

ШК

(заполняется секретарём)

Рег. №:

Класс участия: 9

Место проведения: г. Тюмень

Дата проведения: 22 февраля 2020 г.

Время начала (местное): 13:00

Олимпиада школы

по МАТЕМАТИКЕ
Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

Гауч	Кирилл	Дмитриевич	03.04.2004	15 лет
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
Россия	Тюменская область	г. ТЮМЕНЬ	Населенный пункт	
Страна	Регион			
ПАСПОРТ	41-18	357-882	24.04.2018	720-021
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
Россия	ТЮМЕНСКАЯ ОБЛ.	г. ТЮМЕНЬ	Населенный пункт школы	
Страна школы	Регион школы			
9	Государственное Автономное Образовательное Учреждение Т.О. "ФМШ"			
Класс обучения	Полное название образовательного учреждения			
8-982-918-46-03	Доп. телефон		E-mail	
Мобильный телефон			kgauch@mail.ru	

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограниченно доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«21» февраля 2020 г.

Подпись участника олимпиады

Гауч Оксана Николаевна
ФИО законного представителяМать
Степень родства

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.
Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$$M_0(\sqrt{3}; 3)$$

$$N_0(6; -2\sqrt{3})$$

Пусть скорости точки S , угловые скорости ω_1 и ω_2 , а начальный угол α_1 и α_2 у единиц с осей соответственно. Тогда $\tan \alpha_1 = \frac{x_1}{y_1}$; $M_0(x_1; y_1)$, а $\tan \alpha_2 = \frac{x_2}{y_2}$; $N_0(6; -2\sqrt{3}) = N_0(x_2; y_2)$

$$\tan \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha_1 = 60^\circ$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{6}{-2\sqrt{3}} = \frac{3}{-\sqrt{3}} = -\sqrt{3} \Rightarrow \alpha_2 = -30^\circ$$

от оси Ox_0

Вычисляем радиусы окружностей R_1 и R_2

$$R_1^2 = (\sqrt{3})^2 + 3^2 = 12 \Rightarrow R_1 = 2\sqrt{3}$$

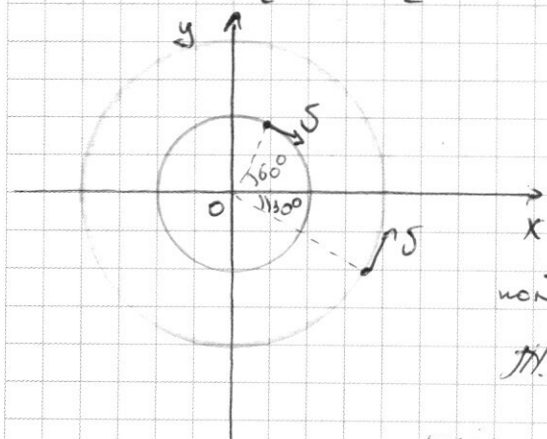
$$R_2^2 = 6^2 + (-2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow R_2 = 4\sqrt{3}$$

$$R_2 = 2R_1$$

$$\omega_1 = \frac{v}{R_1}$$

$$\omega_2 = \frac{v}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = 2 \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2$$



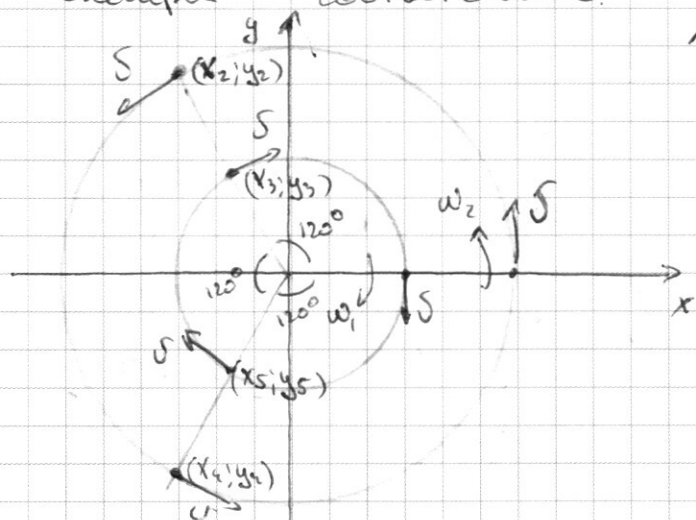
Заметим, что минимальное расстояние между ними это $R_2 - R_1 = 2\sqrt{3}$, то есть

когда они и центр окружностей их полей лежат на одной прямой.

П.к. $\omega_1 = 2\omega_2$, то первая вернется будет

когда стрелка пролетит 60° (уменьшится угол между ней и хордой), а стрелка 30° . Они встретятся равно

на оси Ox (не вернется, а будет минимальное расхождение) Тогда ч.к. $R_1 = 2\sqrt{3}$; $R_2 = 4\sqrt{3}$, но их координаты будут $(2\sqrt{3}; 0)$ и $(4\sqrt{3}; 0)$ ~~таким~~ Сигнуса и Сигнуса соответственно.



т.к. $\omega_1 = 2\omega_2$, то следующий вернется будет, такая, что направление на их ~~положение~~ координаты будет 120° .

Сигнуса пролетит 120° , а сигнуса 240° .

Следующий вернется будет

где на углы 240° , так же сигнуса пролетит 240° , а Сигнуса 120° . После на оси Ox и далее по кругу.

