

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. ~~1~~ [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1 Из данных координат ~~мышей~~ насекомых можно узнать радиус окружности, по которой они движутся. R_m - для муха, R_m - для муравья.

$$R_m = \sqrt{x_{m0}^2 + y_{m0}^2} = 4$$

$$R_m = \sqrt{x_{m0}^2 + y_{m0}^2} = 2$$

Жук

↓

$$R_m = 4$$

$$\omega_m = \frac{v}{4}$$

Муравей

↓

$$R_m = 2$$

$$\omega_m = \frac{v}{2}$$

ω_m и ω_m - угл. их скорости

$\omega_{ж} \cdot 2 = \omega_m \Rightarrow$ пока Жук делает круг, Муравей делает два круга

~~И все в~~ Все вытанут зашли в исходн. положение, и дальше будем преобразовывать его и то же. Тогда достаточно рассмотреть подробно круг Жука, и где будут там кратчайшие расстояния.

Кратчайшее расстояние между муравьем и жуком будет в углу, если центр, жук и муравей будут на одной прямой.

Вначале α -угол между направл. из центра на жука и муравья

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \arctan\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) = 90^\circ$$

$\omega_{\text{сумм}}$ — угл. скорость, с которой насекомые сближаются
 Так как они движутся в разные стороны.

$$\omega_{\text{сумм}} = \omega_m + \omega_n = \frac{3}{4} V \quad \text{длин по часовой, другой против}$$

I витрега

$$t_1 = \frac{\alpha}{\omega_{\text{сумм}}} = \frac{\pi \cdot 4}{2 \cdot 3V} = \frac{2}{3} \frac{\pi}{V}$$

t_0 — время, за которое муха сделает круг

$$t_0 = \frac{2\pi}{\frac{V}{4}} = \frac{8\pi}{V}$$

t_1 — время от нач. момента до первой витреги

t_2 — время от 1 витреги до 2
 и между любыми витрегами после 1-ой

$$t_2 = \frac{360^\circ}{3V} = \frac{2\pi \cdot 4}{3V} = \frac{8}{3} \frac{\pi}{V}$$

$$t_1 + n \cdot t_2 \leq t_0$$

$$\frac{2}{3} \frac{\pi}{V} + n \cdot \frac{8}{3} \frac{\pi}{V} \leq \frac{8\pi}{V}$$

n — кол-во витрег за
 круг муха, не считая 1-ой
 $n \in \mathbb{N}$

$$\frac{2}{3} + \frac{8}{3} n \leq 8$$

$$2 + 8n \leq 24$$

$$n \leq \frac{22}{8}$$

$$n \leq 2,75 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \text{было 3 витреги}$$

t_2' — время от нач. момента до 2 витреги

$$t_2' = t_1 + t_2 = \frac{10}{3} \frac{\pi}{V}$$

t_3 — время от нач. момента до 3 витреги

$$t_3 = t_1 + 2t_2 = 6 \frac{\pi}{V}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a & \textcircled{1} \\ 4bx + (a+b)by = 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad a+b = \frac{a-12y}{3x}$$

Подставим в $\textcircled{2}$

$$4bx + \frac{a-12y}{3x} \cdot by = 1$$

$$12bx^2 + (a-12y)by = 3x$$

$$12bx^2 - 12by^2 + a \cdot by = 3x$$

$$12b(x-y)(x+y) + aby - 3x = 0$$

Чтобы было бесконечно множество решений,
нужно 1) $ab = -3$

2) $ab = 3$

Ответ: 1) $ab = -3$

2) $a = b = 3$

N3

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+2)(x+3)$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = (x+2)$$

$$x^3-x+10 = x^2+4x+4$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

$$(x-2)(x^2+x-3)=0$$

$$x_1 = 2$$

$$x^2+x-3=0$$

$$x_2 = -0,5 + 0,5\sqrt{13} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 3}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x_3 = -0,5 - 0,5\sqrt{13}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4 \cdot 6}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

ОДЗ

$x \neq -3$ (не корень в
тогда шутка)
 $x \geq -2$ и $x^3-x+10 \geq 0$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \quad | x-2 \\ -x^3 + 2x^2 \\ \hline x^2 - 5x + 6 \\ -x^2 + 2x \\ \hline -3x + 6 \\ - -3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

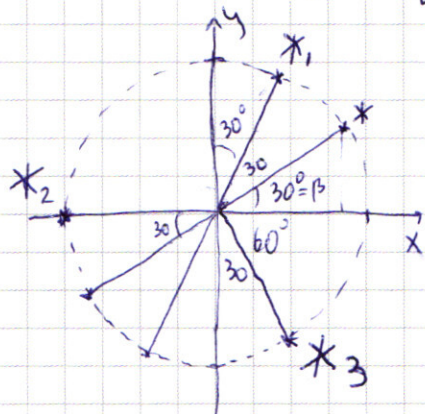
X_0 и Y_0 — проекции на оси координат

$$\alpha_1 = \omega_m \cdot t_1 = \frac{V}{4} \cdot \frac{2}{3} \frac{\bar{u}}{V} = \frac{\bar{u}}{6} = 30^\circ$$

