

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 3

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 \quad (*)$$

ОДЗ:
 $x^3-16x+25 \geq 0$

$$(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = 2(x+5)(x-2) \quad (**)$$

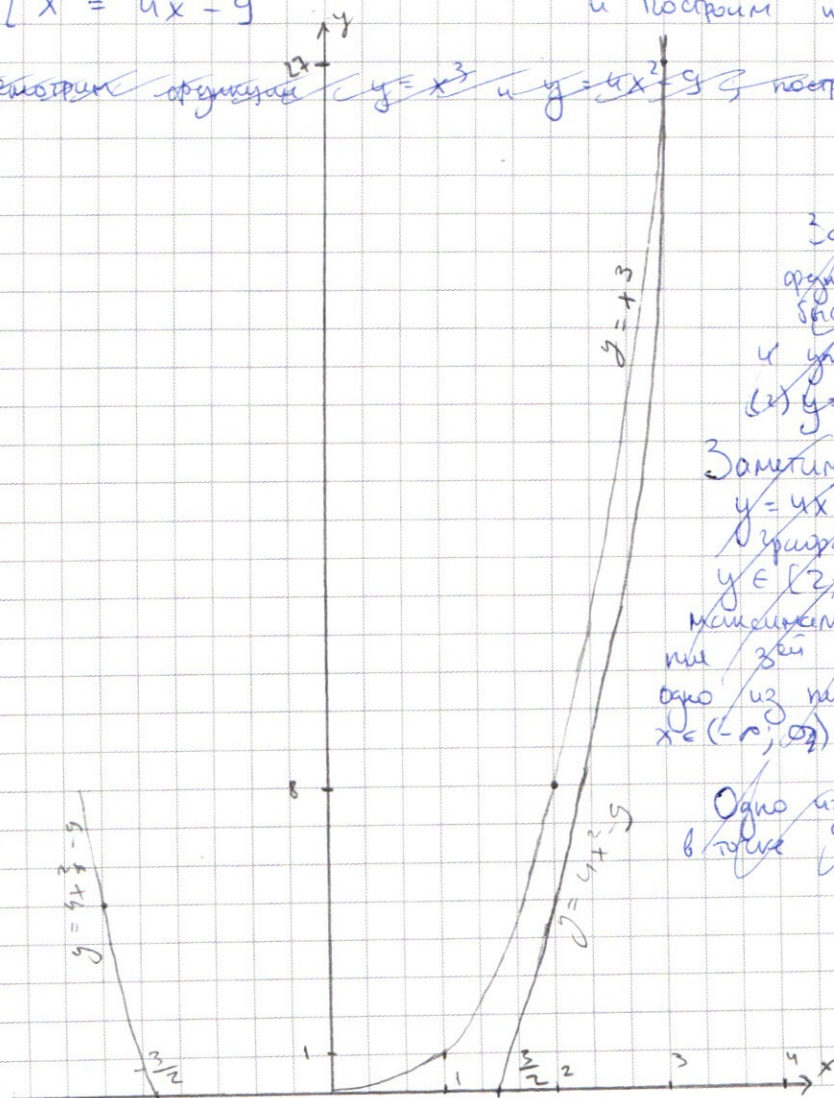
$$\begin{cases} x = -5 \\ \sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2) \end{cases} \quad \text{ОДЗ} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x^3-16x+25} = 2(x-2) \quad (**)$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x \geq 2 \\ x^3 = 4x^2+16-25 \end{cases} \quad (**)$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x^3 = 4x^2-9 \end{cases}$$

Рассмотрим функции (1) $y = x^3$ и (2) $y = 4x^2-9$
и построим их

~~Рассмотрим функции $y = x^3$ и $y = 4x^2-9$ и построим их~~



Заметим, что график функции $y = 4x^2-9$ растет быстрее, чем $y = x^3$ и они в точке $x = 3$
(2) $y = 55$ (1) $y =$

Заметим, что график функции $y = 4x^2-9$ пересекает график функции $y = x^3$ на промежутке $x \in (2, +\infty)$ два раза, так как минимальная степень в уравнении $x^3 = 4x^2-9$ — 3, а одно из пересечений было на промежутке $x \in (-\infty; 0)$