Тогда пусть их координаты были $(x_2; y_2)$ и $(x_3; y_3)$, $(x_4; y_4)$ и $(x_5; y_5)$. т.к. $2R_1 = R_2$, то $x_4 = 2x_5$; $y_4 = 2y_5$,

$$x_2 = 2x_3 \text{ и } y_2 = 2y_3.$$

$$\tan 120^\circ = \frac{x_3}{y_3} = -\sqrt{3} \Rightarrow x_3 = -\sqrt{3}y_3.$$

$$x_3^2 + y_3^2 = R_1^2 \quad (\text{уравнение окружности})$$

$$(\sqrt{3}y_3)^2 + y_3^2 = 4y_3^2 = 12$$

$$y_3^2 = 3, \text{ т.к. } y_3 > 0, \text{ то } y_3 = \sqrt{3} \Rightarrow x_3 = -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x_2; y_2) = (-6; 2\sqrt{3}), \text{ т.к. } (x_5; y_5) \text{ симметрична точке } (x_3; y_3),$$

$$\text{относительно } Ox, \text{ то } (x_5; y_5) = (-3; -\sqrt{3}) \Rightarrow (x_4; y_4) = (-6; -2\sqrt{3})$$

Ответ: координаты сигнуса, когда расхождение минимально:

$$(4\sqrt{3}; 0); (-6; 2\sqrt{3}); (-6; -2\sqrt{3}).$$

Задача №2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a & (1) \\ 3bx + (a-b)y = 1 & (2) \end{cases}$$

Заметим, что $b \neq 0$ иначе:

(2): $0 + 0 = 1$ Неверно!

1) Пусть $a \neq b$

(1) $\cdot (a-b)b - b \cdot (2)$:

$$2(a-b)^2bx + b(a-b)by - b \cdot 3bx - b(a-b)by =$$

$$= 2(a-b)^2bx - 3bx = ab(a-b) - b.$$

$$bx(2(a-b)^2 - 3) = ab(a-b) - b.$$

т.к. $\forall x$ является решением, то:

$$\begin{cases} b(2(a-b)^2 - 3) = 0 & (3) \\ ab(a-b) - b = 0 & (4) \end{cases}$$

(3): $2b(a-b)^2 - 3b = 0 \quad / : 2b \neq 0$

$$(a-b)^2 = \frac{3}{2}$$

$$a-b = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$$

1. $a-b = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow a = b + \sqrt{\frac{3}{2}}$

(4): $ab(a-b) = b$

$$ab \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = b$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17 \Rightarrow b = \frac{\sqrt{17} - 3}{2} \text{ и } a = \frac{\sqrt{17} + 3}{2} \text{ т.к. } a > b.$$

и $a > b$ относительно a и b .

~~Найти все пары чисел a, b , т.к. $b \neq 0$.~~

$$ab = \frac{\sqrt{17}-3}{2} \cdot \frac{\sqrt{17}+3}{2} = \frac{17-9}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ Верно}$$

$$\text{так } b = \frac{\sqrt{17}+3}{2} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{17}+3}{2} + 3 = \frac{\sqrt{17}+9}{2}$$

$$ab = \frac{(\sqrt{17}+3)(\sqrt{17}+9)}{4} = \frac{12\sqrt{17}+3\cdot 9+17}{2} \neq 2 \quad \text{Неверно!}$$

$$2. \quad a-b = -3 \Rightarrow a = b-3; \quad b = a+3$$

$$ab(a-b) = 6$$

$$-3ab = 6$$

$$ab = -2$$

$$a(a+3) = -2$$

$$a^2 + 3a + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$a_1 = \frac{-3+1}{2} = -1 \Rightarrow b_1 = 2, \text{ но } \Rightarrow a, b_1 = -2 \text{ Верно!}$$

$$a_2 = \frac{-3-1}{2} = -2 \Rightarrow b_2 = 1 \Rightarrow a, b_2 = -2 \text{ Верно!}$$

2) Если ~~$a = b \neq 0$~~ $a = b \neq 0$, т.к. $b \neq 0$

$$a-b=0$$

Наши шаги:

$$(1): \quad by = a \Rightarrow y = \frac{a}{b}$$

$$(2): \quad 3bx = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3b}, \quad b \neq 0. \quad \text{Нога есть такое решение}$$

противоречие $\Rightarrow a \neq b$

$$\text{Ответ: } (a, b) = \left(\frac{\sqrt{17}+3}{2}, \frac{\sqrt{17}-3}{2} \right); (-1; 2); (-2; 1).$$

Задача 13

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 = (x+5)(x-2)$$

При $x = -5$:

1) Пусть $x \neq -5$, тогда $x+5 \neq 0$, поделим на $(x+5)$ $0 \neq 0$ Верно.

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$0 \leq \sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4$$

$$\text{ОДЗ: } 2x-4 \geq 0 \text{ и } x^3-16x+25 \geq 0$$

$$\begin{cases} 2x-4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 \geq 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-16x+25 = (2x-4)^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3): x^3-16x+25 = 4x^2+16-16x$$

$$x^3+9 = 4x^2$$

$$x^3-4x^2+9 = x^3-3x^2-x^2+9 = x^2(x-3) - (x^2-9) = x^2(x-3) - (x-3)(x+3) =$$

$$= (x-3)(x^2-x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x^2-x-3=0 & (4) \end{cases}$$

$$(4): x^2-x-3=0$$

$$D = 1+12 = 13$$

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} < 2 \text{ не подходит}$$

$$x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2} > 2 \text{ Может подойти.}$$

Проверим корни $x_1=3$ и $x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$, подставляем в (2)

$$x^3 - 16x + 25 \geq 0$$

1) $x_1 = 3$

$$27 - 48 + 25 = 52 - 48 > 0 \quad \text{Верно!} \Rightarrow x=3 - \text{корень}$$

2) $x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$$x_2^3 - 16x_2 + 25 = (x_2^3 - 4x_2^2 + 9) + 4x_2^2 - 16x_2 + 16 \stackrel{?}{\geq} 0$$

$$x_2^2 - 4x_2 + 4 \geq 0$$

$$(x_2 - 2)^2 \geq 0 \quad \text{Верно!} \Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} = 0 - \text{корень}$$