α_1 — на какой угол отклонился за t_1 луч
 α_2 — за t_2'
 α_3 — за t_3 луч

$$\alpha_2 = \omega_m \cdot t_2' = \frac{10}{3} \frac{\bar{u}}{V} \cdot \frac{V}{4} = \frac{5}{6} \bar{u} = 150^\circ$$

$$\alpha_3 = \omega_m \cdot t_3 = 6 \frac{\bar{u}}{V} \cdot \frac{V}{4} = 1,5 \bar{u} = 270^\circ$$



β — β — нар. момент угол между OX и направл. на луча

X_1 — располож. луча при 1-ой встрече

X_2 — 2-ая встреча

X_3 — 3-ая встреча

I встреча

$$X_1 = 4 \cdot \cos 60 = 2 \quad Y_1 = 4 \cdot \sin 60 = 2\sqrt{3}$$

II встреча

$$X_2 = -4 \quad Y_2 = 0$$

III встреча

$$X_3 = 4 \cdot \cos 60 = 2 \quad Y_3 = -4 \cdot \sin 60 = -2\sqrt{3}$$

Ответ: $(2; 2\sqrt{3})$
 $(-4; 0)$
 $(2; -2\sqrt{3})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x_3 < -2 \Rightarrow$ не существует по ОДЗ

X_1 и X_2 по ОДЗ подходит

Durchschnitt: $\bar{x}_1 = 2$

$$y_2 = -0,5 + 0,5\sqrt{13}$$

24

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 \mid x-1 \mid + 1 \geq 0$$

$$x \leq 1$$

$$2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 - 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$(x+1)(2x^3+x^2-3x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(x-0,5)(2x^2+2x-2) \geq 0$$

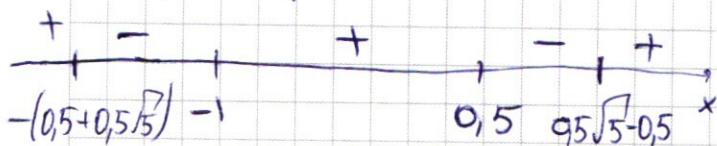
$$(x+1)(x-0,5)(x^2+x-1) \geq 0$$

$$(x+1)(x-0,5)\left(x-\frac{1}{2}(-1+\sqrt{5})\right)$$

$$(x - \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{5})) \geq 0$$

$$(x+1)(x-0,5)(x+0,5-0,5\sqrt{5})$$

Минимум интервалов $(x + 0,5 + 0,5\sqrt{5}) \geq 0$



$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \quad | \quad x+1 \\ - (2x^4 + 2x^3) \quad | \quad 2x^3 + x^2 \\ \hline x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 \\ - \quad x^3 + x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^2 - 2x \\ -3x^2 - 3x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ -x+1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 - 3x + 1 \quad | \quad x - 0.5 \\ \underline{-2x^2 - x^2} \\ -x^2 - 3x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 3x \\ - 2x^3 - x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x + 1 \\ -7x + 1 \\ \hline \end{array}$$

Omben: $p \text{ and } x \leq 1 \quad x \in (-\infty; -(0,5+0,5\sqrt{5})] \cup [-1; 0,5] \cup [0,5\sqrt{5}-0,5; 1]$

$$x \geq 1$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

ooo не сдвигать ooo
2 раз

$$x^2(2x^2 - 3x)$$

N 5

Разложим 1400 на множители

$$\begin{array}{r|l} 1400 & 2 \\ 700 & 2 \\ 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

6 Множителей получили $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. цифр 8, ещё две цифры