Одно из пересечений происходит в точке $x = 3$

Заметим, что график $y = x^3$ и $y = 4x^2 - 9$ будут пересекаться 3 раза. (у-е 3-ей степени)
 Одно пересечение будет на промежутке $x \in (-\infty, 0)$, а так как $y = 4x^2 - 9$ - парабола с вершиной на оси Oy , а второе на промежутке $(0; +\infty)$ и его можно найти $x = 3$

Рассмотрим случай пересечения графиков:

$$x^3 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2(x - 4) = -9$$

Левая часть равенства может быть меньше нуля только если $x \in (-\infty; +4)$, а значит и равенство будет выполняться только на этом промежутке.

Заметим, что на промежутке $x \in (3; 4)$ графиков пересечения нет, значит единственный ответ $x = 3$

Ответ: $\{3\}$

Задача №5

Разложить число 7000 на простые множители:

$$7000 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \quad \text{— это как раз 8 множителей и поскольку количество простых множителей — наибольшее количество}$$

Значит из них можно составить несколько 8-ми значных чисел, произведение цифр которых равно 7000

Количество таких чисел равно $\frac{8!}{6 \cdot 6}$, так как количество перестановок цифр равно $8!$, но так же будут использоваться одинаковые числа перестановкой одних пятерок или одних двоек, ~~когда~~ количество перестановок которых из которых равно 6

$$a_1 = \frac{8!}{6 \cdot 6} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4$$

(a_1 - кол-во чисел из цифр 7, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 1)

так же:

$$(1) 7000 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1$$

$$(2) 7000 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

1) количество перестановок цифр в произведении (1) равно

$$a_2 = \frac{8!}{6 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3$$

По тем же соображениям, так как четверки можно представить шестью способами, а единицы и использовать одинаковые числа, а единицы дважды.

2) количество перестановок цифр в произведении (2) равно

$$a_3 = \frac{8!}{6 \cdot 6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4$$

Так как четверки можно представить шестью способами и единицы тоже.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Таким образом количество всех комбинаций будет равно

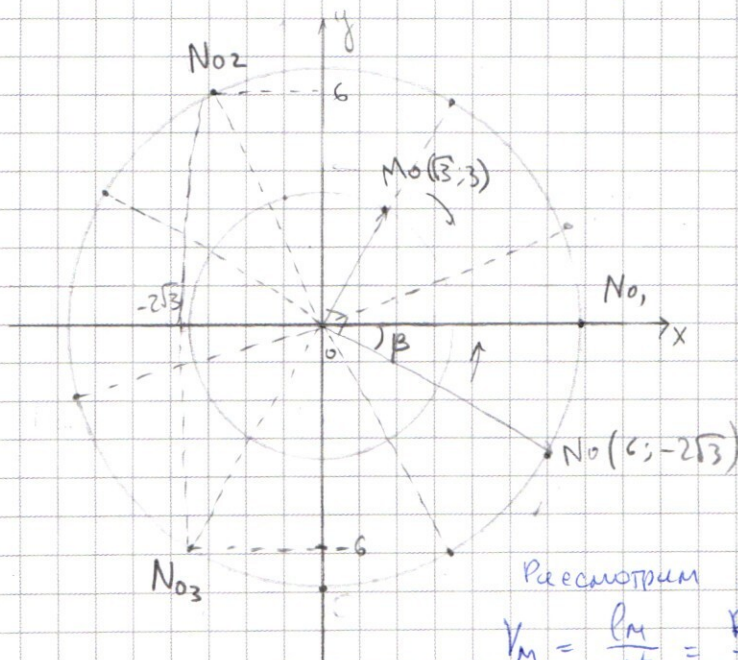
$$a_1 + a_2 + a_3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 = 5600$$

Так как никакие грузы швартов не переключаются, не грузят 7000 и никакие числа из набора a_1, a_2 и a_3 не пересекаются.

Ответ: 5600 при безразличном иссл.