Ответ: $x = -5; 3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

Задача 24

$$f(x) = 6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$$

1) $x \geq -1 \rightarrow |x+1| = x+1 \geq 0$

$$f(x) = 6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 6x^3 + x^3 - x^2 - 3x^2 + 3x - x + 1 = 6x^3(x-1) + x^2(x-1) - 3x(x-1) -$$

$$- (x-1) = (x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) = (x-1)(6x^3 + 3x^2 - 2x^2 - x - 2x - 1) =$$

$$= (x-1)(2x+1)(3x^2 - x - 1) \stackrel{?}{\geq} 0$$

Рассмотрим нули $g(x)$.

$$x=1; x=-\frac{1}{2}; 3x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13 \Rightarrow x_1 = \frac{1-\sqrt{13}}{6}; x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{6} > 0$$

$$x_1 < x_2$$

1. $\frac{1-\sqrt{13}}{6} \stackrel{?}{\geq} -\frac{1}{2}$

$$1-\sqrt{13} \stackrel{?}{\geq} -3$$

$$4 \stackrel{?}{\geq} \sqrt{13}$$

$$16 \stackrel{?}{\geq} 13$$

$$16 > 13 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{6} > -\frac{1}{2} > -1$$

2. $\frac{1+\sqrt{13}}{6} \stackrel{?}{\geq} 1$

$$1+\sqrt{13} \stackrel{?}{\geq} 6$$

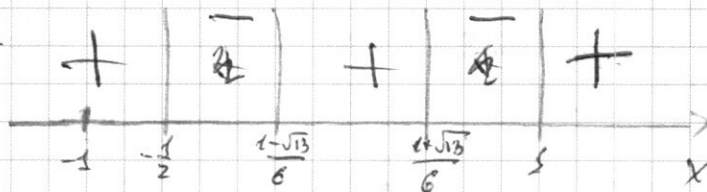
$$\sqrt{13} \stackrel{?}{\geq} 5$$

$$13 \stackrel{?}{\geq} 25$$

$$13 < 25 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{6} < 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим знаки $g(x)$.



т.к. $g(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [-0,5; \frac{1-\sqrt{13}}{6}] \cup [\frac{1+\sqrt{13}}{6}; 1]$ ~~не подходит~~

~~по условию~~ $x \leq 1 \Rightarrow x \in [-1; -0,5) \cup [\frac{1-\sqrt{13}}{6} \cup \frac{1+\sqrt{13}}{6}] \cup [1; \infty)$
т.к. $x \geq -1$.

2) $x < -1 \Rightarrow x+1 < 0 \Rightarrow |x+1| = -(x+1)$

$$f(x) = 6x^4 + x^2 + 2x + 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

$$f(x) = 6x^4 + 5x^3 + 5x^2 + (x+1)^2 \geq 0$$

$$f(x) = \underset{\substack{\geq 0 \\ \forall x}}{x^2(6x^2+5x+5)} + \underset{\substack{\geq 0 \\ \forall x}}{(x+1)^2}$$

Рассмотрим знак $6x^2+5x+5$

$$D = 25 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = 25 - 120 < 0 \Rightarrow 6x^2+5x+5 > 0 \quad \forall x.$$

$$f(x) \geq 0, \text{ при } \forall x \in (-\infty; -1)$$

Решением всего неравенства будет совокупность решений

Ответ: $x \in (-\infty; -0,5] \cup [\frac{1-\sqrt{13}}{6} \cup \frac{1+\sqrt{13}}{6}] \cup [1; \infty)$.

Задача 15

$$7000 = 7 \cdot 1000 = 7 \cdot 5^3 \cdot 2^3 \quad \text{т.к. у нас цифр только}$$

0, 1, 2, 3, ..., 9, а в разложении на простые множители

у нас есть 7, 5, 5, 5, то у нас есть цифры 7, 5, 5, 5.

Остаточные 4 цифры даст вписываемый 8. Это можно

получить только так, т.е. у нас цифры: $8 = 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$

Тогда в наборе цифр у наших чисел есть 7, 5, 5, 5
 даем $(8, 1, 1, 1)$ или $(4, 2, 1, 1)$, или $(2, 2, 2, 1)$

Тогда кол-во чисел будет: C_8^1 - кол-во вариантов
 выбрать число 7 (оно будет сотни) (цифры 0 у нас нет),

C_7^3 - кол-во способов из оставшихся цифр выбрать 3 цифры

выбрать 3 цифры. 8, 1, 1, 1 - можно выбрать C_4^1

способами (кол-во выбрать "8" 4 цифры, а "1" выбирается
 аналогично), тогда 4, 2, 1, 1 - можно выбрать $C_4^1 \cdot C_3^1$
 способами, а 2, 2, 2, 1 - C_4^3 способами.

Тогда всего таких чисел:

$$C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot (C_4^1 + C_4^1 \cdot C_3^1 + C_4^3) = 8 \cdot 35 \cdot (4 + 4 \cdot 3 + 4) = 5600$$

Ответ: 5600 таких 4-х значных чисел.

Задача №7

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 & (1) \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 & (2) \end{cases}$$

Решим графически

$$(2) \quad (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 = 13^2 \quad \left| \begin{array}{l} \text{при } x=0 \rightarrow |y|=24, \\ \text{при } x \geq 0 \text{ и } y \geq 0: \\ (x-5)^2 + (y-12)^2 = 13^2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \text{при } y=0 \rightarrow |x|=10 \\ 5^2 + 12^2 = 13^2 \end{array} \right.$$

уравнение окружности с центром в

$(x_0; y_0) = (5; 12)$ и радиусом 13, при $x, y \geq 0$.

