^2 + 3a + 2}{3a+2} = 0 \\ a = 0 \end{cases}$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$a = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+5x-2x-10$$

$$\frac{x(x+5)-2(x+5)}{(x+5)(x-2)}$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2)$$

$$(x+5)\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} - (x-2)\right) = 0$$

$$x = -5$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2 \quad (*)$$

$$(*) \sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2)$$

$$x^3-16x+25 = 4(x-2)^2$$

$$x^3-16x+25 = 4(x^2-4x+4)$$

$$x^3 - 4x^2 - 16x + 16x + 25 - 16 = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$9: \pm 1, \pm 3, \pm 9$$

$$24 - 36 + 9 = 0 \Rightarrow (+3)$$

$$(x-3)(x^2-x-3) = 0$$

$$x^2-x-3 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-3) = 13 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x^3 - 16x + 25 =$$

$$= x(x^2-16) + 25 =$$

$$= x(x-4)(x+4) + 25$$

$$\frac{48}{24} = 2$$

$$(x-2)(x-2) = x^2-2x-2x+4 =$$

$$= x^2-4x+4$$

$$x^3-16x+25 \geq 0$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 9 \quad | \quad x-3 \\ \underline{-x^3 + 3x^2} \quad | \quad x^2 - x - 3 \\ -x^2 + 9 \quad | \quad \\ \underline{-x^2 + 3x} \quad | \quad \\ 3x + 9 \quad | \quad \\ \underline{-3x + 9} \quad | \quad \\ 0 \end{array}$$

24

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 \mid (x+1) + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6 - 5 - 4 + 2 + 1$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

нужно доказать

$$\text{если } x \geq 0, \text{ то } |6x^4| > |5x^3| \Rightarrow 6x^4 + 5x^3 > 0$$

$$|6x^2| > |2x| \Rightarrow 6x^2 + 2x > 0$$

2) если $x \leq 0$

$$6x^4 + 2x \geq 5x^3 + 4x^2$$

$$6x^4 - 2x + 1$$

$$6x^3 - 3x^2 - 2x^2 - 3x - 1 = 0 \quad x(6x^2 + x - 3) - 1 = 0$$

$$6x^3 + 6x^2 - 3x^2 - 4x + x - 1 = 0 \quad 3x^3 + 3x^2 + x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$3x(x^2 - 1) + 3x^3 + x^2 - 1 = 0$$

$$1 + 2x(3x^2 - 2)$$

$$1450$$

$$3500$$

$$3x(x^2 - 1) + 3x^3 + x^2 - 1 = 0$$

$$1853 + 9 - 353 - 1$$

$$1450 \mid 2$$

$$825 \mid 5$$

$$34$$

$$145 \mid 5$$

$$25$$

$$4000 \mid 2$$

$$3500 \mid 2$$

$$1450 \mid 2$$

$$825 \mid 5$$

$$145 \mid 5$$

$$35 \mid 5$$

$$7 \mid 7$$

$$1 \mid 1$$

$$4654321$$

$$84$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$64 \cdot 24 \cdot 2$$