Задача №1



синус - в точке Mo
косинус - в точке No

Рассмотрим радиус окружности по которому летают птицы

R_M Все найдем с индексом M - будет синус и косинус, а с N - косинус

$$R_M = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$$

$$R_N = \sqrt{6^2 + (-2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{12}$$

Рассмотрим теперь скорости птиц:

$$V_M = \frac{R_M}{\Delta t} = \frac{R_M \cdot \Delta M}{\Delta t} \approx R_M \cdot \Delta M, \text{ где}$$

$$V_N = \frac{R_N}{\Delta t} = \frac{R_N \cdot \Delta N}{\Delta t}$$

где Δ - угол, на который поворачивается вектор, проецируемый от координаты z до точки z в единицу времени.

$$V_M = V_N \Rightarrow \frac{R_M \cdot \Delta M}{\Delta t} = \frac{R_N \cdot \Delta N}{\Delta t} \Leftrightarrow$$

$$R_M \cdot \Delta M = R_N \cdot \Delta N \Leftrightarrow \frac{\Delta M}{\Delta N} = \frac{R_N}{R_M} = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Delta M = 2 \Delta N$$

Найдем угол между векторами, соединяющими корушку и птень в самом начале.

$$\vec{OM}_0 \cdot \vec{ON}_0 = |\vec{OM}_0| \cdot |\vec{ON}_0| \cdot \cos \varphi = x_{M_0} x_{N_0} + y_{M_0} y_{N_0} = 6\sqrt{3} - 62.3\sqrt{3} = 0 \Rightarrow$$

(φ - угол между векторами)

$$\cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

Тогда, зная на какие углы поворачиваются эти векторы и в каком направлении за единицу времени, найдем угол, на который повернется вектор соединяющий корушку и смену.

$$\alpha_M \cdot t_1 + \alpha_N \cdot t_1 = 360^\circ \Leftrightarrow$$

$$2\alpha_N t_1 + \alpha_N t_1 = 360^\circ \Leftrightarrow 3\alpha_N t_1 = 360^\circ \Leftrightarrow$$

$$\alpha_N t_1 = 120^\circ, \text{ где } t_1 - \text{время до первой встречи + время, где птень находится на минимальном расстоянии, так как расстояние будет кратчайшим тогда, когда векторы сонаправлены и находятся на одной прямой}$$

На рисунке этому положению соотв. (.) NO_2 ,

Рассмотрим следующую позицию птень, расстояние между птушкой будет минимальным.

$$\alpha_M \cdot t_2 + \alpha_N \cdot t_2 = 360^\circ \Leftrightarrow 3\alpha_N t_2 = 360^\circ \Leftrightarrow \alpha_N \cdot t_2 = 120^\circ \Rightarrow$$

значит теперь вектор, соединяющий смену и корушку повернется на 120° (положение сменя NO_2)

Найдем угол, под которым был изначально наклонен вектор $\vec{ON}_0$ к оси Ox

$$\tan \beta = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = 30^\circ, \text{ тогда } \vec{ON}_0 \text{ находится к оси } Ox \text{ под углом } 30^\circ$$

и $\vec{ON}_0$ повернут к Oy на угол β

Заметим, что далее после каждого раза, когда расстояние минимально, вектор, соединяющий смену и корушку будет поворачиваться на 120° .

В каждой позиции на рисунке нарисованы $NO_1, NO_2, NO_3, NO_4, NO_5, NO_6, NO_7$

и тогда найдем положение точки NO_3 (на оси Ox) повернут на β к Oy

Найдем координаты для каждой позиции сменя, зная на какой угол отосланы оси от их первоначального положения и радиус окружности, в которой они движутся.

$$NO_1(-2\sqrt{3}, 6); NO_2(-2\sqrt{3}, 6); NO_3(2\sqrt{3}, 6); NO_4(2\sqrt{3}, 6); NO_5(2\sqrt{3}, 6); NO_6(2\sqrt{3}, 6); NO_7(2\sqrt{3}, 6)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