т.к. у нас $|x|$ и $|y|$, то эта часть окружности

можно отразить относительно осей Ox, Oy ,

сколько угодно раз и получить нашу картинку.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(x, y)$

(1) $|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$

1) $\begin{cases} x+y+5 \geq 0 & \text{— часть плоскости, лежащая выше прямой} \\ x-y+5 \geq 0 & \text{— часть плоскости, лежащая ниже прямой} \end{cases}$

$x+y+5=0 \Rightarrow y=-x-5$
 $x-y+5=0 \Rightarrow y=x+5$

$f''(x, y) = x+y+5 + x-y+5 = 2x+5 \leq 10$

$2x \leq 5 \Rightarrow x \leq 2.5$ — часть плоскости

Аналогично определяем с остальными знаками:

2) $\begin{cases} x+y+5 < 0 & \text{— часть плоскости ниже } y=-x-5 \\ x-y+5 < 0 & \text{— часть плоскости выше } y=x+5 \end{cases}$

$f''(x, y) = -x-y-5 - x+y-5 = -2x-10 \leq 10 \Rightarrow -x \leq 10 \Rightarrow x \geq -10$

3) $\begin{cases} x+y+5 \geq 0 & \text{— часть плоскости выше } y=-x-5 \\ x-y+5 < 0 & \text{— часть плоскости выше } y=x+5 \end{cases}$

$f''(x, y) = x+y+5 - x+y-5 = 2y \leq 10 \Rightarrow y \leq 5$

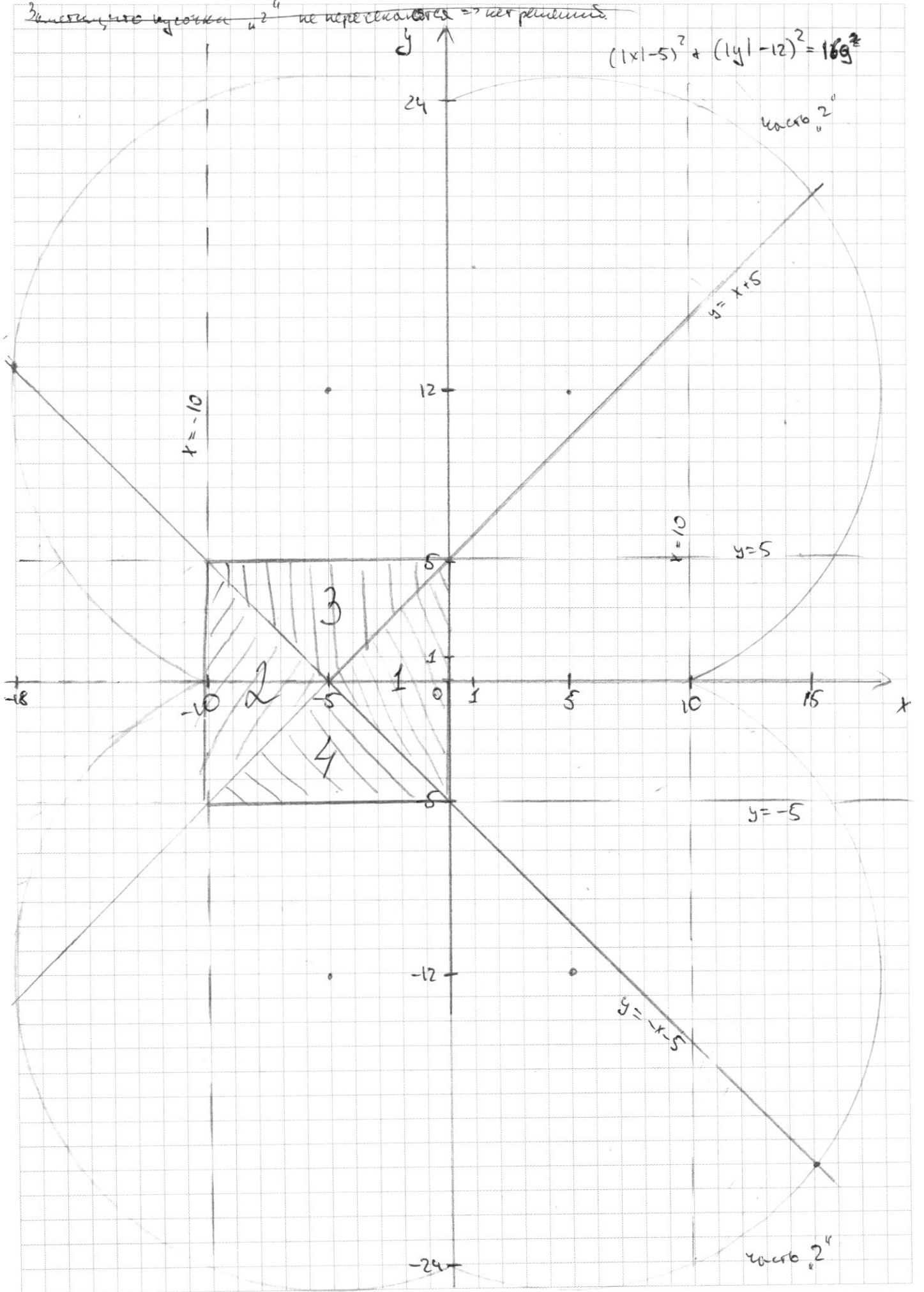
4) $\begin{cases} x+y+5 < 0 & \text{— часть плоскости ниже } y=-x-5 \\ x-y+5 \geq 0 & \text{— часть плоскости ниже } y=x+5 \end{cases}$

$f''(x, y) = -x-y-5 + x-y+5 = -2y \leq 10 \Rightarrow y \geq -5$

Нанесем общую картину на графике, решившим будет пересечение графиков.
(см. на след. стр.)