будут 1

$$\text{I } 22255711$$

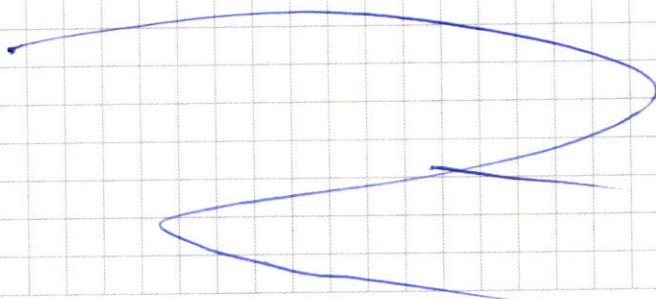
$$\text{II } 41255711$$

$$\text{III } 81155711$$

Какие
наборы
возможны

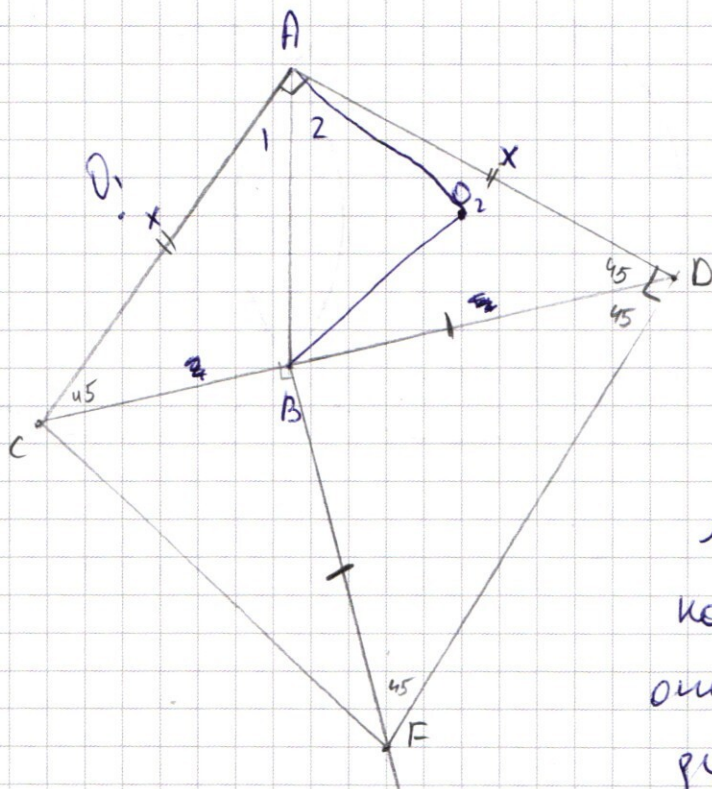
В каждом наборе нужно посчитать кол-во вариантов распределения цифр, учитывая, что есть повторяющиеся. Получим ответ.

~~В~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6



Дано:

$$R = 9$$

$B \in CD$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF \perp CD$$

$$BF = BD$$

Найти: $CF = ?$

Решение

1) окружности одинаковые и $\angle ADB$ и $\angle ACB$ опираются на равные дуги $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB$

2) т.к. $\triangle CAD$ прямоугол. и $\angle ACB = \angle ADB \Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$

$\Rightarrow \triangle CAD$ равнобедр.

3) проведем отрезок DF

4) $\triangle BDF$ прямоугол. $BF = BD \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

5) Проверим отрезок AB

~~$\triangle ABC$~~

~~$$AB^2 = x^2 + CB^2 - 2 \cdot x \cdot CB \cdot \cos 45$$~~

~~$\triangle ADB$~~

~~$$AB^2 = x^2 + BD^2 - 2 \cdot x \cdot BD \cdot \cos 45$$~~

6) Одинак. окружн. из одной точки проведут равные хорды $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

7) $\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 2 \\ AC = AD \\ \angle ACB = 45^\circ = \angle ADB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACB = \triangle ADB$ по стороне и двум углам

$\Rightarrow CB = BD \Rightarrow AB$ - медиана

Т.к. $\triangle CAD$ прямоугольный $\Rightarrow AB$ еще высота и биссектриса

$\Rightarrow A, B, F$ лежат на одной прямой

Т.к. AB - медиана $\Rightarrow AB = CB = BD = BF$

~~$ADFC$ - квадрат, т.к. $AD = CF$~~

$ADFC$ - прямоугольник, т.к. диагонали точкой пересечения делятся пополам, а один из углов ~~равен~~ $\angle CAD = 90^\circ$.

8) $AO_2 = BO_2 = R$

$\angle AO_2B = 2\angle ADB = 90^\circ$ Т.к. он центр. угол

9) $\triangle AO_2B$ Теор. Пифагора

$$AB^2 = 2R^2$$

$$AB = \sqrt{2}R$$

$\triangle ADB$ Теор. Пифагора

$$AD^2 = 2AB^2$$

$$AD = \sqrt{2}AB = 2R$$

$AD = CF$, т.к. $ADFC$ прямоугольник. $\Rightarrow CF = 2R = 18$

Ответ: $CF = 18$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 & ① \\ 2(|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 & ② \end{cases}$$