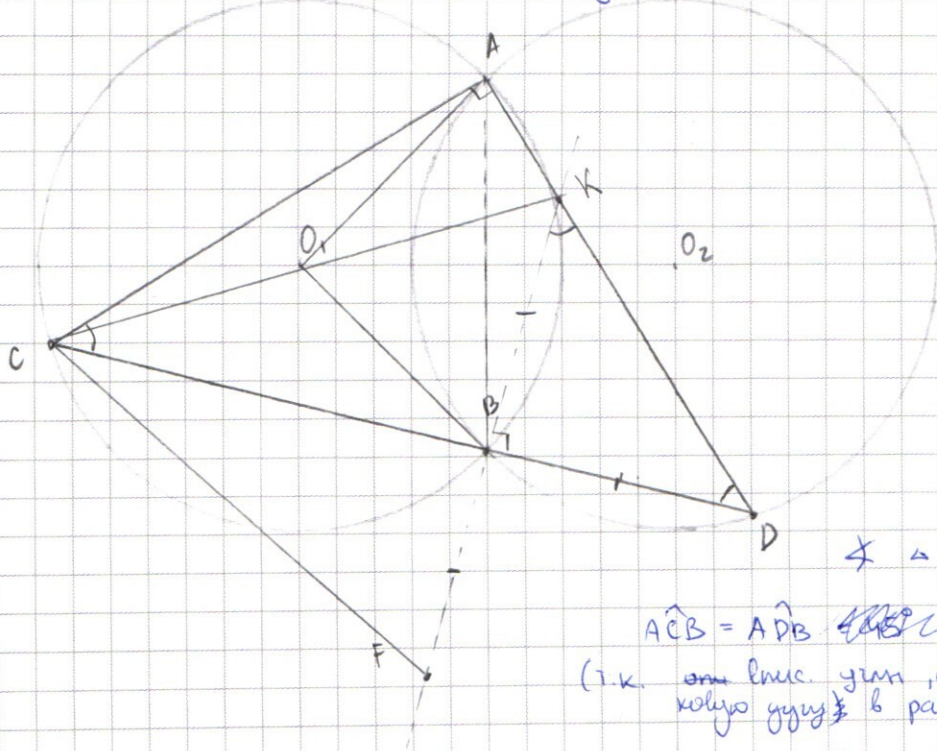
Отвечая: положение точки N_0 в координатах $N_0(2\sqrt{2}; 0)$; $N_2(-2\sqrt{3}; 6)$; $N_3(-2\sqrt{3}; -6)$

Заметим, что в описанной ситуации N_0 — наименьшее расстояние от точки N_0 до точки N_0 , а значит все остальные точки N_1, N_2, N_3 — не являются наименьшим расстоянием.

Отвечая: положение точки N_0 в координатах $N_0(2\sqrt{2}; 0)$; $N_2(-2\sqrt{3}; 0)$; $N_3(-2\sqrt{3}; -6)$

$N_0(2\sqrt{2}; 0)$; $N_2(-2\sqrt{3}; 0)$; $N_3(-2\sqrt{3}; -6)$

Задача 6



$\triangle CAD$:

$$\angle ACB = \angle ADB = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

(т.к. $\angle ACB$ — угол, опирающийся на дугу AB в равн. окружностях)

$$\angle BKD = 180^\circ - 90^\circ - \angle BDK = 45^\circ \quad (\text{где } K - \text{точка пересечения перпендикуляра из точки } B \text{ и } AD)$$

$$(\angle BKD = \angle BDK = 45^\circ)$$

Тогда $\triangle BCD$ — равнобедренный $\Rightarrow |BD| = |BC|$, а $|BF| = |BD| = |BC|$

1) $K \in$ окружности первой окружности, так как четырехугольник $CAKB$ — вписанный, так как $\angle CAK + \angle CBK = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, а $(C), (A), (B)$ принадлежат первой окружности.