Заметим, что угловые u^2 не пересекаются $\Rightarrow$ нет решений.

$$(1x-5)^2 + (1y-12)^2 = 169^2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найти точку Пересечения тангис в одной точке

при $x = -10$ $y = 0$. Проверим:

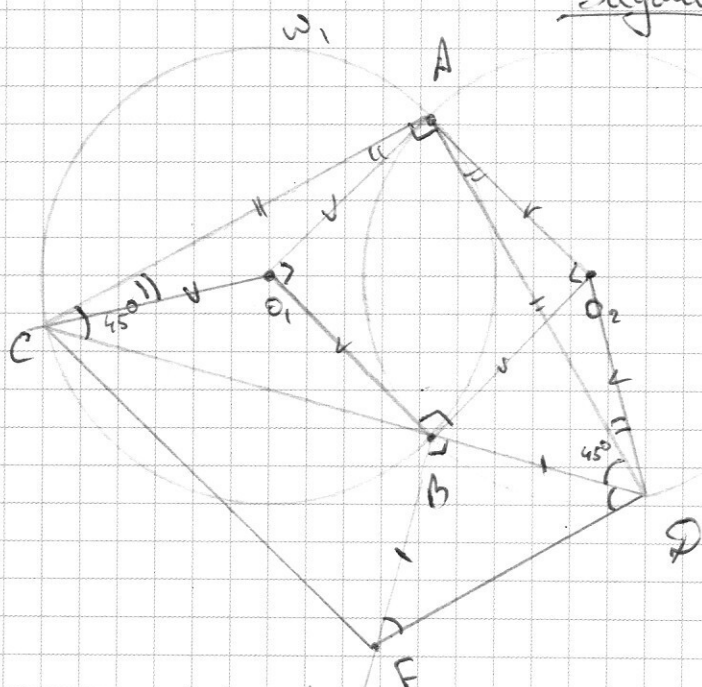
(1): $|-10+0+5| + |-10+0+5| - 5+5 \neq 10 \in 10$ Верно!

(2): $(|-10|-5)^2 + (|0|-12)^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

Верно!

Ответ: $(x; y) = (-10; 0)$.

Задача №6



Заметим, что $\angle AB$

ω_2 для двух окружностей, она одинаковая, т.к. $\omega_1 = \omega_2$

$\angle ACD = \angle ADE$,

т.к. $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD = 45^\circ = \angle ADE$

$\triangle ACD - \text{р/б}$

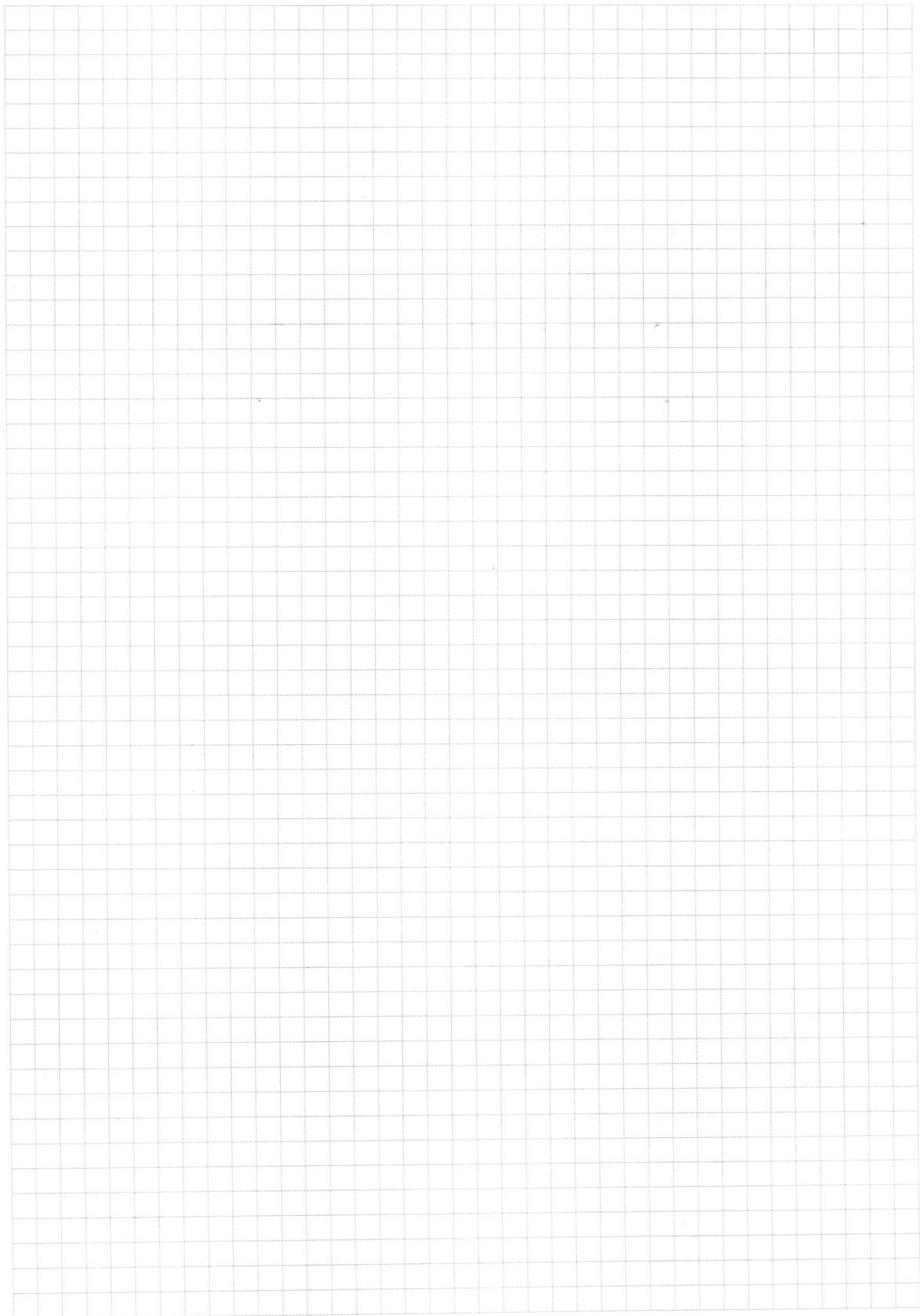
Так же заметим, что

$OC = AC = BO_1 = BO_2 = AO_2 = DO_2$ (радиусы одной (равных) окружностей.) $\angle AO_1B = 2 \angle ACB = 90^\circ$, аналогично $\angle AO_2B = 90^\circ$