Рассмотрим ②

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$x < 0 \quad y \geq 0$$

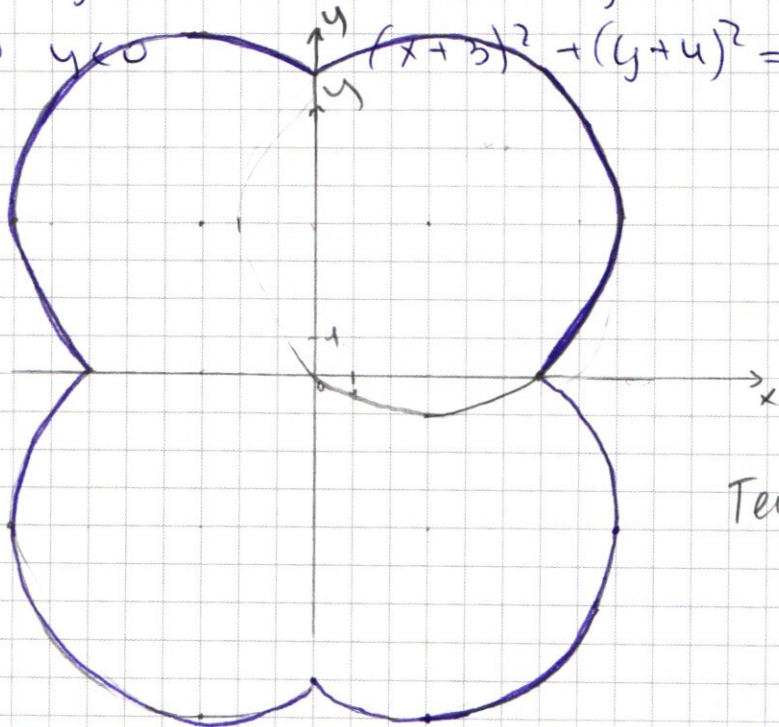
$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$x \geq 0 \quad y < 0$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

$$x < 0 \quad y < 0$$

$$(x+3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

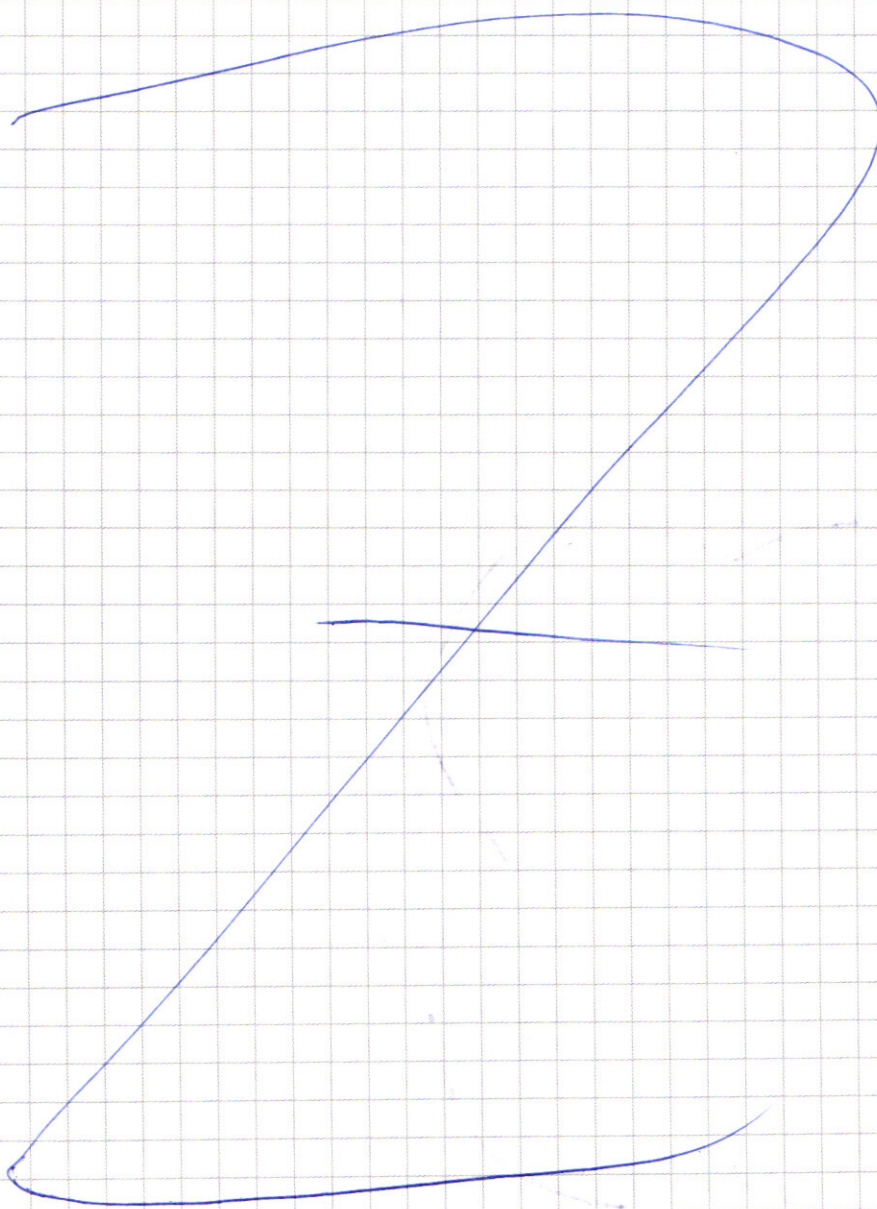


Рассмотрим

это
это получается
выкружиться, где
 $R=5$

Теперь нужно это
как-то составить

①



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} 3(a+b)x + 12y &= a \\ 4bx + (a+b)y &= 1 \end{aligned}$$