$\angle CAK = 90^\circ \Rightarrow \angle CAK$ опирается на диаметр окружности $\Rightarrow [CK]$ проходит через точку O_1 (центр окружности) (*)

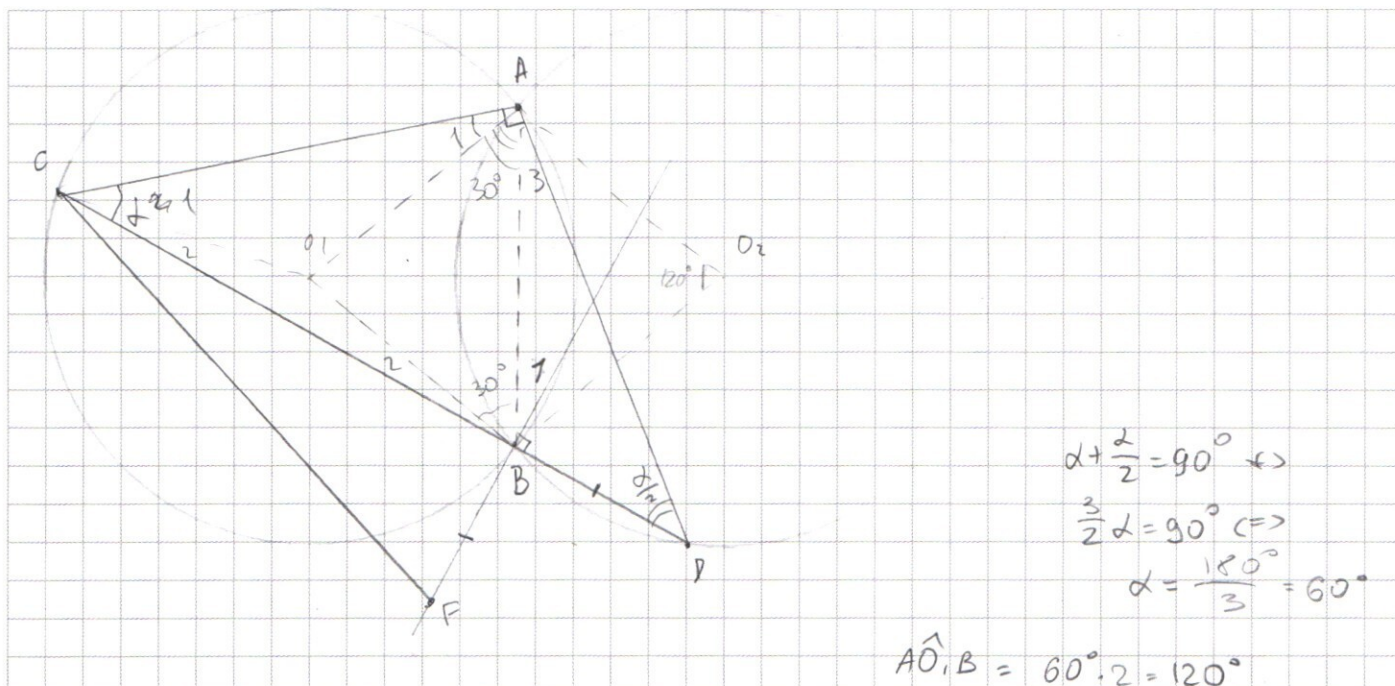
$\triangle CFK$ — р/с (т.к. CB — медиана ($|FB| = |BK|$) и высота ($KF \perp CD$)) $\Rightarrow$

$$|CF| = |CK| = 2R = 2 \cdot 7 = 14 \quad (\text{где } R - \text{радиус окружности})$$

Ответ: $|CF| = 14$ (*) по теор. о множестве точек, которые лежат на прямой углом в окр.

Ответ: $|CF| = 14$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



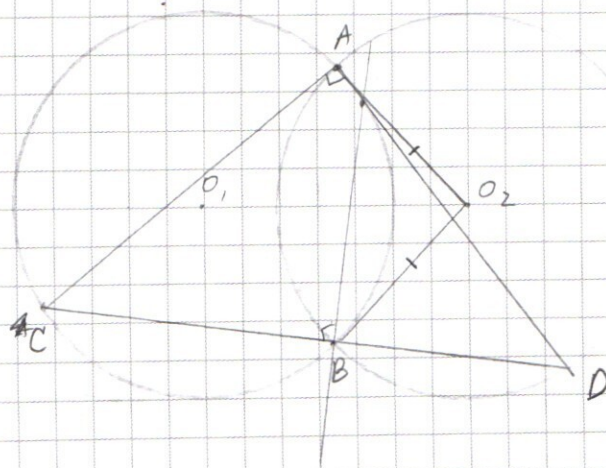
$$\frac{|AB|}{\sin \widehat{AOB}} = \frac{|OB|}{\sin \frac{180^\circ - \widehat{AOB}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{|AB|}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{|OB|}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow |AB| = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot |OB| = \sqrt{3} \cdot 7$$