$\Rightarrow AO_2BO_1 - \text{ромб}$ $\angle = 90^\circ \Rightarrow$ это квадрат. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAO_1 = \angle DAO_2$ (т.к. $\angle CAD = \angle O_1AO_2 = 90^\circ$

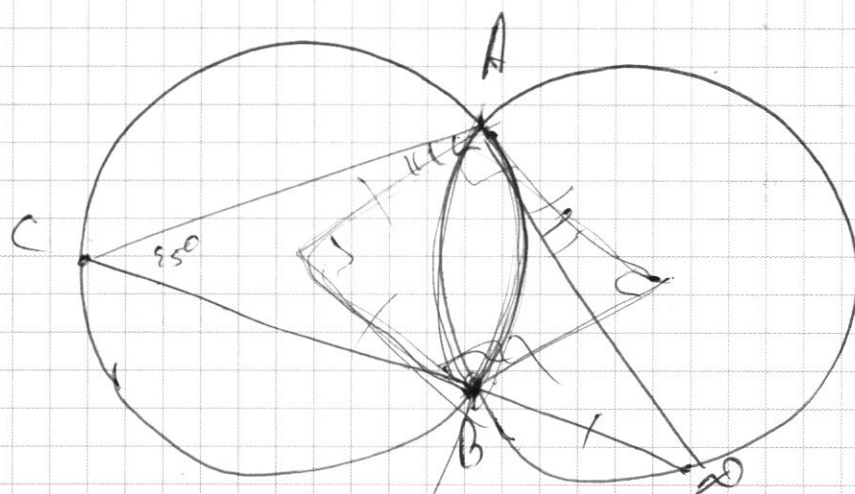
и т.д. $CF = 2R = 14$. Ответ: $CF = 14$.



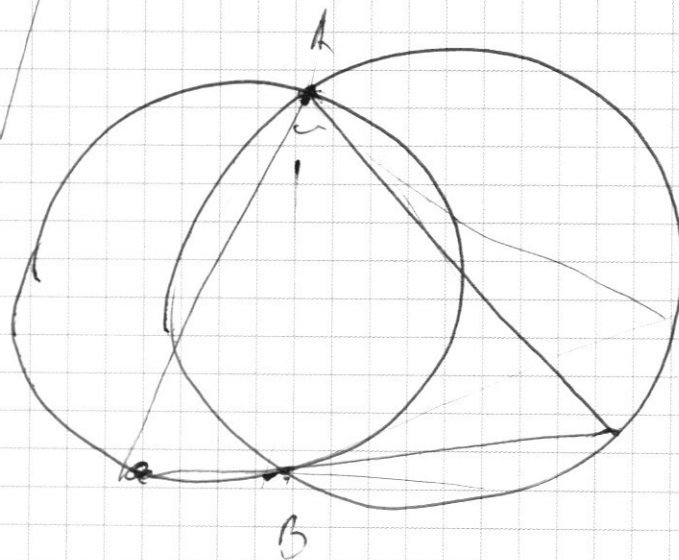
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

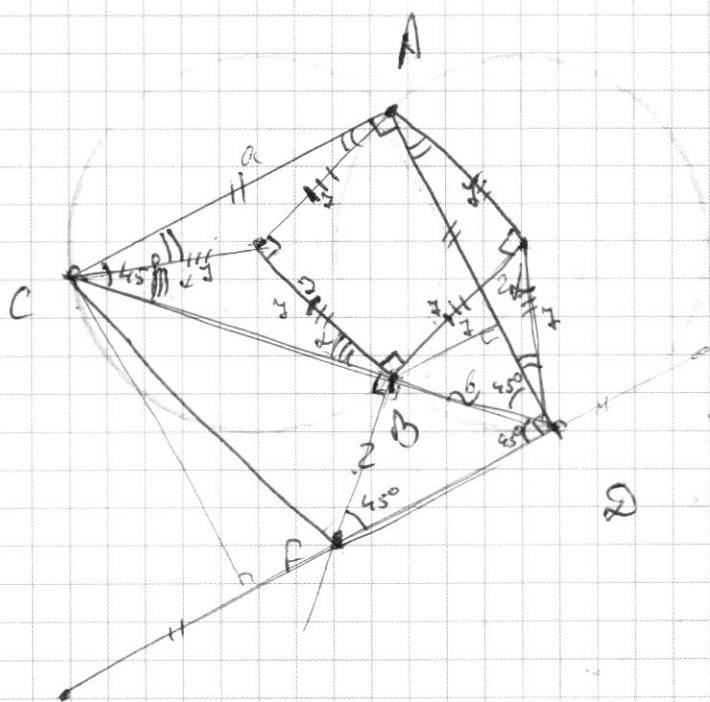
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