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-46}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} = \begin{aligned} &-2 \\ &-3 \end{aligned}$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 \mid x-1 \mid +1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$x^3(2x-3)$$

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+2)(x+3)$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = (x+2)$$

$$x \neq -3$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$ux^2 - 12x + 9$$

$$-8 + 10x$$

$$x^3 - x + 10 \geq 0$$

$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

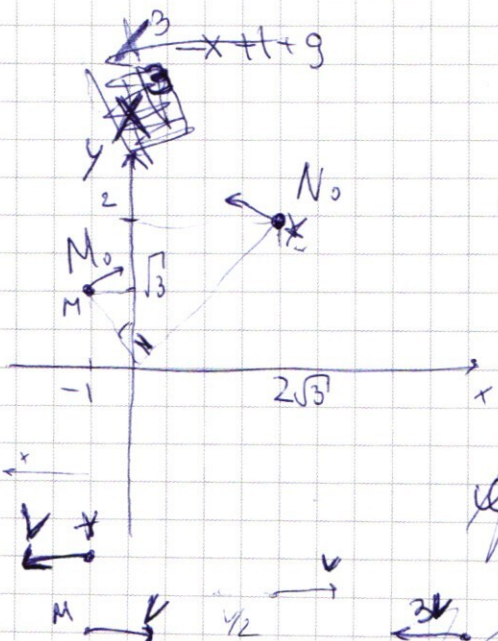
$$\frac{2\pi R}{\omega R} = \frac{2\pi R}{\omega R}$$

2πR. мур.
ωR. мур.

$$R_{\text{ж}} = \sqrt{4 \cdot 3 + 4} = 4$$

$$R_{\text{м}} = \sqrt{1 + 3} = 2$$

переписки в 6 муровья



$$v_{\text{ж}} = v_{\text{м}} = v$$

$$\omega_{\text{м}} = \frac{v}{2}$$

$$\omega_{\text{ж}} = \frac{v}{4} \quad \frac{24}{3}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3}$$

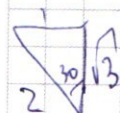
$$\frac{2}{3} + u \cdot \frac{8}{3} < 8$$

$$u \cdot \frac{8}{3} < \frac{22}{3}$$

$$u < \frac{22}{8u}$$

$$1.5v < 2.75$$

$$h = 2$$



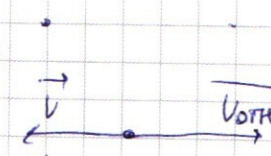
$$V_{\text{абс}} = v$$

$$V_{\text{отн}} = 2v$$

$$\frac{2\pi}{4 \cdot \frac{3}{4}v} = \frac{2\pi}{3v}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{3}{4}v} = \frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$



$$V_{\text{отн}} = 2v$$

$$t_0 = \frac{2\pi}{\frac{v}{4}} = \frac{8\pi}{v}$$

$$t_0 = \frac{2\pi}{\frac{v}{4}} = \frac{8\pi}{v}$$

$$t_0 = \frac{2\pi}{\frac{v}{4}} = \frac{8\pi}{v}$$

$$t_0 = \frac{2\pi}{\frac{v}{4}} = \frac{8\pi}{v}$$

$$t_0 = \frac{2\pi}{\frac{v}{4}} = \frac{8\pi}{v}$$

$$\omega_{\text{абс}} = \frac{3}{4}v$$

$$\frac{2\pi}{\frac{3}{4}v} = \frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

$$\frac{8\pi}{3v}$$

☒ черновик

☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} b(4x + (a+b)y) = 1 \\ 3(a+b)x + 4y = a \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} 3ax + 3bx + 12y - a = 0 \\ 4bx + aby + b^2y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \cdot 3 \\ - \end{matrix}$$

$$\begin{array}{rcl} x & y & ab - \frac{1}{3} \\ x & -y & ab - -\frac{1}{3} \\ \hline 3ax + 3bx - 12x - a = 0 \\ x(3a + 3b - 12) = a \\ x = \frac{a}{3a + 3b - 12} \end{array}$$