$$x + z = 60^\circ$$

$$z + 30^\circ = 30^\circ + z \Rightarrow z = 3$$

$$1 + 3 + 30^\circ = 60^\circ$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 125} &= x^2 + 3x - 10 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+5) \sqrt{x(x-4)(x+4) + 25} &= (x+8)x \\ &= 2(x+5)(x-2) \Leftrightarrow \\ \sqrt{x(x-4)(x+4) + 25} &= 2x - 4 \Leftrightarrow \\ x(x-4)(x+4) + 25 &= (x + (x-4))^2 \\ \Leftrightarrow x(x-4)(x+4) + 25 &= 2x(x-4) + \\ &+ x^2 + (x-4)^2 \Leftrightarrow \\ x^2 + (x-4)^2 + x(x-4)(2-x-4) - 25 &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 \Leftrightarrow +3-5$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2) \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -5 \\ \frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2 \end{array} \right. \quad \text{OAB} \quad \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -5 \\ \sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4 \end{array} \right. \quad \sim$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -5 \\ x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16 \\ x \geq 2 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 \\ x^3+25 = 4x^2+16 \\ x \geq 2 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 \\ x^2(x-4) = -9 \\ x \geq 2 \end{array} \right.$$

$$[2; 4)$$

$$\begin{array}{l} 16+25 = 41 \\ 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \end{array}$$

$$4(-2) = -8$$

$$9(-3)$$

$$(2; 4)$$

$$(2; 3)$$

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ \sqrt{2,5} \\ 125 \\ 50 \\ 625 \end{array}$$

$$6,25 \cdot (-1,5)$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6,25 \\ 1,5 \\ \hline 3,25 \\ + 625 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$97$$

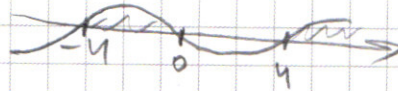
$$27$$

$$\sqrt[3]{x^3-16x+25} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2-16)+25 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$x(x-4)(x+4)+25 \geq 0$$

$$x(x+4)(x-4) \geq 0 \Leftrightarrow [-4; 0] \cup [4; +\infty)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Leftrightarrow x^2 + (x-4)^2 + \cancel{4x} - (x+\cancel{4})(x-4)x - 25 = 0$$

$$\frac{1}{4} (x(x-4)(x+4) + 25) = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{4} x(x-4)(x+4) + \frac{25}{4} = x(x-4) + 4 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{4} x(x-4)(x+4) - x(x-4) = 4 - \frac{25}{4} \Leftrightarrow$$

$$x(x-4) \left(\frac{1}{4}x + 1 - 1 \right) = 4 - \frac{25}{4} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{4} x^2(x-4) = -\frac{9}{4} \Leftrightarrow x^2(x-4) =$$

$$(x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = \cancel{2x} 2(x+5)(x-2) \Leftrightarrow$$

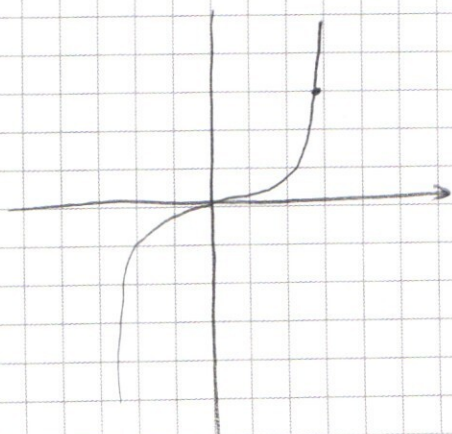
$$\sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x-2) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x^3 - 4x^2 - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 = 4x^2 - 9 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = (2x-3)(2x+3) \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$x \in (2; 3)$$