F





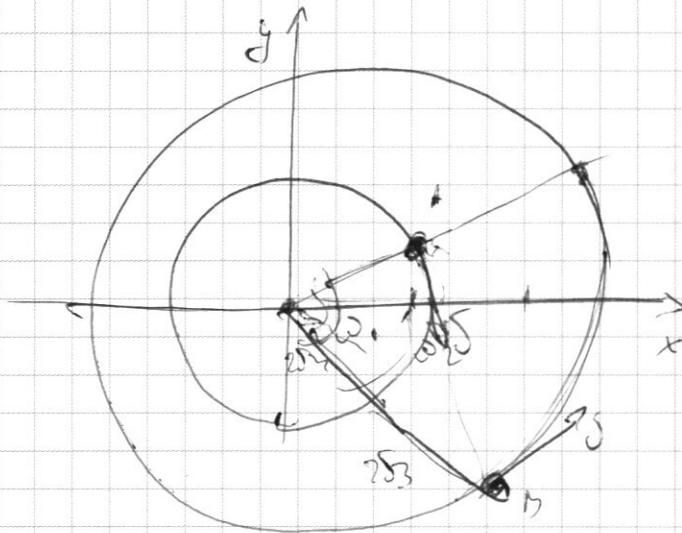
$$(a-b)^2 + b^2 + a^2 =$$

$$2a^2 - 2ab + b^2$$

$$2a^2 - 2ab + b^2 = 196$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 14 \overline{) 196} \\ \underline{14} \\ 56 \\ \underline{56} \\ 0 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\frac{x_2}{y_2} = \frac{6}{-2\sqrt{3}} = \frac{3}{-\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$$

$$\omega_1 + \omega_2$$

$$3 + 9 = 12 = 4 \cdot 3$$

$$36 + 12 = 48 = 4 \cdot 12 = 4^2 \cdot 3$$

$$\omega_1 = 2\omega_2$$

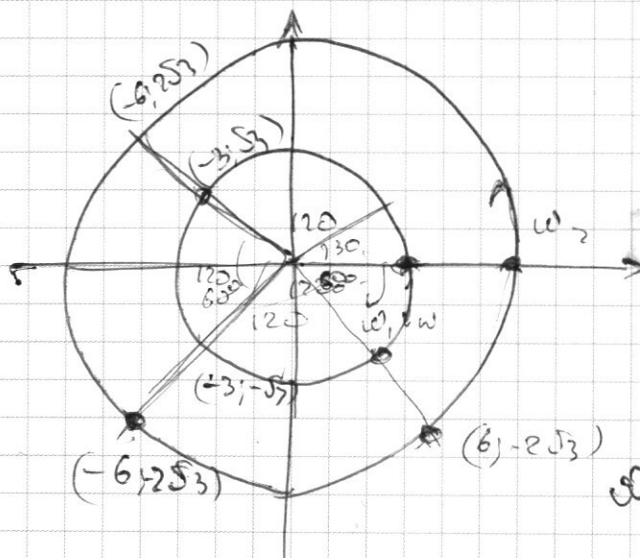
$$\omega_2 = \frac{2\omega R_1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$2\sqrt{3} \quad 4\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\omega_2 = 2\omega_1$$

$$2\sqrt{3}, 6$$



$$(2\sqrt{3}; 0) \quad (4\sqrt{3}; 0)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 3\omega_1$$

$$\frac{2}{3} \cdot 360 = 240$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

$$2(a-b)x + by = a \quad a \neq b$$

$$3bx + (a-b)y = 1$$

$$2(a-b)^2x + (a-b)by = (a-b)a$$

$$3bx + (a-b)by = 1$$

$$(2(a-b)^2 - 3b)x = (a-b)a - 1$$

$$2(a-b)^2 - 3b = 0$$

$$2a^2 - 4ab + b^2 - 3b = 0$$

$$b^2 - b(4a+3) + 2a^2 = 0$$

$$D = (4a+3)^2 - 8a^2 = 16a^2 + 24a + 9 - 8a^2 = 8a^2 + 24a + 9$$

$$= 8a^2 + 24a + 9$$

$$16b^2 - 8b^2 + 24b = 8b^2 + 24b$$

$$by = a$$

$$3bx = 1$$

$$b \neq 0$$

$$\frac{y}{3x} = a$$

$$a = b$$

$$y = 3xa$$

$$3xab = a$$

$$3xb = 1$$

$$3bx = 1$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a & (a-b)b \\ 3bx + (a-b)y = 1 & b \neq 0 \end{cases}$$

$$2b(a-b)x + b(a-b)y = ab(a-b) \quad / \times b \quad / \times (a-b) \quad b \neq 0$$

$$2b(a-b)^2x + b(a-b)by = ab(a-b)$$

$$18bx + b(a-b)by = 6$$

$$2b(a-b)^2x - 18bx = ab(a-b) - 6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2b(a-b)^2 - 18b = 0$$

$$(a-b)^2 - 9 = 0$$

$$(a-b)^2 = 9$$

$$a-b = \pm 3$$

$$ab(a-b) - 6 = 0$$

$$\pm 3ab = 6$$

$$ab = \pm 2$$

$$a-b = 3$$

$$ab = 2$$

$$|a-b| = 3$$

$$b^2 + 3b - 20 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(a-b)^2$$

$$6y = a \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$$

$$(x = -5)$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 16x + 25}}{2} = x - 2$$

$$\sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2x - 4$$

$$x \geq 2$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^2(x-4) = -9$$

$$x^3 = 4x^2 - 9$$

$$\geq 2$$

$$x < 4$$

$$x^2(x-4) + 9 = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$-27 - 12 + 9 = -30$$