~~$$\begin{aligned} 12ax + 12bx + 48y - 4a - 12bx - 3aby - 3b^2y + 3 &= 0 \\ 12ax + 3 + 48y - 4a - 3by(a-b) &= 0 \end{aligned}$$~~

$$3(a+b)x$$

$$(a+b) = \frac{a-12y}{3y}$$

$$x = \frac{1 - (a+b)by}{4b}$$

$$4bx + \frac{a-12y}{3y} \cdot by = 1$$

$$3(a+b) \cdot \frac{1 - (a+b)by}{4b} + 12y = a$$

$$12bx^2 + (a-12y)by = 3x$$

$$12bx^2 + aby - 12by^2 - 3x = 0$$

$$3(a+b)(1 - aby - b^2y) + 48by = 4ab$$

$$12b(x-y)(x+y) + aby - 3x = 0$$

~~$$3a - 3a^2by - 3b^3y + 3b - 3ab^2y - 3b^3y + 48by - 4ab = 0$$~~

$$ab = -3$$

$$ab = 3$$

$$-12b(y-x)(x+y) + 3(y-x) = 0$$

$$(y-x)(3 - 12b(x+y)) = 0$$

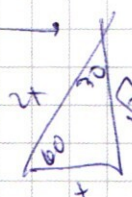
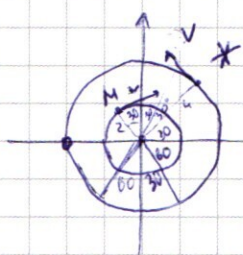
$$12b(x-y)(x+y) - 3(x+y) = 0$$

$$y = x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{V}{2} \cdot \frac{2}{3} \frac{\bar{u}}{V} = \frac{\bar{u}}{3}$$

$$\frac{10}{3} \frac{\bar{u}}{V} \cdot V = \frac{10}{3} \bar{u} = 3\frac{1}{3} \bar{u}$$



$$R_x = 2R = 4$$

$$R_m = 2$$

$$\omega_m = \frac{V}{4}$$

$$\omega_n = \frac{V}{2}$$

В начале между ними

$$\alpha = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$L_1 = \frac{\bar{u}}{2 \cdot \omega_{\text{вектор}}} = \frac{\bar{u} \cdot \pi^2}{2 \cdot 3V} = \frac{2}{3} \frac{\bar{u}}{V} \quad \omega_{\text{вектор}} = \frac{3}{4} V$$

$$L_2 = \frac{2\bar{u} \cdot 4}{3V} = \frac{8}{3} \frac{\bar{u}}{V} + \frac{2}{3} \frac{\bar{u}}{V} = \frac{10}{3} \frac{\bar{u}}{V}$$

$$L_3 = \frac{10}{3} \frac{\bar{u}}{V} + \frac{8}{3} \frac{\bar{u}}{V} = \frac{18}{3} \frac{\bar{u}}{V} = 6 \frac{\bar{u}}{V}$$

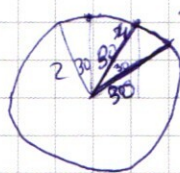
3 кратн. разнотен. за круг

Для нуля

$$L_1 \cdot \frac{V}{4} = \frac{2}{3} \frac{\bar{u}}{V} \cdot \frac{V}{4} = \frac{\bar{u}}{6} = 30^\circ$$

$$L_2 \cdot \frac{10}{3} \frac{\bar{u}}{V} \cdot \frac{V}{4} = \frac{5}{6} \bar{u} = 150^\circ$$

$$3 \cdot 6 \frac{\bar{u}}{V} \cdot \frac{V}{4} = 1,5 \bar{u}$$



хуна

$$1) x_1 = \cos 60 \cdot 4 = 2$$

$$2) y_1 = \cos 30 \cdot 4 = 2\sqrt{3}$$

$$V_x = 2V$$

$$V_y = 2V$$

разнотен. хуи ории оберт

муравей 2

$$\frac{2\bar{u} \cdot 4}{V} = \frac{8\bar{u}}{V}$$

$$\frac{2}{3} \frac{\bar{u}}{V} + \frac{8}{3} \frac{\bar{u}}{V} \cdot n < \frac{8\bar{u}}{V}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{8}{3} n < 8$$

$$\frac{24}{3}$$

$$\frac{8}{3} n < \frac{22}{3}$$

$$n < \frac{22}{8} \quad n < 2,75$$

$$n = 2$$

I хуи

$$1) x_1 = 4 \cdot \cos 60 = 2$$

$$2) y_1 = 4 \cdot \cos 30 = 2\sqrt{3}$$

$$II) x_2 = -4$$

$$2) y_2 = 0$$

$$III) 1) x_3 = 4 \cdot \cos 60 = 2$$

$$2) y_3 = -4 \cdot \cos 30 = -2\sqrt{3}$$

$$(x+3) \sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$x = \frac{-5 \pm 1}{2} = -3$$