$$\begin{cases} p = 1.7 \\ 9.27 = 3 - \cancel{4x} + 9 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$6 \ 216$$

$$7 \ 343$$

$$8$$

$$9 \ 729$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 49 \\ \times 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$729$$

$$(18-3)(18+3) = 15 \cdot 21 = 315$$

$$4 \cdot 81 - 9 =$$

$$= 9 \cdot (4 \cdot 9 - 1) = 9 \cdot 35 = 315$$

$$4 \cdot 64 - 9 =$$

$$3,25$$

$$4 \cdot 16 = 64 - 9 =$$

$$6,5 - 3 = 3,5$$

$$3,5$$

$$2 \cdot 3,5 - 3 = 4$$

$$7 + 3 = 10$$

$$\begin{array}{r} 12,25 \\ \times 3,5 \\ \hline 6125 \\ + 1225 \\ \hline 42875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12,25 \\ \times 3,5 \\ \hline 6125 \\ + 1225 \\ \hline 42875 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$(2x-3)(2x+3) = 5 \cdot 11 = 55$$

$$(12-3)(12+3) = 9 \cdot 15 = 135$$

$$6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

$$= 9 \cdot 15$$

$$9 \cdot 15 - 9 = 9 \cdot 16 = 144$$

$$8 \cdot 25 \cdot 4 = 8 \cdot 100 = 800$$

$$= 5600$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 3,5 \\ \times 9,5 \\ \hline 125 \\ + 125 \\ \hline 332,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

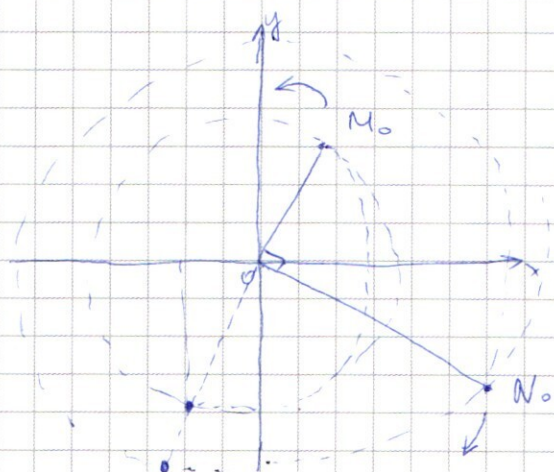
$$\begin{array}{r} 33 \\ \times \frac{3}{2} \\ \hline \end{array}$$

$$3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4} = \frac{169}{4} = 42,25$$

$$\begin{array}{r} 168 \\ \times \frac{1}{2} \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 16 \\ \times 9 \\ \hline 144 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{p_1}{\omega_1} = \frac{p_2}{\omega_2} \quad (*)$$

$$\frac{p_1}{\omega_1} = \frac{p_2}{\omega_2} \quad (*) \quad \propto R$$

$$\begin{aligned} \vec{OM}_0 \cdot \vec{ON}_0 &= 6\sqrt{3} \cdot 4 - 6\sqrt{3} \cdot 4 = 0 \\ \vec{OM}_0 \cdot \vec{ON}_0 &= |\vec{OM}_0| |\vec{ON}_0| \cdot \cos \varphi = 0 \quad (*) \\ \cos \varphi &= 0 \quad (*) \quad \varphi = 90^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{360^\circ}{3\alpha_1} = t_1$$

$$\frac{360^\circ}{3\alpha_1} = t_1$$

$\Rightarrow$

$$20^\circ / 90^\circ = \alpha_1 / t_1$$

$$\frac{360^\circ}{3\alpha_1} = t_2 \quad (*) \quad 120^\circ = \alpha_1 t_2$$

$$\frac{1.7}{3.4}$$

$$R_1 = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{12}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= \sqrt{36 + 48} = \\ &= \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \end{aligned}$$

$$l = R \cdot \alpha$$

$$V_1 = \frac{l}{\omega_1} = \frac{R_1 \cdot \alpha_1}{\omega_1} = R_1 \omega_1$$