$$2 \leq x < 4$$

$$x^3 - 16x + 25 \leq 64 + 25 + 32$$

$$\frac{64}{25} \frac{39}{39}$$

$$x^3 + (x^2 - 16x + 64) - 39$$

$$x^3 - 39 \geq 0$$

$$80 + 25 = 105$$

$$x^3 - 16x + 25 = 0$$

$$27 + 25 - 48$$

$$-27 + 25 = -2$$

$$-27 + 36 + 9$$

$$36 - 27 - 36 + 9 = 0$$

$$x = 4$$

$$+16 + 9$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$$

$$(x-1)^2 + 6x^4 - 5x^2|x+1| \geq 0$$

$$(x-1)^2 + x^2(6x^2 - 5|x+1|) \geq 0$$

$$-6x^2 - 5|x+1|$$

$$(x-1)^2 \geq (5|x+1| - 6x^2) x^2 \quad |x+1| - 6x^2$$

$$x \geq -1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2(x+1) + 1 =$$

$$= 6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 =$$

$$= 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 =$$

$$= 6x^4 - 6x^3 + x^3 - x^2 - 3x^2 + 3x - x + 1 =$$

$$= 6x^3(x-1) + x^2(x-1) - 3x(x-1) - 1(x-1) =$$

$$= (x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \geq 0$$

$$\begin{matrix} -2x^2 - x - 2x - 1 \\ 6x^3 + 3x^2 \end{matrix}$$

$$(x-1)(6x^3 + 3x^2 - 2x^2 - x - 2x - 1) =$$

$$= (x-1)(3x^2(2x+1) - x(2x+1) - (2x+1)) =$$

$$1 + 12 = 13$$

$$= (x-1)(2x+1)(3x^2 - x - 1) \geq 0$$

$$3x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{6} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{6}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$7000 = 7 \cdot 1000 = 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

$$4 \quad 5 \quad 5 \quad 5$$

$$4 \text{ числа } 2, 2, 2, 1$$

$$C_8^7 \cdot C_7^3 = \left(C_4^1 + C_4^1 \cdot C_3^1 + C_4^3 \right) =$$

$$= 8 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

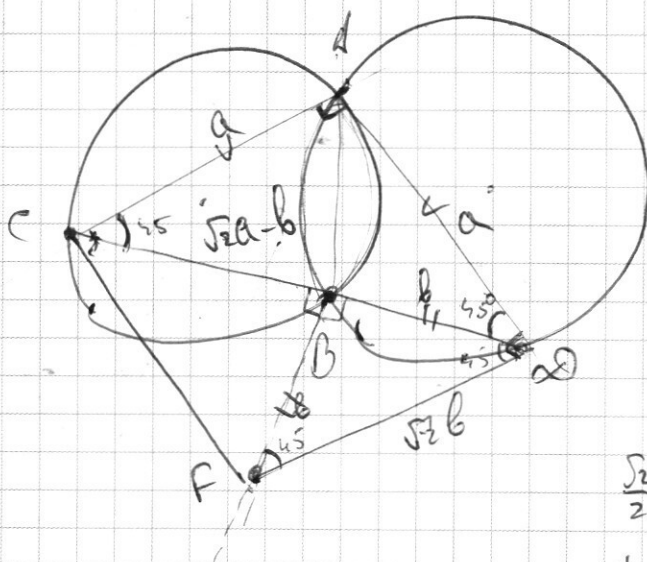
$$\frac{k!}{(k-a_1)!(k_1)!}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 1}$$

$$8 \cdot 35 \cdot (4 + 4 \cdot 3 + 4) =$$

$$= 8 \cdot 35 \cdot (8 + 12) = 8 \cdot 35 \cdot 20 = 70 \cdot 20 \cdot 8 =$$

$$= 5600$$



$$2a + b - 2\sqrt{2}ab + b^2 =$$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2\sqrt{2}ab$$

$$\sqrt{2} (a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} ab$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{2}a - b)a = \frac{ab}{2} a^2$$

$$\frac{\sqrt{2}b}{2} + 2a - \sqrt{2}b = a$$

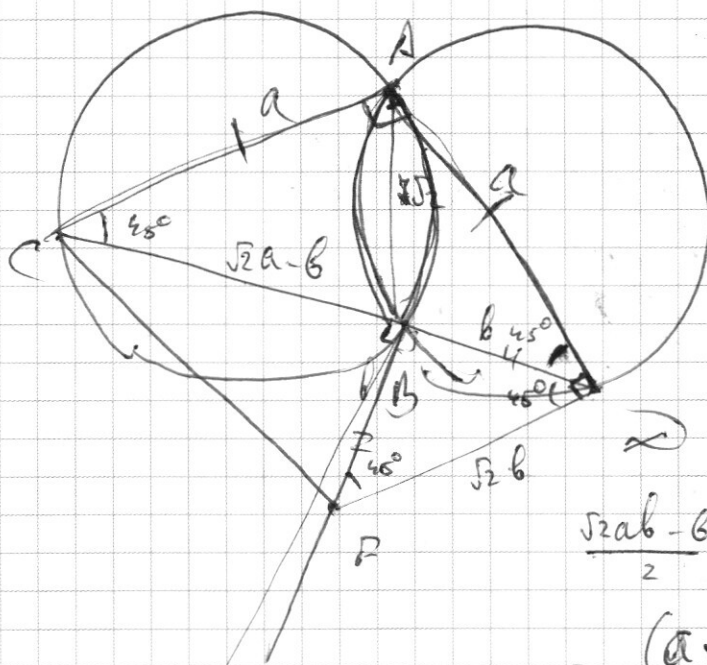
$x \leq 1$

$$6x^4 + x^2 - 2x + 5x^2(x+1) + 1 \geq 0$$

$$6x^2(6x^2 + 5x + 5)$$

$$5x^2 + 5 + 5(x+1)$$

$$D = 25 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = 25 - 120 < 0$$



$$\frac{2a}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$a - \sqrt{2} = \sqrt{2}b$$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{6} > -\frac{1}{2}$$

$$1 - \sqrt{3} > -3$$

$$4 > \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}ab - b^2}{2} + \frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} = 16 > \sqrt{3}$$

$$= \frac{(a + \sqrt{2}b)^2 - a^2}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{6} \quad 1$$

$$\sqrt{3} \quad 5$$

$$13 \quad 25$$

$$a^2 + \sqrt{2}ab = a(a + \sqrt{2}b)$$

$$a + \sqrt{2}b = \sqrt{2}b$$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 = 13^2 \end{cases}$$

$$(|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 = 13^2$$

$$\begin{matrix} |x+y+5| & |x-y+5| \\ x+5 & -y \\ x \geq 0 & x+5 & y \\ x-5 & y-12 \end{matrix}$$