$$(x+3) \sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$$

~~x^3~~

$$x(x^2-1)+10$$

$$(x^2+a)(x+b) =$$

$$= x^3 + bx^2 + ax + ab$$

$$(x^2+a)(b+x)$$

$$(x^2+a)$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 0 \cdot x^2 - x + 10 \\ x^3 + 2x^2 \end{array} \bigg| \frac{x+2}{x^2-2x}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 - x \\ -2x^2 - 4x \end{array}$$

$$3x + 10$$

y

2

1 2 3

$$x=2$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x + 10 \\ x^2 + 2x^2 \end{array} \bigg| \frac{x+2}{x^2}$$

$$x^3 + 0 \cdot x^2 - x + 10 \bigg| \frac{x+5}{x^2-2x}$$

$$x^3 - x + 10 = 0$$

$$x^3 = x - 10$$

$$x = -3 \quad \text{не подходит} \quad x \geq -2$$

$$\boxed{x^3 - x + 10 \geq 0} \quad \text{точно}$$

$$\sqrt{x^3 - x + 10} = x + 2$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^3 = x^2 + 5x - 6$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot 6}}{2}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \\ x^3 - 2x^2 \end{array} \bigg| \frac{x-2}{x^2+x-3}$$

$$x^2 - 5x$$

$$x^2 - 2x$$

$$-3x + 6$$

$$-3x + 6$$

$$x^3 - x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$2^3 - 4 - 10 + 6 = 0$$

$$(x-2)(x^2+x-3) = 0$$

$$x=2$$

$$x^2+x-3=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{2}$$

☒ черновик

☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 / |x-1| + 1 \geq 0$

$x \geq 1$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2 - 3 + 4 - 2 + 1$$

$$2 + 3 + 4 - 2 + 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^2} - \frac{2}{2} + 1$$



$$2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 - 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^3 - 2 - 2x + 1$$

$$2 - 3 - 2 + 2 + 1 - 1$$

$$(x+1)(2x^3 + x^2 - 3x + 1) \geq 0$$

$$2 + 1 - 3 + 1$$

$$2 + 1 + 3 + 1$$

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} - 1.5 + 1 = \frac{1}{2} +$$

$$(x+1)(x-0.5)(x+0.5+0.5\sqrt{5})(x+0.5-0.5\sqrt{5}) \geq 0$$

$$x^3 \cdot \frac{2x^2 + x^2 + 2}{x^2 + 2}$$

$$2x^3(x-1) + 2x(x-1) - x^3 + 2x^2 + 1 =$$

$$2x^4 - 2x^3 - x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\frac{2}{2^4} - \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^2} - \frac{2}{2} + 1$$

$$\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2^3} = -x^3$$

$$\frac{2}{2^4} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^2} - \frac{2}{2} + 1$$

$$\frac{2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1}{x+1} = \frac{2x^4 + 2x^3}{x+1} + \frac{x^3 - 2x^2 - 2x + 1}{x+1}$$

$$x^3 - 2x^2$$

$$-x^3 + x^2$$

$$-3x^2 - 2x$$

$$-3x^2 - 3x$$

$$x +$$

$$x +$$

$$\frac{2x^3 + x^2 - 3x + 1}{x-0.5} = \frac{2x^3 + x^2 - 2x^2 + 2x - 2}{x-0.5}$$

$$2x^2 - 3x$$

$$-2x^2 - x$$

$$-2x + 1$$

$$-2x + 1$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 22}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$$

3.

a b c d e f g h

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 1400$$

$$9^8 = 1400$$

$$4^8$$

$$2^8$$

$$4^4 = 16^2 = 256$$

$$4^8$$

$$(16^4) = 256^2$$

$$3^8 = 9^4 = 81^2$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 81 \\ \hline 81 \\ + 729 \\ \hline 6561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times 256 \\ \hline 1280 \\ + 12800 \\ \hline 65536 \end{array}$$

$$2^8 = 4^4 = 16^2 = 256$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 160 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1400 & 2 \\ 700 & 2 \\ 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22255711 \\ 41255711 \\ \hline 81155711 \end{array}$$