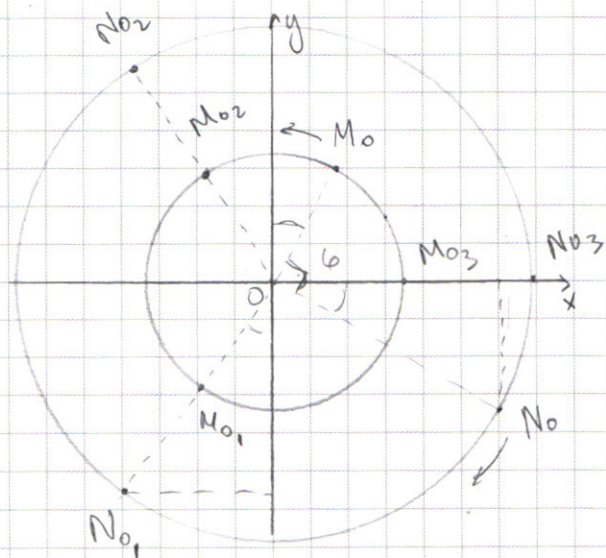
$$V_2 = \frac{l}{\omega_2} = \frac{R_2 \cdot \alpha_2}{\omega_2} = R_2 \omega_2$$

α_1 - угол, на который повер.

$$R_1 \alpha_1 = R_2 \alpha_2 \quad (*)$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{R_2}{R_1} = 2 \quad (*)$$

$$\alpha_1 = 2\alpha_2$$



$$R_M = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{12}$$

$$R_N = \sqrt{6^2 + 2\sqrt{3}^2} = 2\sqrt{12}$$

$$V_M = \frac{R_M \cdot \omega_M}{\Delta t} = \frac{R_M \cdot \Delta \alpha_M}{\Delta t} = R_M \cdot \omega_M$$

$$V_N = \frac{R_N \cdot \omega_N}{\Delta t} = \frac{R_N \cdot \Delta \alpha_N}{\Delta t} = R_N \cdot \omega_N$$

$$V_M = V_N \Leftrightarrow R_M \cdot \omega_M = R_N \cdot \omega_N$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_M \cdot \Delta \alpha_M}{\Delta t} = \frac{R_N \cdot \Delta \alpha_N}{\Delta t} \Leftrightarrow R_M \cdot \Delta \alpha_M = R_N \cdot \Delta \alpha_N$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta \alpha_M}{\Delta \alpha_N} = \frac{R_N}{R_M} = 2$$

$$\Leftrightarrow \Delta \alpha_M = 2 \Delta \alpha_N$$

Найдем угол φ :

$$\vec{OM}_0 \cdot \vec{ON}_0 = 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 0$$

$$\vec{OM}_0 \cdot \vec{ON}_0 = |\vec{OM}_0| |\vec{ON}_0| \cdot \cos \varphi \Leftrightarrow \cos \varphi = 0$$

$$\Leftrightarrow \varphi = 90^\circ$$

$$\alpha_M \cdot t_1 + \alpha_N \cdot t_1 = 270^\circ \Leftrightarrow$$

$$3\alpha_N \cdot t_1 = 270^\circ \Leftrightarrow \alpha_N \cdot t_1 = 90^\circ$$

$$\alpha_M \cdot t_2 + \alpha_N \cdot t_2 = 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow 3\alpha_N t_2 = 360^\circ \Leftrightarrow \alpha_N t_2 = 120^\circ$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot 3} = \frac{1}{3} = \sin \alpha \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ$$

7000 4 7
1000 5
200 5
40 5
8 2
4 2
2 2
1 1

1 2 3
2 3 1
1 3 2
2 1 3
3 1 2
3 2 1

8 7 6 5 4 3 2 1
8 1 1 1 1 1 1 1
8 3 2 2 2 2 2 2

755/221
1755/223
21755/22
221755/22
2221755

87654321
÷ 4
÷ 6
÷ 6

$$8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 40 \cdot 28 = 1120$$