$$8! - 7! - 7! =$$

$$22255711$$

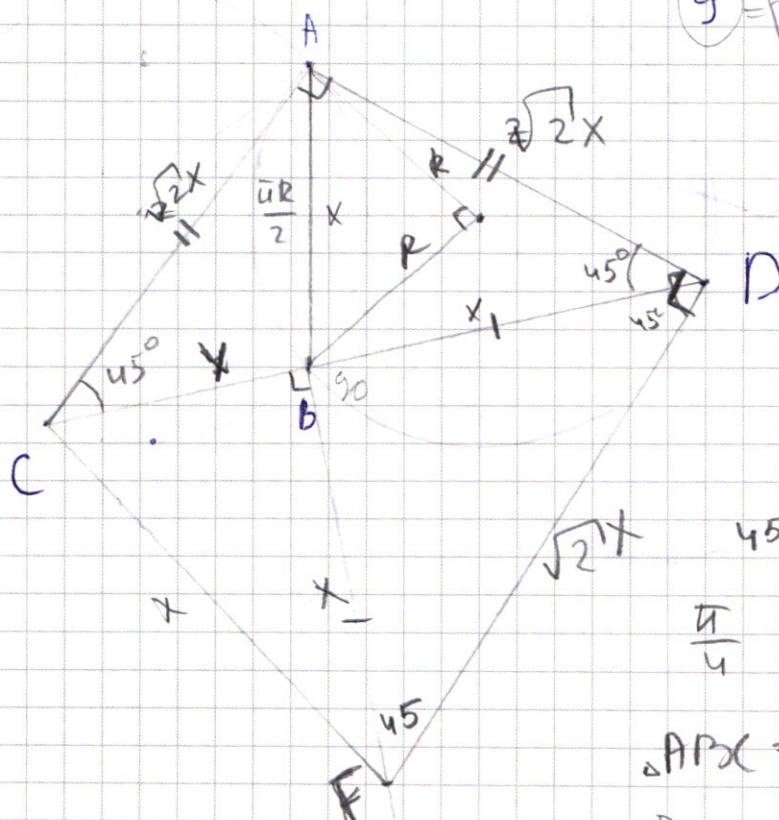
$$811 \ 55 \ 11 \ 11 \ 11 \ 11 \ 11 \ 11$$

Самостоятельно



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.



r = radius

$$U = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\Delta ABC = \Delta ABO$$

$\Rightarrow$ nur Vagrar

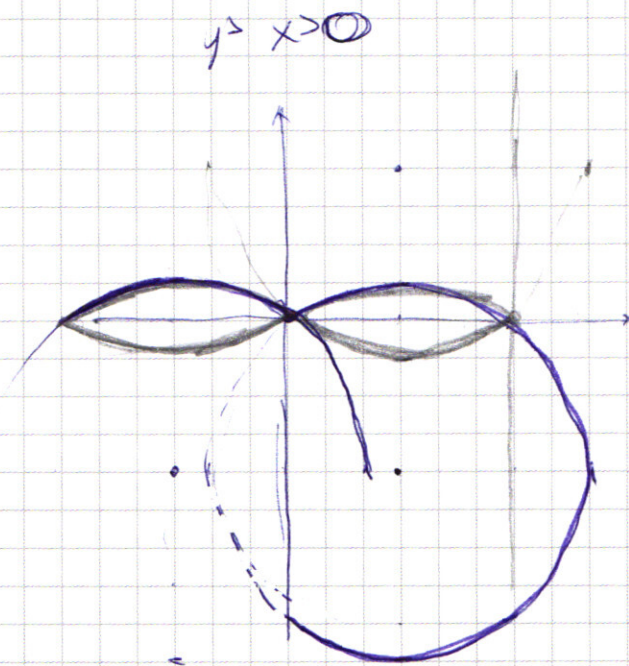
180° $2R$

90° X

$$X = A$$

$$\cancel{V} = \sqrt{ER}$$

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25 \end{cases} \text{ похожие на окружности}$$



$$x < 0 \quad y \geq 0 \\ (-x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2$$

$$y < 0 \quad x > 0$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

~~$$x-3 > y$$~~

~~$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$~~

$$x-y-3 \geq 0$$

$$x-y \geq 3$$

$$x-3+y$$

$$x+y$$

$$3$$

$$x-y \geq 3$$

$$x+y \geq 3$$

$$x-y \leq 3$$

$$x+y \leq 3$$

$$-x+3+y - x+3-y \leq 6$$

$$-2x \leq 0$$

$$x \geq 0$$

~~$$|x+3+y| + |x-3+y| \leq 6$$~~

$$y \leq 3$$

или

$$x \geq 0$$

$$x-y \geq 3$$

$$x+y \leq 3$$

граф

~~$$x-3-y + x-3+y \leq 6$$~~

$$2x-6 \leq 6$$

$$x \leq 6$$

$$x-y \geq 3$$

$$x+y \geq 3$$

граф

или

$$x-y \geq 3$$

$$x+y \leq 3$$

~~$$x-3-y - x+3-y \leq 6$$~~

$$-2y \leq 6$$

$$y \geq -3$$

$$x-y \geq 3$$

$$x+y \geq 3$$

граф